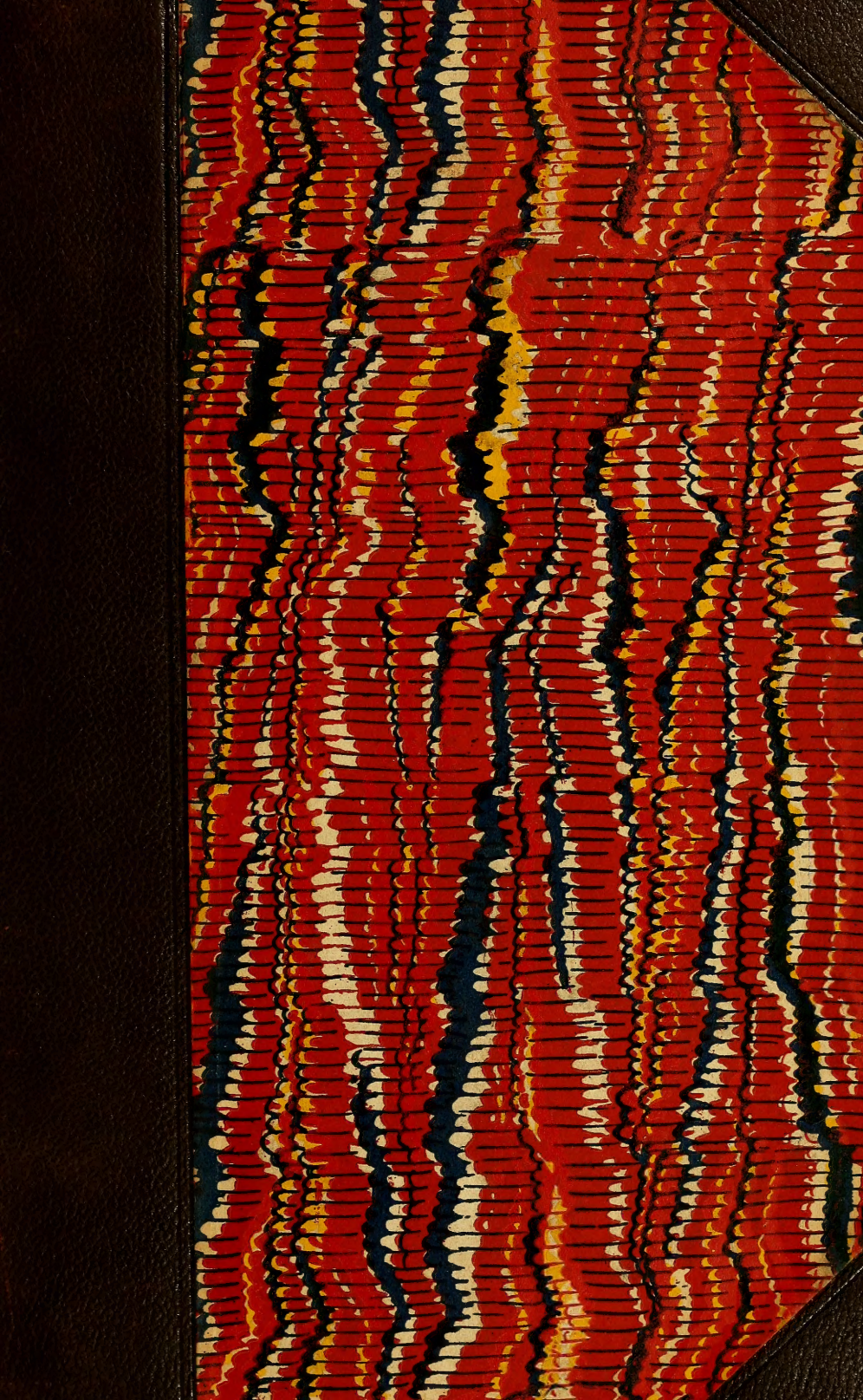
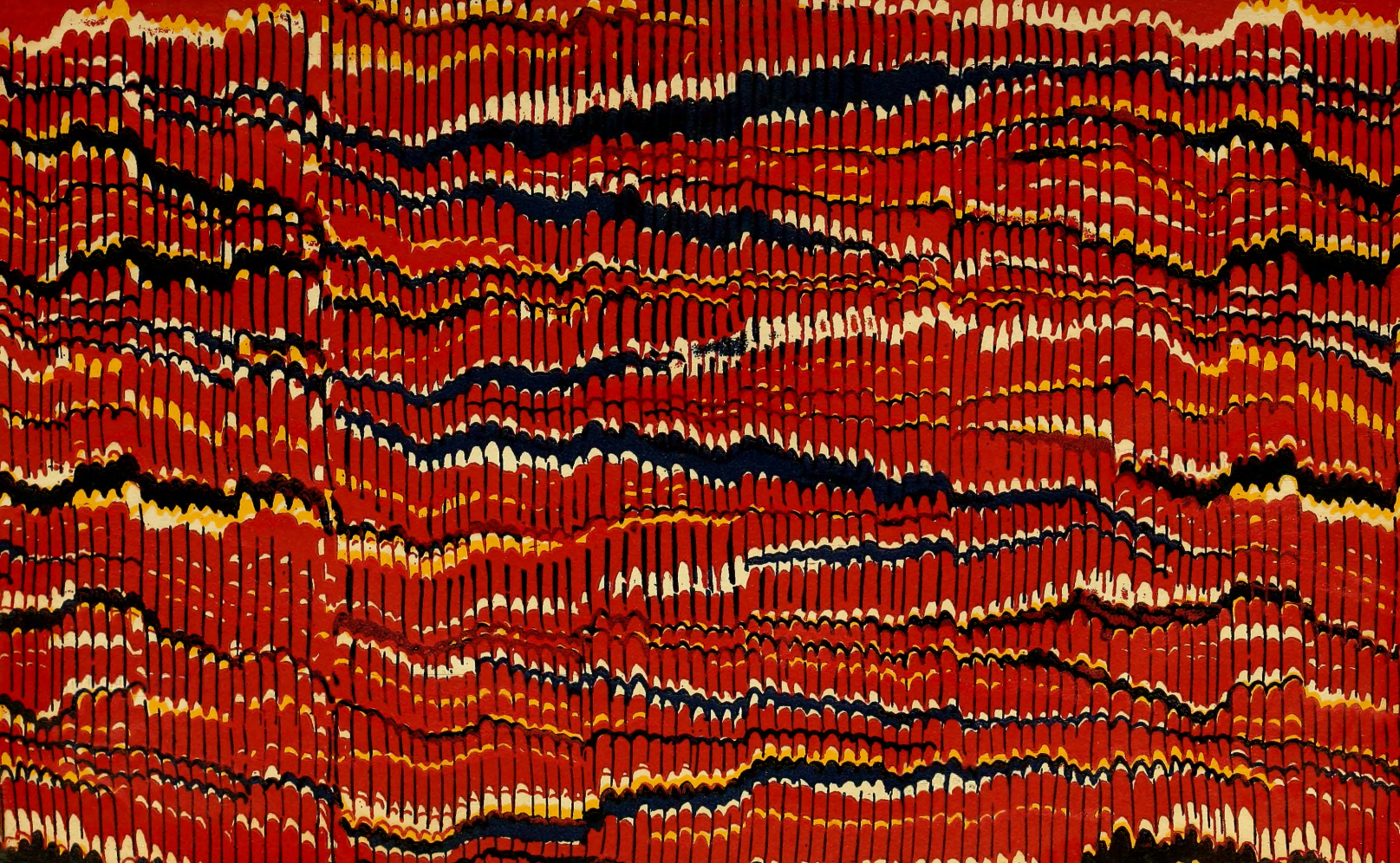




Pat 4 7
75996
Smith
24

MATHEMATISCHE UND NATURWISSENSCHAFTLICHE BERICHTE AUS UNGARN.

MIT UNTERSTÜTZUNG
DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN UND DER
KÖNIGLICH UNGARISCHEN NATURWISSENSCHAFTLICHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEBEN VON

ROLAND BARON EÖTVÖS, JULIUS KÖNIG, KARL VON THAN.

REDIGIERT VON

JOSEF KÜRSCHÁK UND FRANZ SCHAFARZIK,
MITGLIEDER DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

ZWEIUNDZWANZIGSTER BAND.

1904.

MIT 1 TAFEL UND 42 FIGUREN IM TEXT.

TRANSFERRED
BUREAU OF
AMERICAN ETHNOLOGY.
1908
LIBRARY.

LEIPZIG,
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1907.

[IN WIEN BEI KARL GRAESER & KIE.]

20499

VERLAG VON B. G. TEUBNER IN LEIPZIG UND BERLIN

WÜLLNERS LEHRBUCH DER EXPERIMENTALPHYSIK

IN SECHSTER VERBESSERTER AUFLAGE ERSCHIEN:

ERSTER BAND

ALLGEMEINE PHYSIK UND AKUSTIK

BEARBEITET VON

A. WÜLLNER UND **A. HAGENBACH**

MIT 333 IN DEN TEXT GEDRUCKTEN ABBILDUNGEN UND FIGUREN

[XIV u. 1058 S.] gr. 8. 1907. geh. n. *M.* 16.—, in Halbfranz geb. n. *M.* 18.—

Früher erschienen:

II. Band. **Die Lehre von der Wärme.** 5. Auflage. Mit 131 Abbildungen und Figuren im Text. [XI u. 936 S.] gr. 8. 1896. geh. n *M.* 12.—, in Halbfranz geb. n. *M.* 14.—

III. Band. **Die Lehre vom Magnetismus und von der Elektrizität** mit einer Einleitung: Grundzüge der Lehre vom Potential. 5. Auflage. Mit 341 Abbildungen und Figuren im Text. [XV u. 1415 S.] gr. 8. 1897. geh. n. *M.* 18.—, in Halbfranz geb. n. *M.* 20.—

IV. Band. **Die Lehre von der Strahlung.** 5. Auflage. Mit 299 Abbildungen und Figuren im Text und 4 lithographierten Tafeln. [XII u. 1042 S.] gr. 8. 1899. geh. n. *M.* 14.—, in Halbfranz geb. n. *M.* 16.—

Die wissenschaftlichen Vorzüge dieses reich ausgestatteten Lehrbuches sind von der Kritik einstimmig anerkannt worden. Das Werk hat sich die Aufgabe gestellt, einerseits die physikalischen Lehren in weiteren Kreisen bekannt zu machen, andererseits denen, die tiefer in das Gebiet des physikalischen Wissens eindringen wollen, als Vorschule zu dienen; es hat aber, ohne den ersten Zweck außer acht zu lassen, die zweite, wissenschaftliche Aufgabe mehr ins Auge gefaßt, als dies von den verbreitetsten Lehrbüchern der Physik bis jetzt geschehen ist. In der vorliegenden sechsten Auflage des ersten Bandes ist an dem Charakter des Werkes nichts geändert. Sie sucht den neueren Arbeiten gerecht zu werden, die bis zum Jahre 1906 berücksichtigt sind. Das Buch soll unter dem steten Hinweise auf die Originalarbeiten eine Übersicht geben über den augenblicklichen Stand der experimentellen Physik und über die theoretischen Auffassungen, zu denen die Physik zurzeit gelangt ist. Nur auf eine, wie wir glauben, nicht unwesentliche Verbesserung nach der historischen Seite möge hingewiesen werden: bei den Zitaten der einzelnen Arbeiten haben die Verfasser die Jahreszahl des Erscheinens hinzugefügt, so daß hierdurch eine Übersicht der historischen Entwicklung der Physik gegeben ist.

MATHEMATISCHE
UND
NATURWISSENSCHAFTLICHE
BERICHTE AUS UNGARN.

MIT UNTERSTÜTZUNG
DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN UND DER
KÖNIGLICH UNGARISCHEN NATURWISSENSCHAFTLICHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEBEN VON

ROLAND BARON EÖTVÖS, JULIUS KÖNIG, KARL VON THAN.

REDIGIERT VON

JOSEF KÜRSCHÁK UND FRANZ SCHAFARZIK,
MITGLIEDER DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

ZWEIUNDZWANZIGSTER BAND.

1904.

MIT 42 FIGUREN IM TEXT UND 1 TAFEL.

BUREAU OF
AMERICAN ETHNOLOGY.
1908
LIBRARY.

LEIPZIG,
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1907.

[IN WIEN BEI KARL GRAESER & KIE.]

ALLE RECHTE,
EINSCHLIESSLICH DES ÜBERSETZUNGSRECHTS, VORBEHALTEN.

INHALT DES XXII. BANDES.

Abhandlungen.

Seite

1. Gustav Rados, Beitrag zur Theorie der regulären Vielecke 1
2. Anton Koch, Die geologischen Verhältnisse des Bergzuges von Rudobánya — Szt. András 13
3. Emerich Lörenthey, Paläontologische Studien über tertiäre Dekapoden 29
4. Josef Guszman, Experimentelle Untersuchungen mit implantierten Hautstücken 37
5. Ladislaus Detre und Josef Sellei, Die hämolytische Wirkung des Sublimats, mit besonderer Berücksichtigung der Immunitätsgesetze 47
6. Julius v. Istvánffi, Über die Lebensfähigkeit der Botrytis-, Monilia- und Coniothyriumsporen 55
7. Julius v. Istvánffi, Sur l'apparition en Hongrie des deux nouveaux ravageurs de la vigne (Ithyphallus impudicus et Coepophagus echinopus) 59
8. Isidor Fröhlich, Experimentelle Erforschung und theoretische Deutung der allgemeinen Gesetzmäßigkeiten der Polarisation des von Glasgittern gebeugten Lichtes 65

Sitzungsberichte.

I. Der III. (mathematisch-naturwissenschaftlichen) Klasse der ungarischen Akademie der Wissenschaften 439
II. Der Fachsektionen der Königl. Ungar. Naturwissenschaftlichen Gesellschaft 441
A) Fachsektion für Zoologie. 441
B) Fachsektion für Botanik 445
C) Fachsektion für Chemie und Mineralogie 451
D) Fachsektion für Physiologie 454

Seite.

Bericht über die Tätigkeit, den Vermögensstand u. a.
der ungarischen Akademie der Wissenschaften und der Königl. Ungar. Naturwissenschaftlichen Gesellschaft.

I. Ungarische Akademie der Wissenschaften 462
II. Kgl. Ungarische Naturwissenschaftliche Gesellschaft . . 463

Repertorium
der ungarischen mathematischen und naturwissenschaftlichen Zeitschriften und Jahrbücher 466

NAMENREGISTER.*

Auer, H., Die Bildung von Hydrogencyanid im elektrischen Bogen 440*.

Augustin, B., Die Fälschung der Blattdrogue von Atropa Belladonna L. 449*.

Bakay, L., Untersuchungen an Handwurzeln von Embryos von Menschen und Säugetieren 439*.

Bernátsky, J., Farne im Deliblater Sande(Ungarisches Tiefland,Temeser Komitat) 445*. — Zur systematischen Anatomie der Convallarieae, Parideae und Polygonatae 446*.

Bodon, K., Die molekularen Konzentrationsverhältnisse krankhafter menschlicher Flüssigkeiten 440.*

Bókay, Á. v., Über den Unterricht in der Pharmakologie 457*.

Borsos, J., Ungarische Pflanzennamen 446*.

Bugarszky, St., Über die quantitative Bestimmung von Äthylalkohol mit Brom 451*.

Cserey, A., Über die Hygroskopizität der Mose 447*.

Csiki, E., Über Myrmerophila acervorum 441*. — Scaphidiidae (auf Grund der Sammelergebnisse von L. Biró in Neu-Guinea) 444*. — Die Paederastie bei Coleopteren (im Anschluß an Rhizotrogus aequinoctialis Herbst) 444*.

Degen, Á. v., bespricht Dimitri Brandzas Plante noue din România 445*.

Detre, L. und Sellei, J., Die hämolytische Wirkung des Sublimats mit besonderer Berücksichtigung der Immunitätsgesetze 47, 440*, 461*.

Doby, E. und Melczer, G., Achsenverhältnis und chemische Zusammensetzung einiger Titaneisen 452*.

Entz, B. und Ónodi, A., Keratosis Pharyngis 440*.

Entz sen., G., Die Farbe der Tiere und die Mimicry 443*.

Ernyei, J., Geschichte des Balsamum hungaricum und Oleum carpaticum 450*.

Fábiáns, G., Über teratologisch ausgebildete Birnen 445*.

* Die mit * bezeichneten Seitenzahlen beziehen sich auf eine Erwähnung oder kurze Besprechung in den Sitzungsberichten.

Farkas, K. und Tangl, F., Die Entwicklungsarbeit im Ei der Forelle 440*.

Fialowski, L., Ungarische volkstümliche Pflanzennamen 447*.

Filarszky, N., Die Algenflora Ungarns 446.

Fröhlich, I., Experimentelle Erforschung und theoretische Deutung der allgemeinen Gesetzmäßigkeiten der Polarisation des von Glasgittern gebeugten Lichtes 65, 439*.

Guszmann, J., Experimentelle Untersuchungen mit implantierten Hautstücken 37, 440*.

Heim, P. und Preisich, K., Über die Entstehung der Blutplättchen 456*.

Hollós, L., Gasteromycetes Hungariae 439*, 446*.

Horváth, G. v., meldet das Hinscheiden Moritz Staubs 443*.

Istvánffy, Gy. v., Über die Lebensfähigkeit der Botrytis, Monilia- und Coniothyriumsporen 55. — Sur l'apparition en Hongrie des deux nouveaux ravageurs de la vigne (Ithyphallus impudicus et Coepophagus echinopus) 59. — Untersuchungen über die Mehltaukrankheit des Weinstockes 446*. — Über die Überwinterung der Peronospora des Weinstockes 446*.

Jancsó, N., Untersuchungen über die Parasiten der Malaria 440*.

Jendrassik, E., Neuere Beiträge zur Physiologie des Ganges 440*. — Neuere Erfolge meiner Studien über das Gehen 458*. — Ein neues Sammellinsensystem aus der Zeiss'schen Fabrik 458*.

Károly, J., Über den Durchgang von Hertzschen Wellen durch Elektrolyte 440*.

Kertész, K., Die Culiciden Ungarns 441*.

Kherndl, A., Über die graphische Theorie der Gelenkträger mit statisch unbestimmbaren Auflagedrücken 439*.

Klein, J., Über M. J. Schleiden, aus Anlaß der 100. Jahreswende der Geburt Schleidens 445*. — Nachruf auf den zweiten Vorsitzenden der botanischen Sektion, Dr. M. Staub 447*.

Klug, L., Der Kegelschnitt als Ort von Punkten, deren Abstandsverhältnisse von gewissen Gebilden konstant sind 440*.

Koch, A., Die geologischen Verhältnisse des Bergzuges von Rudobánya—Szt. András 13, 440*.

Kohaut, R., Eine neue Flohart, Typhlopsylla monticola 442*.

Konek, F. v., Chemische Mitteilungen 439*. — Eine Methode zur Nitrogenbestimmung 440*. — Über einen einfachen Ersatz der Lassaigneschen Stickstoffprobe 451*.

Kontur, B., Die Bibel und die Gramineen 447*.

Kormos, T., Die rezente Gastropodenfauna von Püspökfürdö 441*.

Kosutány, Th. v., Weizen, Mehl und Enzyme 453*.

Kövesligethy, R. v., Die Energie der großen Erdbeben 440*.

Kümmerle, J. B., bespricht die von ihm bestimmten, gelegentlich der 6. Kaukasusexpedition M. Déchys von L. Hollós gesammelten, in der botanischen Abteilung des Ungar. National-Museums befindlichen Farne 450*.

Lenhossék, M. v., Über die Neurofibrillen und die Lehre vom Neuron 460*.
Leopold, A., Über kristallige Glasuren 454*
Liebermann, L. v., Über das Agglutin 454*. — Untersuchungen mit Enzymen 454*.
Loós, L., Über die Heliciden Ungarns 444*.
Lörenthey, E., Paläontologische Studien über tertiäre Dekapoden 29, 440*.
Lósy, J., Biologische Beobachtungen an der marokkanischen und italienischen Heuschrecke 442*.

Mágócsy-Dietz, A., An Hanf angegestellte Zuchtversuche 440*. — Der auf Insektenfang eingerichtete Blütenbau von Araujia sericifera Brot. 446*. — Teratologische Fälle von Zea Mays 448*. — Ein Blütenstand von Ferula Narthex Boiss. aus dem Botanischen Garten der Universität 448*. — Die Blätter von Viscum album 449*. — Die Eibe von Késmárk 449*. — Die Hexenbesenbildung von Robinia Pseudacacia und Prunus domestica 449*. — Der Botanische Garten der Universität 450*.
Márkus, E., Über den Parrschen Kalorimeter 454*.
Melczer, G. und Doby, E., Achsenverhältnis und chemische Zusammensetzung einiger Titaneisenerze 452*.

Ónodi, A., Beiträge zur Kenntnis der Nebenhöhlen der Nase 439*.
Ónodi, A. und Entz, B., Keratosis Pharyngis 440*.
Orient, J., Bürettenhalter 454*.

Péterfi, M., Astomum intermedium 446*.
Preisich, K. und Heim, P., Über die Entstehung der Blutplättchen 456*.
Preisz, H., Über die feinere Konstruktion der Bazillen des Milzbrandes 440*.

Rados, G., Beitrag zur Theorie der regulären Vielecke 1, 439*. — Über die Diskriminante der allgemeinen Kreisteilungsgleichung 439*.
Rapaics, R., Beiträge zur Kenntnis der Vegetation der Gegend von Szolnok 446*.
Rátz, S. v., Die bisher in Ungarn gesammelten Mesocestoiden-Arten 443*.
Róth, R., Über eine eigentümliche Fichtenform in der Hohen Tátra 447*.
Rözsényi, Iv., Über die in Kalkwasser konservierten Eier 452*.

Schafarzik, F., Daten zur genaueren Kenntnis des Szepes-Gömörer Erzgebirges 440*.
Schlesinger, L., Über das Riemannsche Fragment zur Theorie der linearen Differentialgleichungen und daran anschließende neuere Arbeiten 440*.
Sellei, J. und Detre, L., Über die hämolytische Wirkung des Sublimats, mit besonderer Berücksichtigung der Immunität 47, 440*, 461*.
Simonkai, L., Die Vegetation von Fiume und Umgebung im Winter 446*.
Staub, M., Die phänologischen Wärmesummen als Indikatoren der Anpassung der Pflanzen an die Temperatur der Luft 446*.

Tangl, F. und Farkas, K., Die Entwicklungsarbeit im Ei der Forelle 440*.
Tellyesniczky, K. v., Über die rasche Verfertigung von Schnittpräparaten

454*. — Über die Bedeutung der Fette in der Fixiertechnik und bei der Schnittfärbung 455*. — Methode zum Aufkleben von Kolloidinschnittpräparaten 455*. — Der ruhende Kern und die Mitose 459*.

Tóth, S., Die Morphologie der Nasenkapsel von Bombinator igneus Lauk. 442.

Tuzson, J., Über das Bestimmen der Pilze 446*. — Mykologische Beobachtungen 451*.

Vámossy, Z. v., Über die Fähigkeit der Leber zur Zurückhaltung von Giften 455*.

Vásonyi, L., Über das Amylo(Pilzmaisch)-Verfahren 452*.

Wittmann, F., Einige Anwendungen des Oszillographen 440*.

1.

BEITRAG ZUR THEORIE DER REGULÄREN VIELECKE.

Von GUSTAV RADOS, C. M.

Vorgelegt in der III. Klasse der Akademie in der Sitzung am 18. Jan. 1904.

Aus „Mathematikai és Természettudományi Értesítö“ (Mathematischer und Naturwissenschaftlicher Anzeiger der Akademie), Bd. XXII, pp. 66—78.

Wird der Umfang eines Kreises in drei gleiche Teile geteilt, so ist das Verhältnis der Flächenzahlen der ein- und umgeschrie-

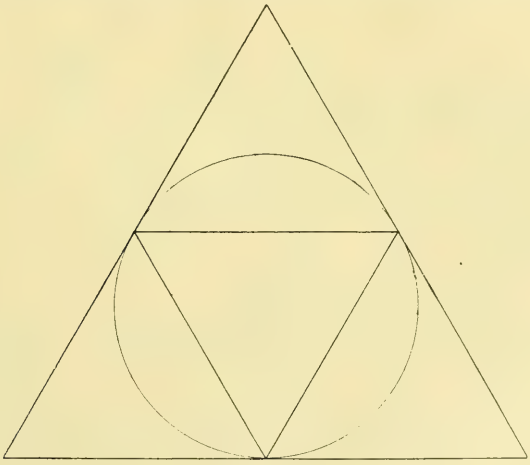


Fig. 1.

benen regulären Dreiecke eine rationale Zahl, wie aus Fig. 1 erhellt. Es ist nämlich

$$\frac{J_3}{C_3} = \frac{1}{4}, \tag{1}$$

wo J_3 und C_3 die Flächenzahl des ein- bezw. umgeschriebenen regulären Dreiecks bezeichnet.

Eine ähnliche Tatsache ergibt sich, wenn man den Inhalt des ein- und umgeschriebenen Quadrates vergleicht. Zeichnet man nämlich die Diagonalen des eingeschriebenen Quadrates, so wird das umschriebene Viereck durch diese und die Seiten des eingeschriebenen Quadrats in 8 kongruente Dreiecke geteilt; die Summe von je 4 dieser Dreiecke ist gleich J_4, so daß man

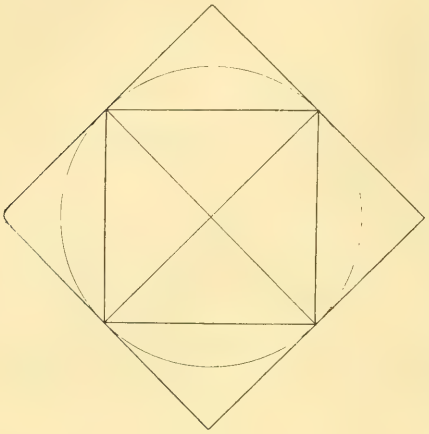


Fig. 2.

$$(2) \qquad \frac{J_4}{C_4} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

erhält. Wird schließlich der sechste Teil OPR des eingeschriebenen regulären Sechsecks mit dem sechsten Teil des umschriebenen regulären Sechseckes $OPQR$ verglichen, so ersieht man, daß durch die Winkelhalbierenden OS, PS, RS des Dreieckes OPR das Viereck $OPQR$ in die kongruenten Dreiecke PQR, PSQ, RSO, PRS zerfällt, so daß

$$\tfrac{1}{6} J_6 = 3\,PRS, \quad \tfrac{1}{6} C_6 = 4\,PRS$$

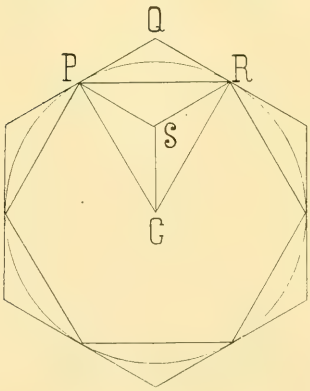


Fig. 3.

ist und folglich sich

$$(3) \qquad \frac{J_6}{C_6} = \frac{3}{4}$$

ergibt.

Wird dagegen der Kreisumfang in 5, 7, 8, 9, 10, ..., n gleiche Teile geteilt, so ist das Verhältnis der Flächenzahlen des zugehörigen ein- und umgeschriebenen regulären Vieleckes nicht mehr rational, vielmehr hat das Verhältnis $\frac{J_n}{C_n}$, wie es elementare Betrachtungen lehren, nur in den Fällen $n = 3, 4, 6$ einen rationalen Wert.

Angesichts dieser Tatsache drängt sich die folgende Frage auf: *Ist es nicht möglich, für die Flächenzahlen der ein- und um-*

geschriebenen regulären Vielecke einen solchen allgemeinen Satz aufzustellen, der ohne Ausnahme giltig wäre und dem sich die Sätze, welche durch die Relationen (1), (2), (3) gegeben sind, als spezielle Fälle unterordnen würden?

In dieser Note wird gezeigt, daß eine solche Verallgemeinerung sowohl für die oben angeführten Sätze, als auch für andere Sätze in der Tat möglich ist.

Wird der Kreisumfang durch die Punkte

$$0, 1, 2, \ldots, n-1$$

in n gleiche Teile zerlegt, so bestimmen diese Punkte, wie aus der elementaren Geometrie bekannt, nicht nur ein, sondern mehrere reguläre Vielecke, deren Anzahl gleich $\frac{\varphi(n)}{2}$* ist, vorausgesetzt daß unter einem regulären Vielecke ein solches verstanden wird, dessen Seiten und Winkel gleich sind. (So wird z. B. in Fig. 4 der Kreisumfang durch die Punkte 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 in 7 gleiche Teile geteilt und die erzeugten $\frac{\varphi(7)}{2} = 3$ regulären Siebenecke sind:

$$0\,1\,2\,3\,4\,5\,6, \quad 0\,2\,4\,6\,1\,3\,5, \quad 0\,3\,6\,2\,5\,1\,4.)$$

Die Sehne $0k$ bildet nämlich die Seite eines regulären Vieleckes, sobald die Zahl k relativ prim zu n ist, da jedoch die Sehnen $0k$ und $0\overline{n-k}$ dasselbe Vieleck erzeugen, ist deren Anzahl gleich $\frac{\varphi(n)}{2}$. In der Reihe dieser Vielecke ist $0, 1, 2, \ldots, (n-1)$ ein gewöhnliches reguläres Vieleck, alle übrigen $0k$ $(2k)$, $\ldots$, $(n-1)k$ sind reguläre Sternvielecke. Die Fläche eines jeden Sternvieleckes besteht aus mehreren Zellen und zu jeder Zelle gehört nach einer bekannten Regel von JACOBI ein Zahlenkoeffizient. Die innersten Zellen (in Fig. 4 einfach bezw. doppelt schraffiert), welche sozusagen den Kern des zugehörigen Sternvieleckes bilden, besitzen die größten JACOBIschen Koeffizienten. Der ebenerwähnte Kern ist nichts anderes als ein umgeschriebenes reguläres n-Eck, dessen Kreis konzentrisch mit dem ursprünglichen ist und welches die Sehne $0k$ zur Tangente hat.

Wenn wir nun verabreden, daß die Fläche je eines Sternviel-

* $\varphi(n)$ ist die Anzahl derjenigen Zahlen $1, 2, \ldots, n-1$, welche relativ prim zu n sind.

eckes durch den Inhalt des Kerns ersetzt werden soll, so können wir die oben aufgestellte Frage durch den folgenden Satz beantworten:

I. *Bezeichnet man die Summe der Flächenzahlen der im Kreise eingeschriebenen* $\frac{\varphi(n)}{2}$ *regulären Vielecke mit* J_n *und die Flächen-*

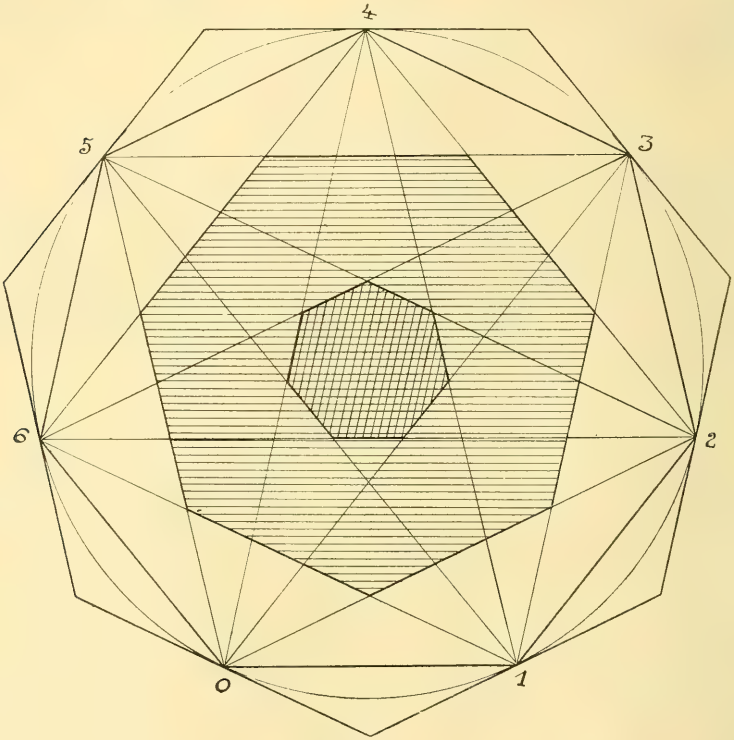


Fig. 4.

zahl des umschriebenen regulären n-Eckes mit C_n*; so ist der Quotient* $\frac{J_n}{C_n}$ *eine rationale Zahl und besitzt den Wert:*

$$\frac{J_n}{C_n} = \frac{\varphi(n) + \varepsilon_n}{4}.$$

In dieser Formel ist, wie schon erwähnt

$$J_n = \sum J_n^{(j)},$$

wo $J_n^{(j)}$ den Inhalt des Kerns bedeutet, welcher zum regulären n-Eck $0k_j(2k_j)\ldots(\overline{n-1}k_j)$ gehört. Das bekannte zahlentheore-

tische Symbol ε_n ist wie gewöhnlich gleich Null, wenn die Zahl n durch eine von Eins verschiedene Quadratzahl teilbar ist; fallen dagegen die Primfaktoren von n alle verschieden aus, dann ist ε_n gleich $+1$ bezw. -1, je nachdem die Anzahl der Primfaktoren eine gerade oder ungerade ist.

1. Die analytische Formulierung des Satzes I und dessen Beweis.

Es sei der Umfang des Einheitskreises durch die Teilpunkte

$$0, 1, 2, \ldots, n-1$$

in n gleiche Teile geteilt; es sollen ferner

$$k_1 (= 1), k_2, \ldots, k_j, \ldots, k_{\varphi(n)}$$
$$[j = 1, 2, \ldots, \varphi(n)]$$

diejenigen Zahlen bedeuten, die kleiner als n und außerdem relativ prim zu n sind, in diesem Falle tritt dann in der Reihe

$$0, k_j, 2k_j, \ldots, \overline{n-1}\, k_j$$
$$[j = 1, 2, \ldots, \varphi(n)]$$

der regulären n-Ecke ein jedes der $\frac{\varphi(n)}{2}$ möglichen n-Ecke zweimal auf. Bezeichnen wir nun den Inhalt des Kerns, welcher zum regulären n-Eck $0, k_j, (2k_j), \ldots, \overline{n-1}\, k_j$ gehört mit $J_n^{(j)}$, dann wird nach unseren obigen Festsetzungen

$$J_n = \tfrac{1}{2} \sum_{j=1}^{\varphi(n)} J_n^{(j)}.$$

Nun muß diese Summe genauer untersucht werden. Fig. 5 stellt das Vieleck $0, k_j (2k_j), \ldots, \overline{n-1}\, k_j$ dar, dessen Kern durch das gewöhnliche reguläre n-Eck $A_1^{(j)}, A_2^{(j)}, \ldots, A_n^{(j)}$ gebildet wird. Sein Inhalt wurde durch $J_n^{(j)}$ bezeichnet. Nun kann dieser leicht ausgerechnet werden. Es sei a_j die Länge der Seite $A_1^{(j)} A_2^{(j)}$ des Dreiecks $A_1^{(j)} A_2^{(j)} O$, ferner m_j die zugehörige Höhe, dann ist

$$m_j = \cos \frac{k_j \pi}{n}$$

$$a_j = 2 m_j \operatorname{tang} \frac{\pi}{n} = 2 \cos \frac{k_j \pi}{n} \operatorname{tang} \frac{\pi}{n},$$

woraus

$$J_n^{(j)} = n \frac{a_j m_j}{2} = n \cos^2 \frac{k_j \pi}{n} \operatorname{tang} \frac{\pi}{n},$$

folglich wird die Inhaltsumme der eingeschriebenen regulären n-Ecke

$$J_n = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\varphi(n)} J_n^{(j)} = \frac{1}{2} n \operatorname{tang} \frac{\pi}{n} \sum_{j=1}^{\varphi(n)} \cos^2 \frac{k_j \pi}{n}.$$

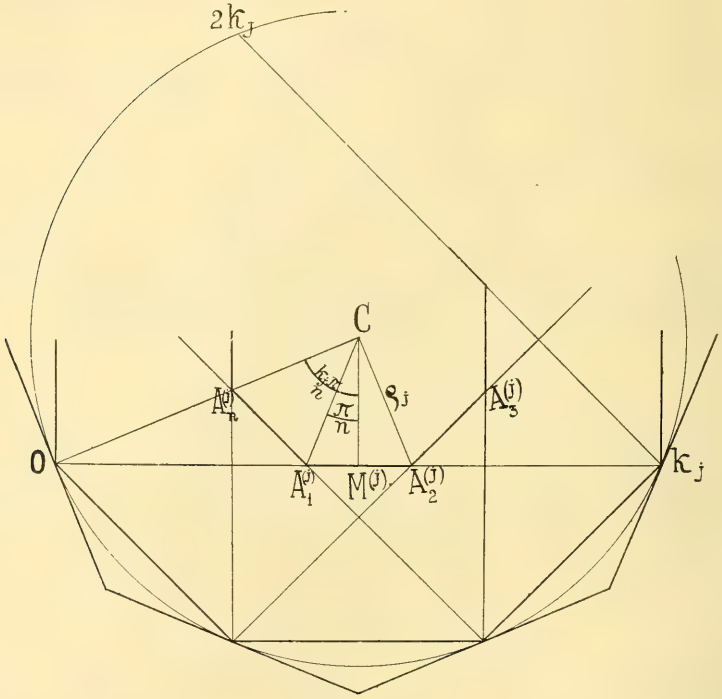


Fig. 5.

Da aber die Flächenzahl des umschriebenen regulären n-Eckes bekanntermaßen

$$C_n = n \operatorname{tang} \frac{\pi}{n}$$

ist, so ergibt sich für das Verhältnis $\frac{J_n}{C_n}$ der Wert

$$\frac{J_n}{C_n} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\varphi(n)} \cos^2 \frac{k_j \pi}{n},$$

dessen Rationalität bewiesen werden soll.

Dies kann nun auf die folgende Weise geschehen. Es ist

$$\cos^2 \frac{k_j \pi}{n} = \frac{1 + \cos \frac{2k_j \pi}{n}}{2},$$

woraus man

$$\frac{J_n}{C_n} = \frac{1}{4}\left[\varphi(n) + \sum_{j=1}^{\varphi(n)} \cos \frac{2k_j \pi}{n}\right]$$

schließt; bezeichnen wir nun mit s_n die Summe der $n$ten primitiven Einheitswurzeln, dann ist

$$s_n = \sum_{j=1}^{\varphi(n)} \left(\cos \frac{2k_j \pi}{n} + i \sin \frac{2k_j \pi}{n}\right),$$

folglich

$$\sum_{j=1}^{\varphi(n)} \cos \frac{2k_j \pi}{n} = \Re(s_n),$$

wo das Symbol $\Re(z)$ den reellen Teil der komplexen Zahl z bedeutet. Und so erhält man

$$\frac{J_n}{C_n} = \frac{\varphi(n) + \Re(s_n)}{4},$$

da aber s_n als eine symmetrische Funktion der Einheitswurzeln eine rationale Zahl ist, wird

$$\Re(s_n) = s_n$$

infolgedessen

$$\frac{J_n}{C_n} = \frac{\varphi(n) + s_n}{4}.$$

Wenden wir nun die von H. DEDEKIND angegebene Regel zur Bestimmung der Potenzsummen der primitiven Einheitswurzeln (vgl. DIRICHLET-DEDEKIND, Vorlesungen über Zahlentheorie IV. Auflage, Supplement VII, die Fußnote auf S. 369) auf unsern Fall an, so ergeben sich daraus

$$s_n = \varepsilon_n$$

und der zu beweisende Satz

$$\frac{J_n}{C_n} = \frac{\varphi(n) + \varepsilon_n}{4}.$$

Die Betrachtung dieser Formel zeigt vorerst, daß imFalle $n = 3$, in welchem $\frac{\varphi(3)}{2} = 1$ ist, d. h. nur ein einziges eingeschrie-

benes reguläres Dreieck existiert und in welchem Falle die Identitäten

$$\varphi(3) = 2, \quad \varepsilon_3 = -1$$

bestehen, der Quotient

$$\frac{J_3}{C_3} = \frac{1}{4}$$

wird; im Falle $n = 4$ ist wieder $\frac{\varphi(4)}{2} = 1$, d. h. es existiert nur ein einziges eingeschriebenes Viereck; da noch

$$\varphi(4) = 2, \quad \varepsilon_4 = 0$$

sind, folgt

$$\frac{J_4}{C_4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2};$$

endlich im Falle $n = 6$ bleibt noch $\frac{\varphi(6)}{2} = 1$, d. h. es existiert nur ein einziges eingeschriebenes Sechseck; da jetzt

$$\varphi(6) = 2, \quad \varepsilon_6 = 1$$

sind, ergibt sich

$$\frac{J_6}{C_6} = \frac{3}{4}.$$

Diese Bemerkungen zeigen aber zur Genüge, daß der eben bewiesene Satz eine naturgemäße Verallgemeinerung der eingangs erwähnten Elementarsätze ist.

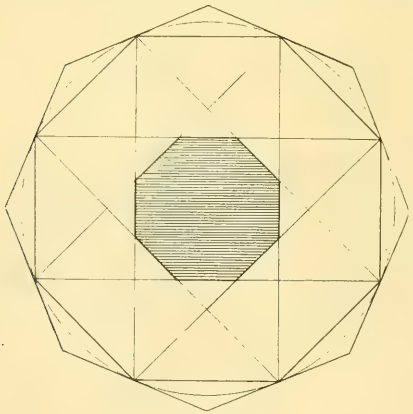


Fig. 6.

Ferner führen wir noch die folgenden interessanten speziellen Fälle an:

für $n = 8$ ist $\varphi(n) = 4$,

$$\varepsilon_n = 0, \quad \frac{J_n}{C_n} = 1,$$

folglich

$$J_8 = C_8,$$

für $n = 12$ ist $\varphi(n) = 4$,

$$\varepsilon_n = 0, \quad \frac{J_n}{C_n} = 1,$$

folglich

$$J_{12} = C_{12},$$

es ist demnach die Inhaltsumme der zwei eingeschriebenen regulären Achtecke gleich dem Inhalte des umgeschriebenen regulären Achteckes (Fig. 6), ebenso ist die Inhaltsumme der zwei einge-

schriebenen regulären Zwölfecke gleich dem Inhalte des umgeschriebenen regulären Zwölfeckes (Fig. 7). Man kann leicht beweisen, daß die Relation

$$J_n = C_n$$

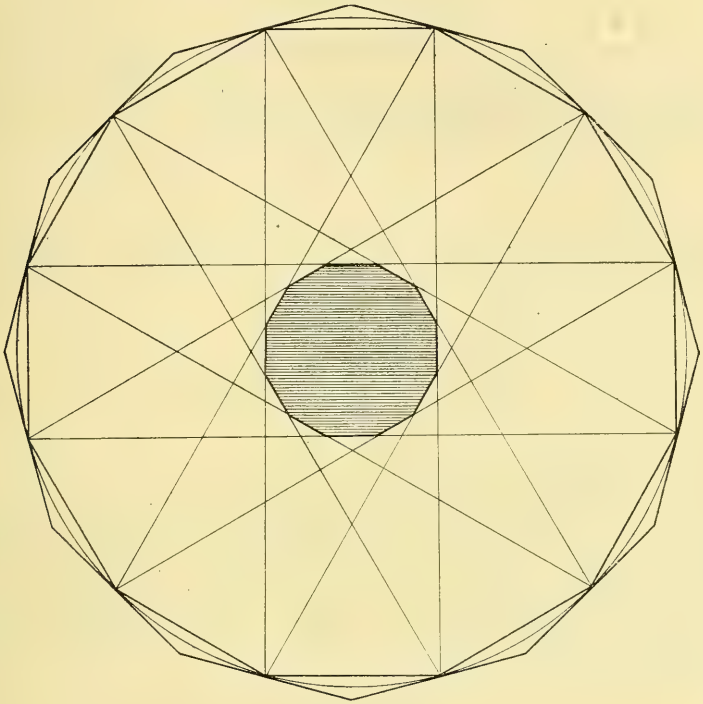


Fig. 7.

nur in den soeben angeführten Fällen besteht; weil doch aus

$$\frac{\varphi(n) + \varepsilon_n}{4} = 1$$

die Forderungen $\varepsilon_n = 0$, $\varphi(n) = 4$ folgen, welche nur in den Fällen

$$n = 8, 12$$

befriedigt sind.

Aus der Struktur der Formel

$$\frac{J_n}{C_n} = \frac{\varphi(n) + \varepsilon_n}{4}$$

ersieht man, daß dieser Quotient nur dann keine ganze Zahl ist,

wenn die Zahl n entweder ein Produkt von verschiedenen Primzahlen oder aber eine Potenz einer einzigen Primzahl von der Form $4k+3$ ist.

2. Verallgemeinerung eines andern elementaren Vielecksatzes.

Aus den Elementen ist es bekannt, daß die Flächenzahl eines im Einheitskreise eingeschriebenen Dreieckes

$$J_3 = \frac{3^{\frac{3}{2}}}{4}$$

ausfällt, der Inhalt des umgeschriebenen regulären Sechseckes wird durch die Formel

$$C_6 = 3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}$$

gegeben, folglich ist das Produkt von J_3 in C_6

$$J_3 C_6 = \frac{3^2}{2}$$

eine rationale Zahl.

Man kann auch diesen Satz verallgemeinern, wenn nur der Begriff der Flächenzahl eines Sternvielecks in geeigneter Weise festgesetzt wird. Wir werden beweisen, daß, wenn zur Berechnung der Flächenzahl die Jacobische* Regel angewendet wird, man dann, die Seitenanzahl p immer als eine Primzahl voraussetzend,

$$C_{2p} \sum_{j=1}^{\frac{p-1}{2}} J_p^{(j)} = \frac{p^2}{2},$$

erhält, wo $J_p^{(j)}$ die Flächenzahl des $j$ten Sternvielecks, nach Jacobi, bezeichnet und C_{2p} die Flächenzahl des umschriebenen regulären $2p$-Eckes angibt.

Nach der Jacobischen Regel wird der Inhalt eines regulären n-Eckes durch den Ausdruck

$$\tfrac{1}{2}[x_1y_2 - x_2y_1 + x_2y_3 - x_3y_2 + \cdots + x_{n-1}y_n + x_ny_{n-1} + x_ny_1 - x_1y_n]$$

* Vgl. Jacobi, „Regel zur Bestimmung des Inhalts der Sternpolygone". Crelle Journal Bd. 65, p. 173.

geliefert, worin

$$x_1y_1,\ x_2y_2,\ \cdots,\ x_ny_n$$

die Koordinaten der Eckpunkte bezeichnen.

Wird der Kreisumfang durch die Punkte

$$0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ p-1$$

in p gleiche Teile geteilt und wählen wir die Gerade, welche den Mittelpunkt des Kreises mit dem Teilpunkte 0 verbindet, als Abszissenachse, dann werden die Koordinaten der Eckpunkte des j-ten Sternvieleckes durch die Formeln

$$x_1 = \cos\frac{2k_j\pi}{p},\quad x_2 = \cos 2\,\frac{2k_j\pi}{p},\ \cdots,$$

$$x_{p-1} = \cos(p-1)\,\frac{2k_j\pi}{p},\quad x_p = \cos 2p\,\frac{2k_j\pi}{p} = 1,$$

$$y_1 = \sin\frac{2k_j\pi}{p},\quad y_2 = \sin 2\,\frac{2k_j\pi}{p},\ \cdots,$$

$$y_{p-1} = \sin(p-1)\,\frac{2k_j\pi}{p},\quad y_p = \sin 2p\,\frac{2k_j\pi}{p} = 0,$$

$$\left(j = 1,\ 2,\ \cdots,\ \frac{p-1}{2}\right)$$

angegeben, wo die Buchstaben

$$k_1,\ k_2,\ \ldots$$

diejenigen Zahlen bezeichnen, welche kleiner als $\frac{p}{2}$ und außerdem relativ prim zu p sind. Nun ist aber

$$x_iy_{i+1} - x_{i+1}y_i = \cos i\,\frac{2k_j\pi}{p}\sin(i+1)\,\frac{2k_j\pi}{p}$$
$$-\cos(i+1)\,\frac{2k_j\pi}{p}\sin i\,\frac{2k_j\pi}{p} = \sin\frac{2k_j\pi}{p},$$

und somit ergibt sich nach der JACOBIschen Regel als Flächenzahl des $j$ten regulären p-Eckes

$$J_p^{(j)} = \sum_{i=1}^{p}(x_iy_{i+1} - x_{i+1}y_i) = \frac{p}{2}\sin\frac{2k_j\pi}{p},$$

infolgedessen wird die Inhaltsumme

$$\sum_{j=1}^{\frac{p-1}{2}} J_p^{(j)} = \frac{p}{2}\left[\sin\frac{2\pi}{p} + \sin 2\,\frac{2\pi}{p} + \cdots + \sin\frac{p-1}{2}\,\frac{2\pi}{p}\right]$$
$$= \frac{p}{4}\operatorname{cotg}\frac{\pi}{2p},$$

da aber die Flächenzahl des umschriebenen regulären $2p$-Eckes

$$C_{2p} = 2p\,\operatorname{tang}\frac{\pi}{2p}$$

beträgt, so folgt die Relation

$$C_{2p}\sum_{j=1}^{\frac{p-1}{2}} J_p^{(j)} = \frac{p^2}{2},$$

die nun den zu beweisenden Satz ausdrückt.

Ich erwähne noch, daß ähnliche Sätze auch für die umgeschriebenen Sternvielecke gelten, die Ermittelung und der Beweis derselben kann jedoch in vollkommener Analogie mit den vorhergehenden durchgeführt werden.

2.

DIE GEOLOGISCHEN VERHÄLTNISSE DES BERGZUGES VON RUDOBÁNYA-SZT. ANDRÁS.

(Mit einer Tafel geol. Durchschnitte).

Von ANTON KOCH, o. M. d. ung. Akad.

Vorgelegt der Akademie in der Sitzung am 18. April 1904.

Aus „Mathematikai és Természettudományi Értesítö". (Math. und Naturw. Anzeiger der Akademie). Band XXII, p. 132—145.

Im Jahre 1897 hatte ich Gelegenheit im Auftrage der Hernadthaler ung. Eisenindustrie-Aktiengesellschaft den genannten, im Gebiete der Komitate Borsód und Abaúj-Torna sich erstreckenden Bergzug geologisch zu begehen. Als Ausgang und Basis zu meinen Untersuchungen dienten mir die von der k. k. geol. Reichsanstalt herausgegebene geologische Spezialkarte der benannten Gegend und die darauf bezüglichen kurzen Berichte*, in Bezug der Vorkommnisse von Eisenerzen aber die zusammenfassende Monographie von Livius Maderspach.** Mit den daraus geschöpften Vorkenntnissen habe ich den besagten Bergzug vom 2. August 1897 bis zum 17. August nach allen Richtungen durchstreift, und habe ich nach eigenen Beobachtungen und Aufsammlungen über dessen petrographische Zusammensetzung, geologi-

* D. Ferd. Hochstetter. Über die geologische Beschaffenheit der Umgebung von Edelény. Jahrb. d. k. k. geol. Reichsanst. 1856. VII. p. 692. Franz Foetterle. Das Gebiet zwischen Forró, Nagy-Ida, Torna, Szalócz, Trizs und Edelény. Verhandl. der k. k. geol. Reichsanst. 1868. p. 276. *Derselbe.* Vorlage der geologischen Detailkarte der Umgebung von Torna und Szendrö. Verh. der k. k. geol. Reichsanst. 1869. p. 147.

** Magyarország vasérczfekhelyei (Die Eisenerzlagerstätten von Ungarn) Ausgabe der kgl. ung. Naturwiss. Gesellschaft. Budapest 1880.

schen Bau, sowie auch über das Vorkommen und die Verbreitung der Eisenerze in mehreren Beziehungen ein neues Bild gewonnen, welches ich kurz zu beschreiben für wert halte.

Der von mir nach den an beiden entgegengesetzten Enden liegenden Ortschaften benannte *Bergzug von Rudobánya-Szt. András* bildet den südöstlichen Rand des großen Triaskalk-Plateaus der Komitate Gömör und Abaúj-Torna, welcher in seiner nördlichen Hälfte durch das Bodva-Tal davon abgeschnitten erscheint, während seine südliche Hälfte ununterbrochen damit in Verbindung steht. Das allgemeine Streichen dieses Bergzuges, welches mit jenem der zusammensetzenden Gesteinschichten genau zusammenfällt, geht von SSW nach NNO. Zwischen den Orten Perkupa und Szalonna durchbricht der Bodva-Fluß unseren Gebirgszug, indem er in einem lehrreichen Durchschnitt dessen inneren Bau aufschließt. An sonstigen Stellen bieten nur die natürlichen Entblößungen der Täler und die künstlichen Aufschlüsse der Eisengruben und Schürfungen einen ziemlich guten Einblick in dessen geologischen Bau.

I. Die geologischen Formationen unseres Bergzuges.

Die Reihe der den Bergzug zusammensetzenden geologischen Bildungen ist, von unten nach oben, folgende:

1. Die sog. *Werfener Schiefer der unteren Trias* bilden die tiefsten, also die Grundschichten unseres Gebirges; denn den Kalkstein des über Rákó sich erhebenden Osztramos-Berges kann ich als karbonisch, wofür ihn die wiener Geologen erklärten, nicht anerkennen. In der Umgebung von Perkupa und Dobodél, hinaufzu bis Rákó, bilden schmutziggraue oder bräunlichrote, glimmerreiche feine Sandsteinschiefer, am nordöstlichen Abhang des Osztramosberges aber, in dem herabziehenden Graben, grün gestreifte und gefleckte dunkelrote Tone die herrschenden Gesteine. An anderen Orten, besonders im Durchschnitte zwischen Szín-Perkupa und Szalonna, herrscht ein in dünne Lamellen spaltender dunkelgrauer Tonschiefer vor, dessen näher zur Oberfläche liegende Schichten infolge der Verwitterung eine hellere, schmutzig grauliche oder bräunliche und gelbliche Farbe annehmen.

Dieser Tonschiefer lagert abwechselnd mit einem gleichfarbigen, manchmal hornsteinführenden, sehr dichten, splitterig brechenden Kalkstein, welcher manchmal in Form kleinerer oder größerer Knollen und Nester zerstreut eingeschlossen vorkommt. Im höheren Horizonte werden die dunkelgrauen Kalkeinlagerungen häufiger und mächtiger. Am meisten auffallend ist das entlang der Landstraße zwischen Perkupa und Szalonna, in dem schönen Aufschluß des Telekesoldal, wo man außerdem auch die Zwischenlagerung eines groben Quarzporphyr-Konglomerates, in Verbindung mit einem dünnen Quarzporphyrgang, beobachten kann. Dieses eigentümliche Quarzporphyr-Konglomerat ist in 6—10 m mächtigen Bänken zwischen schwarzen Tonschiefer eingelagert. In der Mitte der mächtigsten Bank zieht eine mit weißen Kalzitadern durchwobene, dunkelgraue Kalksteinlage hindurch, welche zum Zwecke der Straßenschotterung besonders abgebaut wird. Das Einfallen sämtlicher Schichten ist etwa 60° nach SO. Derselbe Quarzporphyr, welcher hier hauptsächlich als Einschluß des Riesenkonglomerates erscheint, bildet gegenüber diesem Vorkommen, am linken Ufer des Bodva-Flusses, am Fuße des Dunnatetöberges eine kleine Kuppe, welche auf der geologischen Spezialkarte der k. k. geologischen Reichsanstalt unrichtig als Melaphyr bezeichnet wurde. Es ist das nichts anderes, als der Ausbruchspunkt des am rechtseitigen Bodvaufer auftretenden Porphyrkonglomerates, also ein kleiner Eruptivstock des Quarzporphyrs. Hier erhielt ich noch die frischesten Handstücke von dem in Rede stehenden massigen Gestein.

Beschreibung des Quarzporphyrs von Szalonna. Das Gestein der eben erwähnten kleinen Kuppe besitzt eine mittelporphyrische Textur. In seiner bräunlichgrünen, dichten, splitterig brechenden Grundmasse sieht man 2—7 mm große, weiße kaolinisierte Feldspatkriställchen ziemlich dicht ausgeschieden. Zwischen ihnen bemerkt man unter der Lupe viel seltener eingestreut Kristallkörner von grauem Quarz in Mohn- bis Hirsekorngröße. Hie und da zeigen sich auch Rostflecke im Gestein. Mit Salzsäure braust das Gestein nur schwach, vorübergehend. Unter d. M. zeigt die hellrindenbräunliche Grundmasse im polarisierten Lichte das Bild eines mikrokristallinischen Mosaiks. Die ausgeschiedenen

Feldspatschnitte zeigen starke Kaolinisierung und polarisieren ebenfalls in bunten Farben; aber auch größere einfarbige Flecke zeigen sich in ihnen, ohne Spuren irgendwelcher Zwillingsstreifen. Nach diesem Verhalten darf man auf irgend einen Orthoklas schließen, dessen Reihe aber wegen starker Zersetzung nicht mehr bestimmt werden konnte. Die Quarzschnitte sind wasserklar, mit vielen Einschlüssen erfüllt, von abgerundeter Form. Von irgend einem farbigen Bestandteil sah ich keine Spuren. Die Grundmasse der weniger frischen Handstücke ist heller graulichgrün, aber ebenso dicht und splitterig brechend, wie jene des frischesten Gesteins. Unter d. M. sah ich außer den beschriebenen Mineralausscheidungen auch hier kein farbiges Mineral; nur in einem Feldspatschnitt fiel mir ein kleines grasgrünes Mineralpartikel als Einschluß auf.

Die abgerundeten Porphyreinschlüsse des groben Konglomerates sind mehr oder weniger verwittert, von bedeutend hellerer Farbe, und brausen mit Salzsäure um die stark kaolinisierten Feldspate herum sehr lebhaft. Es kommt das von reichlicher Kalzitausscheidung, welcher auch in Form von Adern das Gestein durchschwärmt. Die Grundmasse der weniger verwitterten Blöcke ist noch bräunlichgrau, noch immer dicht, hornsteinähnlich; wogegen die stark verwitterten schon taubengrau sind, und oberflächlich betrachtet einem dichten Kalkstein ähnlich sind, umsomehr, da sie mit Salzsäure überall lebhaft und andauernd brausen. Unter d. M. erscheinen in solchen die stark gestreiften Kalcit-Körner und Adern in großer Menge; wenn man sie aber mittels Salzsäure herauslöst, zeigt das zurückbleibende Gestein dieselbe Zusammensetzung, wie die beschriebenen frischen Exemplare. Was das spärliche Zement dieses Riesenkonglomerates betrifft, welches die Quarzporphyrstücke von Haselnuß- bis Kubikmetergröße verbindet, so scheint das aus einem feinkörnigen Gemenge von Kalzit, Chlorit, Kalk und Quarz zu bestehen; ich konnte jedoch das mitgebrachte wenige Material einer eingehenderen Prüfung nicht unterwerfen.

Jedenfalls haben wir es hier mit einem kleinen Ausbruche von Quarzporphyr zu tun, welcher während der Ablagerung der Werfener Schiefer, also am Beginne der Triasperiode vor sich

gehen mußte, und welcher vielleicht wiederholt mit Auswurf von vulkanischen Bomben begleitet war, bis zulezt das Ausfließen der Porphyrlava den Ausbruch abgeschlossen hatte.

Der oben erwähnte dunkelgraue Tonschiefer, samt dem eingeschlossenen dunkeln Kalkstein, ist auf der geol. Spezialkarte der k. k. geol. Reichsanstalt, meiner Ansicht nach unrichtig, als Liasschiefer eingetragen. Von diesem Alter kann er aber deshalb nicht sein, weil er überall, wo er innerhalb unseres Gebirgszuges erscheint, nicht im Hangenden der Triaskalke, sondern in deren Liegendem vorkommt, indem er unter diese einfällt. So ist es auch am Telekesoldal der Fall, wo seine Schichten bis unter 60° deutlich gegen SOO, also unter den Triaskalkfels einfallen, welcher sich über der warmen Quelle von Szalonna erhebt.

Am Fuße des östlichen Randes unseres Gebirgszuges erscheint je eine kleine Partie davon an zwei Punkten. Der eine befindet sich nördlich von Szalonna am Talgrunde; der andere aber nördlich von Martonyi, am Bergabhang zwischen den Tälern des Kis- und Nagy-Rednek, wo man den dunklen Schiefer während der Schurfarbeiten auf Eisenstein gleich unter der Oberfläche vorfand. Es ist aus diesen Vorkommnissen klar, daß sie in dem tiefsten Horizonte sämtlicher Triasablagerungen dieses Bergzuges liegen.

Ich fand diese Schiefer jedoch auch in der Achse des Gebirges, an zwei ziemlich hoch gelegenen Punkten vor. Der eine befindet sich am Grunde des Klosterruinentales von Martonyi, der andere aber auf der östlichen Seite der 488 m hohen Tilalmasbérczspitze. Aber auch hier befinden sie sich nicht im Liegenden der Triaskalke, sondern wurden infolge starker Schichtfaltungen, samt den übrigen untertriadischen Schichten, an die Oberfläche hinaufgepreßt, wie das in den beiliegenden Durchschnitten Nr. II und III dargestellt wurde.

2. *Untertriadischer Mergelschiefer und Plattenkalk, wechsellagernd.* Über den beschriebenen Sandstein- und Tonschiefern (Werfener Schiefer) folgt eine mächtige Reihe von Schichten, welche abwechselnd aus grauen, verwittert schmutziggelben und braunen Mergelschiefern und aus dichtem oder feinkörnigem plattigen Kalkstein besteht und die Hauptmasse unseres Gebirgszuges ausmachen. In einer Bank des zwischengelagerten Kalksteines fand

ich an zwei Punkten schlechte Muschelreste, und zwar am Wege zur Klosterruine von Martonyi, ferner an mehreren Stellen des Dobodéler Fehérkö-Berges; sonst ist dieser Kalk ebenfalls versteinerungsleer. Unter den fest und dicht eingewachsenen Muscheln konnte ich eine kleine *Avicula sp.* erkennen, doch konnte deren Art nicht näher bestimmt werden.

Diese bald dichten, bald feinkörnigen Kalke sind im frischen Zustande gleichmäßig dunkelgrau; die an der Oberfläche den Athmosphärilien längere Zeit ausgesetzten Schichten aber besitzen schmutziggelbe, rötliche oder bräunliche Farben. Es kommen auch zelligporöse, rauhwakkenartige, mehr oder minder verwitterte Kalksteine vor, und zwar gewöhnlich in der Nähe von Eisensteinlagern. Auf das nahe Auftreten von Eisensteinlagern weisen aber noch entschiedener die von Eisenrost durchdrungenen, schmutziggelben oder braunen okkerigen Kalke hin, welche in der Nähe der bereits aufgeschlossenen Eisenlagerstätten überall häufig zu finden sind.

In den Umgebungen von Szín und Petri endlich kommt über dem Werfener Schiefer in bedeutender Mächtigkeit und Verbreitung dunkelgrauer bis schwarzer, knolliger oder wellig gebogener, dünntafeliger Kalkstein mit dünnen Mergelschiefer-Zwischenschichten wechsellagernd, vor, welchen die wiener Geologen als Virgloria- oder Wellenkalk in die Karte eintrugen.

Gegen das Hangende dieses Schichtkomplexes tritt der Mergelschiefer gegen den zwischengelagerten Kalkstein allmählich zurück, sodaß zuletzt reiner Kalkstein übrig bleibt, welcher dem deutschen Muschelkalk entsprechen dürfte, wenngleich sich Versteinerungen hier nicht vorfinden.

3. *Mitteltriadischer Kalkstein.* Auch dieser ist dunkelgrau, wie der vorher erwähnte Kalk, jedoch gewöhnlich mit weißen Kalkspatadern durchdrungen, außerdem ist er nicht mehr plattig, wie der vorherige, sondern kommt in wohl geschichteten, dicken Bänken vor, für sich allein bedeutende Felsmassen bildend. Stellenweise nahmen die an die Oberfläche austretenden Schichtbänke, infolge der Oxydation des Eisenoxydulgehaltes, eine braunrote Farbe an. In der Nachbarschaft der Eisenerzlager wird er kurzklüftig oder bröckelig, und mehr oder weniger Eisenoxyd-

hydrat durchdringt diesen Kalk, ja an dem Kontakte mit den Eisenerzen ist er beinahe ganz zu Eisenerz verwandelt, sodaß man den ursprünglichen Kalkstein nur an der vom Kalkspat herrührenden Aderung erkennen kann.

Auch jenen eigentümlich bunten, kalkspaterfüllten, zelligen Kalkstein rechne ich hieher, welcher an der Verlängerung des südlichen Osztramosabhanges in Form eines Felsens emporragt; ebenso halte ich es für wahrscheinlich, daß auch das ursprüngliche Gestein des von Kalzitadern durchdrungenen Eisensteins am Osztramos hierher zu rechnen ist.

4. *Obertriadischer Kalkstein.* In der Reihe der unseren Gebirgszug bildenden Triasschichten besteht das oberste Glied aus einem graulich-, bräunlich oder gelblichweißen, dichten, splitterigen Kalkstein, in dem Versteinerungen ebenfalls fehlen. Dieser Kalkstein kommt, im Gegensatze zu den vorigen, in weniger deutlich geschichteten, stark zerklüfteten Bänken vor, an welchen man gewöhnlich nur das Schichtstreichen deutlich wahrnimmt, wogegen das Verflächen selten gut auszunehmen ist. Solche Kalksteine kommen entweder an Rücken und den höchsten Gipfeln unseres Gebirgszuges oder dessen östlichen Rand entlang in kleineren oder größeren Partien zerstreut vor. Die Ursache davon ist teils in Verwerfungen, teils in Denudationen zu suchen; denn der letzteren Einwirkung war diese Kalkdecke unter allen den Triasablagerungen seit der Erhebung unseres Gebirges am meisten ausgesetzt.

Der Kalk der schroffen Felswand und des scharfen Grates am Osztramosberg besitzt genau dieselbe Beschaffenheit. Deshalb schon, aber hauptsächlich aus tektonischen Gründen, kann ich mich der Auffassung der wiener Geologen nicht anschließen, die denselben für eine, inmitten des Triasgebietes unerwartet hervorragende karbonische Scholle hielten. Wenn diese Auffassung richtig wäre, dann müßte man in der Richtung des Schichtstreichens gewiß noch an mehreren Stellen Spuren jener gewaltsamen Verwerfung finden, zufolge deren die karbonischen Schichten durch die allgemeine Decke der Triasschichten an die Oberfläche gelangten. Am Südabhange des Osztramos fand ich ferner einen solchen veränderten Kalkstein anstehend, welcher an den Kalk-

stein der dritten Gruppe erinnert und das Liegende des lichtgrauen Kalkes des Bergrückens bildet.

5. *Jungtertiäre Ablagerung mit Limonitkonkretionen.* Solche konnte ich unter dem, den östlichen Fuß des Gebirges überdeckenden diluvialen gelben Lehm bloß an einer Stelle nachweisen. Diese Stelle befindet sich im Tale von Martonyi, in einem tiefen Wasserriß am Waldrande, wo unter dem diluvialen Lehm lichtgrauer, durch Eisenrost etwas gefleckter, sandiger Tegel in vertikal zerklüfteten Wänden ansteht, welcher mit braunen oder gelben, konzentrisch schaligen tonigen Limonitkonkretionen oder unregelmäßigen Nestern und Lagen dicht erfüllt ist. Ebensolche Limonitknollen findet man, auf der diluvialen Decke zerstreut, an mehreren Punkten häufig: so besonders am Feldweg, welcher von Szalonna auf den Szárhegy (Berg), und von da nach Martonyi führt, ferner an den unteren Gehängen, welche zwischen Szt. András und Also Kovácsipuszta das gegen Süden sich öffnende Tal begleiten; endlich in dem gelben Lehm, welcher das mächtige Eisenerzlager von Rudobánya bedeckt, wo die Konkretionen zu bedeutender Größe anwachsen und oft Klappersteine bilden. Alle diese Vorkommnisse sind deshalb beachtenswert, weil es die Erfahrung lehrt, daß unter solchen Deckschichten mit Limonitkonkretionen oft auch die Eisenerzlager nahe liegen und somit der in der Tiefe sich ausgeschiedene Eisengehalt in kleinerem Maße bis an die Oberfläche hinaufdrang.

6. *Diluvialer Süßwasserkalk und Kalkbreccie.* Am östlichen Rand unseres Gebirgszuges finden wir von der warmen Quelle (16° C) bei Szalonna angefangen bis zu der ähnlichen Quelle von Martonyi, an mehreren Punkten, inmitten des diluvialen Lehmes hell gelblichbraunen oder graulichen, durch Schneckengehäuse löcherigen Kalktuff in kleineren oder größeren Blöcken, welche rezente Schneckenarten einschließen. Neben der warmen Quelle bei Szalonna liegen diese herausgewittert in größerer Menge umher, und zwar:

Planorbis (*Tropodiscus*) *umbilicatus Drap.*, sehr häufig;
Limnaeus (*Limnophysa*) *palustris* Müll.;
„ „ *palustris* Müll. var. *turricula* Held;
Amphibina cf. *elegans* Risso;

Helix (*Xerophila*) *striata* MÜLL.;
„ „ aff. *striata* MÜLL., eine Form, welche bei uns nicht mehr vorkommt;
Pupa (*Torquilla*) *frumentum* DRAP.

Nördlich von Szalonna, am Hügel Namens „Borzlyukak", liegen größere Blöcke eines gelblichbraunen, bituminösen Süßwasserkalkes auf den Feldern, in welchen man nur Steinkerne der Schneckengehäuse findet, und zwar: eine *Campylaea sp.*, eine *Helix sp.* und eine größere *Bulimus sp.*, deren Arten nicht näher bestimmt werden konnten. Dieser Süßwasserkalk erinnert sehr an den Süßwasserkalk der pannonischen Stufe, welcher bei Budapest am Rücken des großen Schwabenberges weit verbreitet vorkommt, und ist es nicht ausgeschlossen, daß auch das hierortige Vorkommen noch gegen Ende der Tertiärzeit zur Ablagerung kam.

Dieser aus den noch jetzt hervorquellenden warmen Quellen abgelagerte Kalktuff füllt aber in größter Menge die Lücken jener Triaskalkgerölle aus, welche am östlichen Fuße des Gebirges aufgehäuft vorkommen, auf diese Weise selbe zu einer dickbankigen diluvialen Breccie verbindend. Diese Kalkbreccien treten besonders am Abhang unter den Weingärten von Szalonna in dicken Bänken auf, und bei Martonyi entspringt die warme Quelle auch aus einer solchen Breccienbank. Dieses zum Teil noch lose, zum Teil durch Kalktuff verkittete Triaskalkgerölle bedeckt vom linken Bodvaufer bei Szalonna an bis hinauf zu den östlichen Ausläufern des Szárhegy, in bedeutender Mächtigkeit die anstehenden älteren Gebilde, und nur an einer Stelle tritt aus ihr die tiefste der Triasschichten, der dunkelgraue Tonschiefer, mit denselben nierenförmigen Knollen, welche auch bei der Eisenerzgrube von Martonyi vorkommen, zu Tage.

7. *Diluvialer roter Ton (Terra rossa) mit Eisensteineinschlüssen.* Am Rücken des Hangyástetö, nordwestlich von Szin, habe ich auf den Schichtbänken des hellgrauen Kalkes der oberen Trias, mehrere Meter mächtig, einen lebhaft roten, sehr eisenoxydreichen Ton beobachtet, welcher der Terra rossa des Karstgebietes entspricht. In diesem roten Ton, da eben noch Eisenerz darin geschürft wurde, fanden sich Einschlüsse kleinerer oder

größerer Schichtfragmente von Werfener Schiefern, halb zu Eisenerz umgewandelt. Wahrscheinlich gelangten diese Einschlüsse schon im Zustand von umgewandeltem Eisenerz in den Ton hinein, so daß der Umwandlungsprozeß nicht erst im Tone vor sich ging. So viel schien mir jedoch gewiß, daß man in dieser roten Tondecke auf bedeutendere Eisenerzvorkommnisse nicht rechnen kann. Nebenbei muß ich noch bemerken, daß sowohl hier, als auch an mehreren Stellen am Rücken unseres Gebirgszuges, sich bereits jene Karsterscheinungen zeigen, welcher weiter gegen Westen zu, am Sziliczeer Kalkplateau, in größerem Maße entwickelt sind.

II. Die Verhältnisse des Eisenerzvorkommens innerhalb der beschriebenen Triasschichten.

Da ich mich mit der inneren Struktur und der mineralischen Zusammensetzung der Eisensteinlagerstätten näher nicht beschäftigt habe, will ich hier bloß die Verhältnisse ihres Vorkommens, welche ich in unserem Gebirgszug mit Aufmerksamkeit verfolgt habe, näher besprechen.

Die Eisenerze kommen nach meinen Beobachtungen hauptsächlich inmitten der zweiten Schichtgruppe mit demselben Streichen und Einfallen vor, es sind also Einlagerungen, welche jedoch auch in kleinere oder größere Stöcke zerrissen, den Gebirgszug entlang ziehen. In den großartigen Grubenaufschlüssen von Rudobánya und Felsö-Telekes kann man gut beobachten, daß parallel mit den steil einfallenden Eisensteinlagern, am Kontakte mit ihnen stark veränderte, mehr oder minder in Eisenerz verwandelte Kalksteine das Lager begleiten. Auch noch weiter entfernt davon sind die ursprünglich dunkelgrauen Kalksteine ockergelb oder braun gefärbt, wobei der damit wechsellagernde Mergelschiefer zu einem gelben Lehme zerfiel. Auch in den bisherigen Eisenerzschürfen von Martonyi konnte man sehen, daß im engen Kontakte mit dem Eisensteinlager die begleitenden Gesteine entweder aus gelbem ockerigen Tonmergel — der aufgelöste Mergelschiefer — oder aus eisenspätigem Kalkstein, oder gelbem ockerigen Kalk, öfter mit dem Eisenerz noch fest verwachsen, bestehen.

In der Eisensteingrube von Felső-Telekes kann man mit dem Eisenerzlager im Kontakte mächtige Schichtbänke von umgewandeltem Kalkstein mit Kalkspatadern beobachten, welche dem Muschelkalke der mittleren Trias entsprechen. Aus diesen Tatsachen geht also hervor, daß die Eisensteinlager hier schon im oberen Horizonte der zweiten Schichtgruppe liegen.

Bei Martonyi ist man in der Nähe des Eisensteinlagers mit einem Schurfstollen auf dunkelgrauen Tonschiefer gestoßen, welcher Umstand darauf hinweist, daß hier das Lager im tiefsten Horizonte der zweiten Schichtgruppe vorkommt.

Am Fuße der steilen Kalkwand des Osztramos-Berges bei Rákó fand sich Brauneisenerz unter dem von oben herabgefallenen Gerölle. Das Hangende dieses Stockes ist weißer, körniger Kalk, den die wiener Geologen für karbonisch erklärten, während ich auch diesen in die obere Trias versetze. Das Brauneisensteinlager selbst, welches auffallend viel Kalkspatadern enthält, ist wahrscheinlich in dem darunter folgenden Muschelkalk eingebettet, welcher am steilen Nordgehänge des Berges aus den hohen Geröllmassen nicht heraustritt, wohl aber an seinem Südabhang, sogleich über den Mergelschiefern der unteren Trias.

Bei Szt. András findet sich nach L. Maderspach (c. W. p. 78) am Gehänge namens Káposztás in den Spalten und Höhlungen des Dolomites mürber, schwarzer, manganreicher Eisenstein abgelagert. Nach meinen Beobachtungen herrschen in der Umgebung von Szt. András, gleich über den Werfener Schiefern, die zu zellig porösen Gestein umgewandelten Kalksteine und Mergelschiefer der zweiten Schichtgruppe, wie solche auch bei Martonyi in der Umgebung des Eisensteinlagers vorkommen.

Nach L. Maderspach (c. W. p. 80) zeigen sich neben Szalonna am Kishegy selbst in dem schwarzen Schiefer, und am linken Ufer des Bodvaflusses, in einem tiefen Graben unmittelbar über diesem Tonschiefer der unteren Trias, also im Mergelschiefer und Kalk der zweiten Schichtgruppe, Spuren von Eisenerz; die Schürfungen haben jedoch bis dato noch kein ausgiebiges Lager erschlossen. Wenn in der Richtung von hier nach Martonyi am Rande des Gebirgszuges auch ein Eisenerzlager vorhanden wäre, so müßte es tief unter der diluvialen Kalkbrecciendecke liegen.

In der Umgebung von Perkupa, im Tale des Telekes-Baches, sah ich ebenfalls im schwarzen Schiefer, welcher mit dem darunter folgenden Werfener Sandsteinschiefer in Berührung steht, einen Schurfstollen. Auf der Halde fand ich schwarze, schwere, eisenhaltige Knollen und vererzte rötliche Sandsteinschiefer, aber kein reineres Eisenerz. Letzteres ist ganz ähnlich jenen Einschlüssen, die ich bei Szin am Hangyástető-Rücken im roten Ton (Terra rossa) gesehen habe. Es ist also wahrscheinlich, daß auch innerhalb des Werfener Schiefers vererzte Partien vorkommen.

Nach diesen Tatsachen und Beobachtungen, die Verbreitung der Eisenerze betreffend, kommt man zu dem Schluß, daß die Eisenerze, in Form von Lagern oder häufig unterbrochenen kleinen Stöcken, von Rudobánya angefangen über Felső- und Alsó-Telekes, dem Tale des Czinegebaches aufwärts in der allgemeinen Streichungsrichtung der Triasschichten (hora 2) dahinziehen. Hier aber scheint sich der Eisenerzzug zu gabeln. Der östliche Ast zieht über die südöstliche Hälfte des Telekesoldal zwischen den dunklen Schiefern dieses Berges und dem Muschelkalk des Kishegy weiter. Unter dem Bodvatal durchstreichend, zeigt sich das Eisenerz wieder in dem tiefen Wasserriß, welcher sich von der Höhe des Dunnatető herabzieht, und streicht dann unter der mächtigen Decke der diluvialen Kalkbreccie und des gelben Lehmes in der Richtung der Eisensteingrube von Martonyi weiter, das Tal der Klosterruine, dann jenes zwischen den Höhen Boroska und Tilalmasbérez, endlich die Täler des Kis- und Nagy-Rednek durchziehend; im letzteren befindet sich der Eisensteinbau von Martonyi. Von hier zieht das Eisensteinlager in der Richtung von hora 2, unter der mächtigen diluvialen Lehmdecke, gegen Kovácsi puszta, wo man seine Fortsetzung in dem Tale zwischen den beiden obertriadischen Kalk-Bergrücken suchen muß.

Der zweite, das ist der westliche Zweig der Eisensteinlager dagegen zieht von Alsó-Telekes entlang dem Tale des Telekesbaches gegen Perkupa, über die obere Mühle von Perkupa, längs dem Abhange des Dobodeler Fehérkőhegy nach Rákó zu, wo es sich unter der Kalkwand des Osztramos-Rückens und in der Gegend von Mile zeigt, von wo man es schließlich bis Szt. András verfolgen kann.

Auf beiden Linien ist das Vorkommen der Eisenerze hauptsächlich an die mit Mergelschiefer wechsellagernde, dunkelgraue dichte Kalksteine der unteren Trias gebunden, untergeordnet zeigen sich aber deren Spuren auch in dem Muschelkalk oder in dem oberen Horizont des Werfener Schiefers.

III. Tektonische Verhältnisse unseres Gebirgszuges.

(Vergl. die Tafel mit den geologischen Durchschnitten.)

Die Gesteinsschichten unseres Gebirgszuges samt den dazwischen gelagerten Eisenerzvorkommnissen verfolgen und halten in ihrem Verlaufe die allgemeine Richtung des Streichens (2.—14. hora) pünktlich ein; die Richtung und der Grad des Verflächens aber ist sehr veränderlich. Im allgemeinen ist das Verflächen steil, an mehreren Stellen sieht man aufgestellte, ja überkippte Schichtstellungen.

Aus diesem verschiedenen Verflächen der unter sich sonst konkordanten Schichten muß man vor allem auf mehrfache Faltenwürfe der ganzen triadischen Schichtreihe schließen, wie ich das auf den beiliegenden geologischen Durchschnitten auch zum Ausdruck brachte. Mit diesen bedeutenden Schichtfaltungen lassen sich aber stellenweise auch Schichtbrüche und Verwerfungen nachweisen. Besonders auf zwei große Verwerfungslinien kann man aus den beobachteten Tatsachen schließen. Die erste ist die Verwerfung des Osztramos-Berges. Die wiener Geologen haben den hellgrauen Kalk dieses auffallenden Berges für karbonisch bezeichnet. Wenn diese Annahme richtig wäre, dann müßte die ganze Masse des Osztramos-Berges durch den Komplex der Triasschichten emporgehoben sein, was mit dem Gesetze der Gravitation kaum vereinbar wäre, oder es müßte diese Masse schon aus dem Triasmeere als kleine Insel hervorgeragt haben. Ich halte das nicht für wahrscheinlich. Nach meiner Ansicht ist der hellgraue Kalk des Osztramos-Rückens seinem petrographischen Ansehen nach obertriadisch, ebenso wie jene hellgraue, dichte oder feinkörnige Kalke, welche am rechten Bodva-Ufer über Szilas und auch östlich vom Osztramos verbreitet sind. Aber auch in diesem Falle mußte die Masse des Osztramos-

Berges eine Verwerfung erleiden, doch geschah die Verwerfung der Natur der Dinge entsprechend nach abwärts zu.

Entlang dem westlichen Rande unseres Gebirgszuges konnte ich keine Verwerfungen mehr beobachten; am östlichen Rande aber kann man aus den bisherigen Tatsachen auf das Vorhandensein einer bedeutenderen Längsverwerfung schließen. Das erste Kennzeichen und der Beweis dieser Längsverwerfung ist der, daß schmale Streifen des hellgrauen oberen oder des dunkelgrauen mittleren Triaskalkes hier nicht in der strengen Reihe der Lagerung erscheinen, sondern sich unmittelbar an den dunklen Tonschiefer der unteren Trias anlehnen. Das läßt sich nur so erklären, wenn man annimmt, daß ein schmales Segment des Ostflügels der Schichtfalte, entlang einer dem Streichen entsprechenden Bruchfläche hinabglitt, infolgedessen der obertriadische Kalk an mehreren Punkten mit der bedeutend tiefer liegenden Gruppe des Mergelschiefers und dunklen Kalksteins- oder mit dem dunkelgrauen untertriadischen Schiefer in Berührung kam.

Für eine Längsverwerfungsspalte sprechen zweitens auch jene warmen Quellen bei Szalonna und Martonyi, welche seit dem Schlusse der Tertiärzeit an vielen Punkten Süßwasserkalk und Kalktuff abgelagert, oder das vom Gebirgsrücken herabgeschwemmte Kalkgerölle zu einer Breccie verkittet haben, und welche an zwei Stellen heute noch zutage treten. Ob diese Längsverwerfung über Szalonna weiter hinaus gegen Süden zu fortsetzt, das halte ich für wahrscheinlich, obgleich ich bestimmte Tatsachen dafür nicht auffinden konnte.

IV. Schlußfolgerungen bezüglich der Entstehung der Eisensteinlager und Anhaltspunkte zur Aufsuchung derselben.

Indem die Eisensteinlager unseres Gebirgszuges mit demselben Streichen und Verflächen in erster Reihe zwischen dem wechsellagernden Mergelschiefer und Kalk der unteren Trias, untergeordnet aber auch zwischen dem Muschelkalk eingelagert erscheinen: könnte man meinen, daß die Bildung der Eisenerze mit diesen gleichalterig sei. Wenn man aber die Tatsache erwägt, daß das Eisenerz hauptsächlich entlang der Längsverwer-

fungsspalten des Gebirgszuges den betreffenden Schichten eingelagert vorkommt, so erscheint es mir aus diesem Umstande wahrscheinlicher, daß die Eisenerze nur nach den Schichtbrüchen und Verwerfungen, welche die ganze Triasreihe betrafen, sich zu bilden und entwickeln begannen. Ich meine aber nicht, daß dieser Bildungsprozeß schon in der Juraperiode oder in der mesozoischen Ära überhaupt begonnen habe. Viel wahrscheinlicher erscheint es mir, daß nach der Auffaltung des Karpathensystems und später mit dem Empordringen der trachytischen Gesteine auf den damit gebildeten mächtigen Bruchlinien, in der zweiten Hälfte der Tertiärperiode, unser Gebirgszug und damit auch das ganze Sziliczeer Triaskalkplateau seine heutige Gestalt und seinen inneren Bau erlangt habe. Während der Auffaltung und zum Teil auch Aufbrechung sämtlicher Triasschichten waren die Eisenerzlagerstätten noch durch den dunkelgrauen Kalk der unteren Trias oder auch durch den Muschelkalk ersetzt. Den Brüchen und Verwerfungen entlang aber haben die aus der Tiefe emporsteigenden warmen Quellen, deren Spuren oder Spätlinge wir heute noch sehen, ihre gegenseitig zersetzende Wirkung begonnen, auf die Weise, daß sie den Kalk allmählich auflösten und an die Oberfläche führten und dafür Eisenkarbonat an den Stellen der Kalkbänke niedersetzten. Man muß dabei natürlich annehmen, daß die betreffenden aufsteigenden Quellen an doppeltkohlensaurem Eisen reich waren, und diese Annahme, wenn man selbe mit den nahen Trachyteruptionen in Verbindung bringt, in deren Umkreis der Reichtum an Eisengehalt der aufsteigenden Quellen bekannt ist, birgt ebenfalls einen hohen Grad von Wahrscheinlichkeit in sich.

Die Kalksteine wurden also auf diese Weise zuerst in Eisenspat umgewandelt, welchen man in den tieferen Horizonten unserer Eisensteinlager überall vorfindet, und erst später, im Laufe der allmählichen Denudation wurde derselbe, infolge langsamer Oxydation und Wasseraufnahme, von der Oberfläche beginnend gegen die Tiefe zu in Rot- und Brauneisenerz umgewandelt.

Von der Zeit der Ausbrüche des Trachytes und Andesites angefangen bis zum heutigen Tage kann man also — meiner

Ansicht nach — die Entstehung der heutigen mächtigen Eisenerzlager erklären und mit dieser Theorie die tatsächlichen Verhältnisse in besten Einklang bringen.

Weiter von den Ausbruchstellen der Tiefquellen wirkten diese nicht mehr so intensiv auf die ursprünglichen Triaskalke ein, bis zu einer gewissen Entfernung aber haben sie jedenfalls mehr oder weniger zur Umwandlung derselben beigetragen, auf solche Weise, daß sie mehr oder weniger Eisengehalt aufnahmen und mit Eisenoxyd imprägniert wurden. In der Tat begleiten solche Eisenimprägnationszonen rechts und links die reinen Eisensteinlager in unserem Gebirgszug, und diese von Eisenoxydhydrat ockergelben oder braunen, bedeutend schwereren umgewandelten Kalksteine sind daher noch die sichersten Anzeichen der Nähe von Eisenerzen; obgleich auch die Möglichkeit nicht ausgeschlossen ist, daß der Umwandlungsprozeß der ursprünglichen Kalksteine an einem oder dem anderen Orte nur bis zu einem solchen Stadium gelangt ist und reines Eisenerz noch nicht erzeugt wurde. Beim Aufsuchen der Eisenerze sind jedenfalls diese halb umgewandelten eisenerzhaltigen Kalksteine die sichersten Anzeichen, daß in ihrer Nähe auch die reinen Eisenerze vorkommen dürften.

Als ein zweites richtunggebendes Anzeichen bei deren Aufsuchen kann man das Vorhandensein von Bruch- und Verwerfungsflächen betrachten, welche bis jetzt hauptsächlich dem östlichen Gehänge unseres Gebirgszuges entlang nachgewiesen sind. Die Brüche und Verwerfungen manifestieren sich auch im kleinen an vielen Stellen, und zwar darin, daß die halb vererzten Kalksteinbänke häufig durch glänzende glatte Gleitflächen, sogenannte Spiegel oder Harnische, durchschnitten werden. Solche findet man auch innerhalb der Eisenerze in großer Menge, besonders in der Eisensteingrube von Martonyi. Da die Triasschichten in unserem Gebirgszuge überhaupt versteinerungsleer sind, so muß man diese wichtigsten Behelfe zur Horizontierung leider vermissen.

Wenn wir die hier entwickelte Theorie der Eisenerzbildung annehmen, dann müssen wir deren Lagerstätten natürlich für *metamorphe Lager* oder *Stöcke* erklären.

3.

PALÄONTOLOGISCHE STUDIEN ÜBER TERTIÄRE DECAPODEN.

Von Prof. E. LÖRENTHEY.

Vorgelegt in der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 18. April 1904.

Aus „Mathematikai és Természettudományi Értesítö“ (Mathematischer und Naturwissenschaftlicher Anzeiger der Akademie) Bd. XXI, pp. 160—167.

Unter allen bisher bekannten Fundorten ist die tertiäre Decapodenfauna der Umgebung von Budapest am eingehendsten studiert. Nachdem die Tertiärbildungen von Budapest an Decapoden bedeutend reicher sind, als alle übrigen Lokalitäten, so gelangt immer neues Material in unsere Sammlungen, was übrigens nur eine natürliche Folge der Aufschlüsse ist, welche bei den mit der raschen Entwicklung einer großen Stadt verbundenen häufigen Erdarbeiten entstehen.

Der größte Teil des in vorliegender Schrift aufgearbeiteten ungarischen Materials stammt gleichfalls aus obereozänen und obermediterranen Bildungen, aus welchen ich auch bisher die meisten Decapoden beschrieben habe. Einige Decapoden aus dem obereozänen Kalke des Szépvölgy-Tales bei Budapest erhielt ich von Herrn Bergrat Dr. Thomas v. Szontagh, welche er im untern Orbitoidenkalke des Holzbachschen Steinbruchs gesammelt hat; ich selbst sammelte einige Stücke am Kis-Svábhegy, ebenfalls bei Budapest, in demselben Horizonte. Diese Funde gehören bereits bekannten Arten an, lassen aber — nachdem es besser erhaltene Exemplare sind — einesteils neuere paläontologische Charaktere erkennen, liefern aber anderseits auch bezüg-

lich der Verbreitung und Häufigkeit der einzelnen Arten neuere Daten. Aus diesem Horizonte und von diesen wirklich beispiellos reichen Fundorten habe ich bereits 34 Decapodenarten innerhalb 19 Gattungen publiziert.*

Mein den obermediterranen Bildungen entstammendes Material ging aus dem, nahezu ausschließlich von mir ausgebeuteten neuen Fundorte bei Budafok hervor. Diese Bildung stimmt sowohl in petrographischer als auch in faunistischer Hinsicht mit der Ausbildung des Leithakalkes von Budapest-Rákos und Budapest (Telepi utcza) gut überein. Auch die Decapodenarten sind zum größten Teil dieselben, welche von BROCCHI und von mir aus Rákos beschrieben wurden.** Es sind dies

Callianassa Munieri, BROCC.,
„ *Chalmasii*, BROCC.,
„ sp.,
Matuta inermis, BROCC.,
Calappa sp.

Viel interessanter als diese ist ein der Familie *Oxystomidae* angehörender kleiner Cephalothorax von einigen Millimetern Durchmesser, welcher sich — da weder ein rezenter noch ein fossiler Verwandter bekannt ist — als eine gute neue Gattung erwiesen hat. Ich benenne dieselbe *Microcorystes*, da sie in ihren äußern Konturen am meisten an *Corystes dentatus*, LATR., erinnert.

Microcorystes n. g. ist dem rezenten *Corystes* etwa in dem Maße ähnlich, wie *Micromaja*, BITTN., der lebenden *Maja*, LAMK. Seine bisher bekannte einzige Art ist

Microcorystes n. g. *latifrons*, n. sp.

Diese Fauna sammelte ich im westlichen Teile der Ortschaft Budafok am Bergrücken, in dem bei Grabung eines Kellers zu

---

* LÖRENTHEY, *Beiträge zur Decapodenfauna des ungarischen Tertiärs* [Természetrajzi Füzetek. Vol. XXI, 1898]; *„Andorina" und „Daránya", zwei neue Brachyurengattungen aus Ungarn* [Mathem. u. Naturw. Berichte aus Ungarn Bd. XVII, 1899]; *Neuere Beiträge zur tertiären Decapodenfauna Ungarns* [Math. u. Naturw. Berichte aus Ungarn Bd. XVIII, 1900].

** BROCCHI, *Note sur les crustacés fossiles des terrains tertiaires de la Hongrie*, Ann. d. Sc. Géol. XIV, Paris 1883. — LÖRENTHEY, *Beiträge zur Decapodenfauna des ungarischen Tertiärs* [Természetrajzi Füzetek. Vol. XXI, 1898].

Tage geförderten Material. Durch den Keller wurden die miozänen Schichten in einer Mächtigkeit von ca. 3 m aufgeschlossen. Zu unterst lagert ein alveolinenreicher, sandiger Kalk (dem aus Rákos und der Telepi-utcza ähnlich); in demselben ein aus nußgroßen Quarzkörnern bestehender Schotter, einen halben Meter mächtig; zuoberst aber unter der Humusschicht sarmatischer Oolitenkalk mit von Kalkkrusten umgebenen Fossilien. Nördlich von diesem Punkte sind in Gruben und Gräben die Liegendschichten des Leithakalkes, die untermediterranen Sedimente, aufgeschlossen, welche unten aus den wechsellagernden Schichten eines Schotters von gröberem und feinerem Korne und eines grünlichen Schiefertones und oben, so wie auch in der Umgebung von Fóth und Pomáz, aus Bryozoenkalk bestehen.* In einer der Bänke des grünlichen Schiefertones fand ich bei einem Ausfluge einen mangelhaften Abdruck von

Neptunus cfr. *convexus*, RISTORI.

Ein neuerlicher interessanter Fund der obermediterranen Decapodenfauna Ungarns ist jener

Neptunus granulatus, M. EDW.,

welcher vom staatl. Oberrealschullehrer Herrn STEFAN GAÁL in Déva, damals noch Univ.-Hörer, in Felsöesztergály, Komitat Hont, in einem Andesittuffe gesammelt wurde. Ein weiterer neuerer Decapodenfundort ist ferner die obermediterrane Fauna von Bia, Komitat Pest, wo Univ.-Hörer VIKTOR ARADI *Callianassa Munieri*, BROCC., *Pagurus*, nov. sp., *Calappa Herberti*, BROCC. gesammelt hat.

Im Vereine mit diesem ungarischen Materiale untersuchte ich auch die Decapodenfauna von Sardinien und die aus Mokattam (Ägypten) stammenden reichen Decapodenreste des kgl. Naturalien-Kabinets zu Stuttgart. Durch diese meine Untersuchungen er-

---

* Der im Hangenden des untern Mediterrans vorkommende Bryozoenkalk ist auf der in neuerer Zeit herausgegebenen reambulierten Karte in der Umgebung von Budafok (und auf dem südlichen Blatte überhaupt) nicht ausgeschieden und in der Erläuterung (HALAVÁTS, *Die Umgebung von Budapest und Tétény*; Zone 16, Kol. XX) gleichfalls nicht erwähnt.

fuhren die vorhergehenden Studien, welche ich an den ungarischen und den im Besitze des Staatsmuseums zu München befindlichen tertiären Decapoden aus Algier und von Kressenberg (Bayern) vorgenommen habe, eine bemerkenswerte Ergänzung.

Domenico Lovisato, Professor der Geologie an der Universität Cagliari, zeichnete mich, da seine Ansichten bezüglich der Bestimmung der tertiären Decapoden von Sardinien — wie er schreibt — von jener der aus- und inländischen Spezialisten abweichend war, mit der Übersendung des gesamten Decapodenmaterials behufs neuerlicher Untersuchung und Beschreibung aus.

Im folgenden wird das bessere Material in chronologischer Reihenfolge, wie Prof. Lovisato das Alter der decapodenführenden Schichten bestimmte, aufgezählt.

I. Mittleres Oligozän (Bormidien). [Nurri, Cagliari (Capo St. Elia), Chiaramonti, Toralba.]

Callianassa Desmarestiana, M. Edw.,
„ *rákosiensis*, Lörent.?,
„ sp.,
Pagurus Manzonii, Rist.?,
„ aff. *substriatus?*, M. E. (Ristori),
Calappa, sp. ind.,
Neptunus, sp.

II. Oberes Oligozän (Aquitanien). [Fontanazza.]

Callianassa, sp.

III. Unteres Mediterran (mittleres Miozän; — Langhien). [Fangario (Bingia Fargesi), Cagliari (Monte San Michele), Bonorva (Weißer Graben).]

Squilla miocenica, Lovisato,
Palaega?,
Callianassa?, sp.,
Pagurus Manzonii, Rist.,
„ *substriatus*, M. E.?,
Calappa, sp.,
Neptunus granulatus, M. Edw.,
Cancer Sismondae, May.,
Ebalia, nov. sp.,
„ *Cranchii*, Leach; var. *romana*, Rist.?

IV. Oberes Mediterran (Helvetien). [Cagliari (Friedhof, St. Avendrace, St. Bartolomeo, Tramezzaria di Monte della Pace).]

Callianassa Desmarestiana, M. Edw.,
„ *calaritana*, Rist.,
„ ind. sp.,
Pagurus Manzonii, Rist.,
„ cfr. *substriatus*, M. Edw.?,
Mursiopsis?, ind. sp.?,
Neptunus cfr. *granulatus*, M. Edw.

V. Sarmatische Stufe (Tortonien). [Oristano (Cap St. Marco).]

Callianassa?, sp. ind.,
Galathea affinis, Rist.?,
Gonoplax Sacci, Crema,
Maja miocaenica, n. sp. (erste fossile Vertreterin der Gattung *Maja*),
Ocypoda?, sp. ind.

VI. Nicht abgesondertes Miozän. [Cagliari (Weinberg Cugia, Tramezzaria di St. Avendrace), Nulvi (Mont St. Lorenzo), Sedini (Monte Ruda), Ardani, Alghero (Sant George), Portotorres (St. Banigio Scapeccato), bei Bosa (Macomadas, Coronedda).]

Callianassa Desmarestiana, M. Edw.,
„ *subterranea*, Montg. sp.,
„ *pedemontana*, Crema?,
Pagurus Manzonii, Rist.,
„ cfr. *Manzonii*, Rist.,
„ ind. sp.,
Hepatinulus Lovisatoi, nov. sp.,
Neptunus granulatus, M. Edw.,
„ cfr. *granulatus*, M. Edw.,
Calappa?, sp. ind. Rist.

Aus dem bisherigen ist nur so viel ersichtlich, daß selbst dann, wenn die Stratigraphie der sardinischen Tertiärbildungen auf Grund eingehenderer Studien mit endgültiger Genauigkeit festgestellt sein wird, die Abtrennung resp. Unterscheidung der tertiären Bildungen Sardiniens auf Grund der Decapoden kaum möglich sein wird. Es ist interessant, daß die Gattung *Maja*, welche

bisher fossil nicht bekannt war, auf Sardinien bereits im mediterranen Meere lebte. Ihre erste fossile Vertreterin beschreibe ich unter dem Namen

Maja miocaenica, nov. sp.

aus der Umgebung von Oristano.

Nicht nur die Professoren K. A. ZITTEL und D. LOVISATO stellten an mich das ehrende Ansuchen, das reiche tertiäre Decapodenmaterial ihrer Sammlungen zu bearbeiten, sondern auch Prof. E. FRAAS, Direktor des kgl. Naturalien-Cabinets in Stuttgart, welcher mir aus einem neuen Aufschlusse der Mokattamer Schichten ein reiches Material übersendete. Dieses reiche Material wurde von den drei Mäcenen des Stuttgarter Museums, den Herren MARKGRAF, MEZ und WANNER gesammelt und zwar — nach der gefälligen Mitteilung des Herrn Musealassistenten Dr. E. SCHÜTZE — bei Cairo, in der Nähe der Grabmoschee Gama-Tingiye, beiläufig an derselben Stelle, welche G. SCHWEINFURTH in seinem Werke: Über die geologische Schichtengliederung des Mokattam bei Cairo* als die untersten Schichten des Mitteleozäns (A. 1 c) bespricht und auf seiner Karte mit (Loc. XII) bezeichnet. In dem Werke M. BLANCKENBORNS: Neues zur Geologie und Paläontologie Ägyptens**, ist dieses Niveau bereits als „untere Mokattamer oder als Gizehensis Stufe" vorzufinden. In dem gelblichen lockeren Mergelkalke sind die Decapodenreste zumeist ausgezeichnet erhalten. Aus dem mir zur Verfügung stehenden Materiale habe ich bisher die folgenden Arten bestimmt:

Callianassa nilotica, FRAAS,
„ *mokattamensis*, FRAAS,
Pagurus Mezi, nov. sp.,
Ranina Reussi, WOODW.,
„ *Bittneri*, LÖRENT.?,
Typilobus trispinosus, nov. sp.,
Micromaja tuberculata, BITTN.,

* Zeitschrift der Deutschen Geologischen Gesellschaft Bd. 35, 1883, p. 733 und Karte.

** Ebenda, Bd. 52, 1900, p. 418—437 und Tabelle.

Micromaja laevis, nov. sp.,
Lambropsis nov. gen. *Wanneri*, nov. sp.,
Lobocarcinus, nov. sp.?,
„ *Paulino-Württembergensis*, H. v. MEYER,
Palaeocarpilius macrocheilus, DESM.,
„ *simplex*, STOL.,
Plagiolophus Markgrafi, nov. sp.,
Cancer Fraasi, nov. sp.,
Goniocypoda transsylvanica, BITTN.

Abgesehen von dem Reichtume, dem vorzüglichen Erhaltungszustande, den interessanten neuen Formen und der neuen Lokalität dieser Fauna ist dieses Vorkommen auch in Bezug auf die geographische Verbreitung und die paläontologischen Charaktere der einzelnen Gattungen und Arten von außerordentlichem Interesse. Vor einigen Jahren war die Gattung *Ranina* aus Afrika noch gänzlich unbekannt. Die erste Art beschrieb ich (aus dem Formenkreis der *R. speciosa*, MÜNST.) von Beni Chennadha (Algier) unter dem Namen *Ranina brevispina*, nov. sp.* aus dem unteren Mediterran.

Die *Raninen* vom älteren Typus waren bisher aus Afrika noch ganz unbekannt. Umso interessanter ist es, daß in diesem Mokattamer Vorkommnisse gleich zwei Arten der mit gezähnten Leisten versehenen Raninen vorhanden sind, deren eine — *Ranina Reussi*, WOODW. — als eine der häufigsten und charakteristischsten Formen der Fauna bezeichnet werden kann; dieselbe ist auch für das ungarische obere Eozän am bezeichnendsten. Die andere häufigste und infolgedessen charakteristischste Form der Fauna ist *Palaeocarpilius macrocheilus*, DESM., welcher gleichfalls zu den bezeichnendsten Formen des ungarischen Obereozäns gehört. Die häufigste Art dieses neuen Mokattamer Fundortes ist *Palaeocarpilius simplex*, STOL., welchen STOLICZKA aus dem indischen „Hauptnummulitenkalke" auf Grund eines mangelhaften Exemplars beschrieben hat.** Es ist auffallend, daß in den Mokattamer

* LÖRENTHEY, Über die Brachyuren der paläontologischen Sammlung des bayerischen Staates. A) Eine neue Raninaart aus Algier. [Természetrajzi Füzetek. Bd. XXI, 1898.]

** *Observations on fossil crabs from tertiary deposits in Sind an Kutch.*

Schichten *Lobocarcinus Paulino-Wittembergensis*, H. v. MEYER eine so charakteristische und häufige Form ist, welche auch im obereozänen Kalke des Kis-Svábhegy bei Budapest vorkommt, hier aber sehr selten erscheint. Außer diesen, im obern Eozän des Kis-Svábhegy und im mittlern Eozän von Mokattam gleich herrschenden und für dieselben gleich charakteristischen Arten ist den beiden Bildungen auch *Micromaja tuberculata*, BITTN. gemeinsam. Ein interessanter Zug der Fauna besteht darin, daß die Gattung *Typilobus*, welche bisher nur aus dem indischen Hauptnummulitenkalke und dem Kalke des Kis-Svábhegy in je einer Spezies bekannt war, hier in Mokattam eine neue Art — *Typilobus trispinosus* — besitzt. Die im Gobkalk (oberes Parisien) des siebenbürgischen Landesteiles vorkommende *Gonicypoda transsylvanica*, BITTN. bringt diese mit den Mokattamer Schichten wieder in nähere Beziehung.

Die von diesem neuen Mokattamer Fundorte stammende Decapodenfauna liefert jedenfalls einen neueren Beweis für meine bereits mehrmals betonte Ansicht*, wonach zwischen den Schichten von Mokattam und jenen des Kis-Svábhegy in der vertikalen Verbreitung keine Lücke bestehen könne, wie dies von einzelnen vorausgesetzt wird. Auf Grund der Decapodenfauna würde ich es für sehr natürlich halten, wenn der diese interessante Fauna einschließende mürbe Kalk zum obern Teil der Mokattamschichten, also des mittlern Eozäns gehören würde.

Vom paläontologischen Gesichtspunkte ist zu bemerken, daß hier außer den neuen Arten auch eine dem Genus *Lambrus* am nächsten stehende Gattung vorhanden ist, die ich *Lambropsis* benenne.

Zum Schlusse erfülle ich eine angenehme Pflicht, indem ich auch hier den Herrn Professoren D. LOVISATO und E. FRAAS, sowie dem Herrn Bergrat Dr. TH. v. SZONTAGH für ihre Freundlichkeit besten Dank sage, mit welcher sie die Untersuchung dieses überaus wertvollen Materials meiner Wenigkeit überlassen haben.

Mem. of the geol. surr. of India. Palaeontologia Indica. Ser. VII. Kutch. fossils, p. 11, Taf. V, Fig. 6.

* Beiträge zur Decapodenfauna des ungarischen Tertiärs.

4.

EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN MIT IMPLANTIERTEN HAUTSTÜCKEN.

Von Dr. JOSEF GUSZMAN.

(Auszug.)

Vorgelegt von Prof. Dr. M. v. LENHOSSÉK in der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 16. Mai 1904.

Aus „Mathematikai és Természettudományi Értesítö" (Mathematischer und Naturwissenschaftlicher Anzeiger der Akademie). Bd. XXII, pp. 191—198.

Aus den Untersuchungen von SCHWENINGER, KAUFMANN und RIBBERT wissen wir, daß es nach der Implantation von Hautstücken in das subkutane Gewebe sehr oft zur Entwickelung von epithelialen Cysten kommt. Meine diesbezüglichen Untersuchungen unterscheiden sich von den bisherigen sowohl durch die Versuchsanordnung, als auch durch die Größe des Lappens und die Wahl der Implantationsstelle wesentlich von denen obenerwähnter Forscher; auf diese Weise gelangte ich auch zu Ergebnissen, welche teils als ganz neue, teils als ergänzende Daten zu betrachten sind.

Die an Kaninchen ausgeführten Tierversuche wurden, von kleinen Abänderungen abgesehen, stets in folgender Weise durchgeführt. Es wurde aus der Rückenhaut der Tiere ein 1,5 cm breiter und $3^1/_2$—4 cm Lappen umschnitten und so freipräpariert, daß er nur an einer Stelle mit der übrigen Rückenhaut durch einen Stiel in Verbindung blieb. Ein zweiter Hautschnitt wurde etwa $3^1/_2$ cm von dieser Zusammenhangsstelle des Lappens senkrecht zur verlängert gedachten Längsachse desselben in einer Ausdehnung von $1^1/_2$ cm angelegt und bis in das Unterhautzell-

gewebe vertieft. Hierauf erfolgte die stumpfe Unterminierung der zwischen diesem Schnitte und dem Lappen sich erstreckenden Hautbrücke, worauf ich daran ging, mit Hilfe eines Messers die Epidermis von der Oberfläche des umschnittenen Lappens möglichst gründlich abzukratzen, sodaß stellenweise die Cutis weißlich durchschien, — ein für das spätere Resultat sehr wichtiges Moment. Die abgekratzten Gewebsteile wurden sorgfältig entfernt und hierauf das Läppchen in der Weise versenkt, daß mit einer krummen Pince durch die zweite Schnittöffnung unter die Hautbrücke eingegangen, dasselbe an der freien Kante erfaßt und unter Umkehrung der epidermalen Oberfläche in die neue Schnittöffnung hineingezogen wurde. Es war also dann die epidermale Oberfläche des Lappens dem lockeren subkutanen Bindegewebe der Rückenhaut zugewendet, die Cutisoberfläche desselben legte sich an die der Rückenhaut. Durch Anlegung der erforderlichen Nähte wurde die Fixierung des implantierten Hautstückes, sowie der Verschluß der klaffenden Hautwunde bewirkt.

In dieser Weise führte ich an 15 Tieren insgesamt 23 Implantationen aus; es ließen sich jedoch nur 15 derselben verwerten, deren exzidiertes Material in Celloidinschnitte verarbeitet wurde. Die Beobachtungsdauer, d. i. die Zeit zwischen der Implantation und der Exzision des implantierten Stückes, betrug von 96 Stunden bis zu 9 Wochen.

Werfen wir nun einen zusammenfassenden Rückblick auf diese Versuchsreihe, so sehen wir, daß mit Ausnahme einiger weniger Fälle sich aus dem implantierten Hautlappen überaus häufig eine typische Hautcyste entwickelt hat. Es bildet also dieses Faktum an und für sich nur eine neuerliche Bekräftigung der diesbezüglichen Erfahrungen von KAUFMANN, RIBBERT und anderer an dieser Frage arbeitender Forscher. Es ergab jedoch zu gleicher Zeit die mikroskopische Untersuchung sowohl in der Struktur der Cystenwand als auch in der Entwicklung der Cysten selbst solche Momente, welche in mancher Beziehung von den bisher erkannten Verhältnissen Abweichungen aufweisen und den Entwickelungsgang dieser Gebilde bedeutend komplizierter erscheinen lassen, als dies bis jetzt der Fall war. Alle diese Abweichungen und komplizierteren Verhältnisse in der Struktur und

Entwickelung der Cysten finden ihre Erklärung in dem Umstande, daß meine Versuchsanordnung sowie der Implantationsmodus von den bisher veröffentlichten diesbezüglichen Experimenten wesentlich abweicht. Die beträchtliche Größe der verwendeten Hautlappen beeinflußte ebenfalls die Verhältnisse, unter denen die Entwicklung der Cysten vor sich ging.

Bekannt ist, daß epidermale Auskleidung das unerläßliche Charakteristikon der echten Cysten ist, da ja das Epithel dasjenige Gewebe ist, dem die Abgrenzung und Hohlraumbildung zukommt. Diese Epitheldecke, welche bei der Cystenentwicklung die größte Rolle spielt, stammt aus dem gewucherten Epithel des implantierten Lappens, wie dies aus den einschlägigen Untersuchungen KAUFMANNS, RIBBERTS und anderer bekannt ist. In meiner Versuchsreihe konnte ich nun bei der Entstehung der epithelialen Oberfläche der Cysten zweierlei Typen der Ausbreitung des Epithels feststellen, den direkten und den indirekten Typus, während die bisherigen Untersuchungen nur zur Erkennung der von mir als direkter Typus bezeichneten Form der Epithelwucherung geführt hatten. Im Sinne dieser Wachstumsform beginnt das Epithel am Rande des implantierten Lappens zu wuchern, kriecht dem anstoßenden Bindegewebe entlang nach abwärts, gelangt so auf das gegenüberliegende subkutane Gewebe und überzieht nun dasselbe. Die von den übrigen Autoren beschriebene anfänglich konkave Wachstumsform des Epithels konnte ich nicht beobachten, teils aus dem Grunde, daß in meinen Versuchen neben dem direkten Typus auch eine andere Wachstumsform auftrat, teils aber darum, weil bei der verhältnismäßig sehr großen Ausdehnung des zur Implantation verwendeten Gebietes die bedeutende Spannung der überliegenden deckenden Haut eine beträchtlichere Krümmung verhinderte.

Die zweite Form der von dem implantierten Läppchen ausgehenden Epithelwucherung und Cystenbildung ist jene, welche ich als den Typus der indirekten Epithelisierung bezeichnete; diesbezüglich sind keinerlei Literaturangaben vorhanden. Dieser Entwickelungsmodus der Epitheldecke ist durch jenes Moment der eingangs beschriebenen Versuchsanordnung bedingt, im Sinne dessen die Oberfläche des zu implantierenden Lappens mehr oder

weniger kräftig abgekratzt, resp. abgeschält und mehrerlei Veränderungen unterworfen worden war, von denen besonders die ausgedehnte Zerstörung der Epidermis und die Eröffnung der papillären Schichte der Cutis hervorzuheben ist. Bei den höchsten Graden dieser Abschälung kam noch die Eröffnung des eigentlichen Gewebes der Cutis, sowie die Verletzung und Lockerung der Harbälge in ihrem bindegewebigen Bette hinzu. Das Verhältnis des implantierten Lappens zu den umgebenden Geweben, sowie die verschiedenen Formen der Cystenbildung wurde durch diese Abänderungen der Versuchsordnung besonders beeinflußt, wie dies aus dem Vergleiche der Versuche I und VIII mit besonderer Klarheit hervorgeht. Bei Versuch I war die Abschälung nur in mäßigem Grade erfolgt, sodaß, abgesehen von der ausgedehnten Ablösung des Epithels die Papillarschichte nur an einzelnen Punkten eröffnet worden war, an denen es nun zu einer organischen Vereinigung der beiden gegenüberliegenden anstoßenden Bindegewebspartieen kam. Diese Verbindungsstellen dienten dem lebhaft wuchernden Epithel zugleich als Wegweiser und als Straßen, auf denen sich dasselbe weiterschob um dann auch das gegenüberliegende Bindegewebe rasch zu überziehen. Durch den zunehmenden Druck der sich abstoßenden Haar- und Epithelmassen wurde nun der unter dem Lappen befindliche Spalt erweitert, wodurch auch die zahlreichen Verwachsungspunkte der beiden Bindegewebslager gedehnt und zu brückenartigen Gebilden ausgezogen wurden. Im Gegensatz hierzu läßt sich in Versuch VIII das Zustandekommen breiter, weitausgedehnter Synechien sehr gut beobachten. Es war in diesem Falle der Abschälungsprozeß recht gründlich bis in die Tiefe erfolgt, daher auch das Grundgewebe der Cutis selbst in mehr und minder bedeutender Ausdehnung eröffnet worden, wodurch es dann zu breiten Verwachsungen zwischen dem Bindegewebe des implantierten Lappens und dem subkutanen Bindegewebe kommen konnte. Auch in diesem Falle dienten dieselben dem wuchernden Epithel des Lappens als erwünschte Unterlagen und Wegweiser bei seinem Fortschreiten nach dem gegenüberliegenden Bindegewebe.

Im Verlauf meiner Versuche konnte ich auch noch die Erfahrung machen, daß diese Bindegewebsbrücken rasch einem

starken Schwunde und dem Zugrundegehen anheimfallen. Die rasche Vernichtung dieser brückenartigen Verbindungen ist zweifelsohne die Folge der stufenweisen Erweiterung des Innenraumes der Cyste, — bewirkt durch den in großer Menge sich anhäufenden Inhalt derselben. Dem gegenüber wurde ein Zugrundegehen der derberen, sich auf größere Bezirke erstreckenden Synechien nicht beobachtet, da der Innendruck der Cyste hierzu nicht ausreichte. An dieser Stelle sei noch mit Nachdruck hervorgehoben, daß die Höhlung der aus dem implantierten Lappen zur Entwicklung gelangten Cyste stets eine einheitliche war, in der sich nur vielfach breitere Verwachsungen und schmächtigere Überbrückungen, nie aber durch Scheidewände abgegrenzte Kammern (d. h. selbstständige Cysten) vorfanden.

Was nun den Inhalt dieser auf experimentellem Wege erzeugten Cysten betrifft, so wies derselbe stets die gleiche Zusammensetzung auf: es fanden sich massenhaft abgestoßene verhornte Epithelien, abgefallene Haare und Haarteile vor. In manchen Fällen fanden sich außerdem noch freiliegende Gewebsteile, welche als Vertreter der durch die Ausdehnung der Cyste abgelösten intracystösen Synechien zu betrachten sind, denen naturgemäß nur eine kurze Existenz beschieden sein kann, da sie infolge ihres Aufbaues aus Bindegewebe und stellenweise aus sehr massigem Epithel mit dem Verluste ihres organischen Zusammenhanges mit dem Muttergewebe auch ihrer Ernährungsquellen verlustig werden.

Was nun das Bindegewebe der neugebildeten unteren Cystenwand betrifft, so war dasselbe in den Anfangsperioden sehr zell- und blutgefäßreich, sodaß man richtiges Granulationsgewebe vor sich hatte. Späterhin nimmt dieser Zellreichtum in der Regel stufenweise ab, womit eine Zunahme der Interzellularsubstanz Hand in Hand geht. Auch kommt es hie und da mit der Zeit im unterliegenden Bindegewebe zur Entstehung von Gebilden, welche einige Ähnlichkeit mit Hautpapillen besitzen, wodurch dann der betreffende Abschnitt der Cystenwand den Charakter einer richtigen Epidermis erhält, eine Erscheinung, auf welche bereits KAUFMANN die Aufmerksamkeit hingelenkt hat.

Im Verlaufe meiner Untersuchungen traf ich auch sehr häufig

Haare und Haarfragmente an, welche teils in Gruppen, teils vereinzelt in den verschiedenen Tiefen des Bindegewebes der neugebildeten Cystenwand verstreut waren. Es ist dies keine ganz gewöhnliche Erscheinung, denn das Faktum, daß die aus einem mit Haarbälgen versehenen Organstücke (hier das implantierte Hautstück) ausgefallenen Haare im umliegenden Bindegewebe ein neues Bett finden (sekundäre Implantation) findet sich in der Literatur nur ganz ausnahmsweise verzeichnet (RIBBERT, HILDEBRANDT). Bemerken will ich jedoch, daß in meinen Versuchen diese im Bindegewebe eingebetteten resp. von demselben aufgenommenen Haare und Haarfragmente nur als leblose Gebilde, als Fremdkörper figurieren, wofür die in den einzelnen Versuchen um dieselben in großer Zahl auftretenden Riesenzellen als Beweis dienen.

In der neugebildeten unteren Wand der einen und anderen Cyste fanden sich unter den Haarimplantationen auch zerstreute und in verschiedenen Tiefen eingebettete Epithelmassen, welche aus einer Anhäufung von Zellen bestanden, welche lebhafte Lebenserscheinungen aufwiesen, in deren Mittelpunkt größtenteils Haare lagen; es waren aber ausnahmsweise auch solche Epithelmassen zu beobachten, deren Zentrum nicht durch ein Haar, sondern durch mehr oder weniger konzentrisch angeordnete verhornte Epithelzellen gebildet wurde. Über das Zustandekommen dieser Zellengruppen kann ich mir keine entschiedene Meinung bilden, ja ich vermag mich darüber nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit zu äußern. Meiner Ansicht nach handelt es sich hier um eine sekundäre Epithelimplantation, welche ebenso zustandegekommen ist, als die der isolierten Haare. Ein Unterschied besteht nur insofern, daß, während die Haare und die Bruchstücke derselben in dem zur Cystenwand gewordenen Bindegewebe als Fremdkörper eingekapselt sind, die in Frage stehenden Epithelzellengruppen ihre physiologischen Funktionen aufrechterhalten und sich dem ihr neues Bett bildenden Bindegewebe organisch eingefügt haben. Ebenso suchte ich in der Peripherie dieser Epithelmassen vergeblich jene Anhäufungen von Riesenzellen, welche sich um die implantierten Haare in großer Menge fanden. Aus diesem Grunde hielt ich es auch für wahrscheinlich,

daß in der unmittelbar auf die Implantation folgenden Periode aus den gelockerten und an vielen Stellen breit eröffneten Haarbälgen des Hautläppchens einzelne Epithelgruppen (mit oder ohne Haar) sich abgelöst, in das gegenüberliegende lockere Bindegewebe geraten sein und dort unter gewissen günstigen Umständen einen entsprechenden Boden gefunden haben mögen. Für eine solche sekundäre Implantation liegen zu jener Zeit die Verhältnisse auch recht günstig, weil das implantierte Läppchen fast in direkter Berührung mit dem umliegenden Bindegewebe steht, welches noch nicht vom Epithel überzogen ist, ein Umstand, welcher dann dem Zustandekommen der in Rede stehenden Erscheinung sozusagen unüberwindliche Hindernisse entgegenstellen würde.

Unter den zur Entwicklung gelangten Cysten waren einige, in deren neugebildeter unterer Wand normalen Haarbälgen ähnliche, ja sogar öfter ihnen fast vollständig entsprechende Gebilde zu finden waren, deren Zahl auch oft im Rahmen eines Versuches recht bedeutende Unterschiede aufwies. Sie bestanden aus einer von Epithelzellen gebildeten, sich mehr oder weniger tief in das Bindegewebe erstreckenden Hülle, in der sich ein oder mehrere Haare befanden. Die das Haar einschließende oder umgebende Epithelhülle erschien teils als scharf abgegrenztes, langes zylindrisches Gebilde, teils hatte sie die Form einer breiten undeutlich abgegrenzten Epithelzellenanhäufung. Eine Haarzwiebel oder Papille fand sich jedoch niemals vor. In den Präparaten aus den vorgeschrittenen Stadien der Versuchsreihe waren diese Haargebilde in hohem Maße verschoben, oft in fast ganz horizontaler Lage, ebenso wie die Haarbälge des implantierten Lappens; infolgedessen glaubte ich diese Erscheinung als ein auf sekundärem Weg, durch die eigenartige Druckwirkung des sich anhäufenden Cysteninhaltes und der mit einer quergestreiften Muskelmembran versehenen Hautbedeckung bewirktes Phänomen erklären zu müssen.

Nach alledem drängt sich nun die Frage nach der Herkunft dieser haarbalgähnlichen Gebilde auf, welche sich doch weder aus der nach dem direkten noch aus der nach dem indirekten Typus erfolgten Epithelwucherung ableiten lassen. Es erscheint

über jeden Zweifel erhaben, daß die oberwähnte Gebilde nur auf sekundärem Wege in die neugebildete Cystenwand gelangt sein können; auch für sie ist der sekundäre Implantationsvorgang anzunehmen. Bei der Erklärung dieses Prozesses bin ich nun ausschließlich auf meine eigenen Befunde angewiesen, da ich ähnliche Befunde weder für pathologische, noch für experimentelle Cysten in der mir zugängigen Literatur aufzufinden vermochte. Die Durchforschung meiner Präparate nun drängt mich der Auffassung zu, die Entwickelung dieser haarbalgähnlichen Gebilde ebenfalls von der Abschälung des implantierten Hautlappens abhängig zu machen. Ich erkannte nämlich, daß die Abschälung des Lappens ein so intensiver Eingriff ist, der imstande ist unter anderem weitgehende Veränderungen auch an den Haarbälgen hervorzubringen, welche nicht nur breit eröffnet werden, sondern auch später anschwellen, sich auflockern, sodaß sich einzelne Bestandteile derselben, in erster Reihe die Haare, abstoßen. Daß dieser Abstoßungsprozeß nun tatsächlich eine Rolle spielt, sehe ich durch den Umstand als erwiesen, daß die Haare bereits in einem sehr frühem Stadium der Cystenentwicklung einen beträchtlichen Teil des Inhaltes der Cyste ausmachen. Nach meiner Meinung gelangen abgestoßene Fragmente der Haarbälge des implantierten Läppchens auf das gegenüberliegende Bindegewebe und gehen dort zumeist zugrunde; ein Teil jedoch findet einen ihm entsprechenden Boden und entgeht dem Untergang. Diese aus Balgepithel und Haaren bestehenden Fragmente gelangen zum Teil in die Tiefe und bilden dort die schon erwähnten Epithelnester, die anderen geben unter günstigeren Ernährungsverhältnissen zur Bildung der in Rede stehenden haarbalgähnlichen Gebilde Anlaß. Im Verlauf meiner Untersuchungen fand ich des öfteren auch atypischen Epithelwucherungen ähnliche Prozesse, welche mit der Epitheldecke der unteren neugebildeten Cystenwand im Zusammenhang standen. Eine besondere Aufmerksamkeit verdienen jedoch diese Befunde nicht, da sie unter pathologischen Verhältnissen sehr oft zu machen sind; beachtenswert werden sie erst dann, wenn die Atypizität eine hochgradige wird und die Wucherung sich bedeutend in die Tiefe erstreckt, wie dies in Versuch VIII besonders schön zu beobachten war.

Sehr interessant sind auch die aus dem 96 stündigen Implantationsversuch stammenden Präparate, aus welchen ersichtlich ist, daß die Epithelzellen auf dem unter dem Lappen ausnahmsweise vorhandenen Blutextravasat in perlenschnurartiger Reihe fortgewuchert waren. Dieses Wachstum der Epithelzellen in der Blutmasse ist eine ziemlich ungewohnte Erscheinung und besonders darum von Interesse, weil aus derselben hervorgeht, daß unter solchen Umständen die Epithelzellen den für sie spezifischen Veränderungen (Verhornung usw.) nicht unterliegen. Dieser Befund beweist des weiteren im Vereine mit den Versuchen von Loeb, daß das Epithel zu seinem Weiterwuchern nicht unbedingt das Bindegewebe benötigt.

Fasse ich nach diesen Ausführungen jene Gruppe der experimentellen Cysten ins Auge, in deren neuentwickelter Wand sich auch die erwähnten haarbalgähnlichen Gebilde fanden, so läßt sich meiner Meinung nach sagen, daß diese Cysten ihrer Struktur nach den Dermoidcysten bis zu einem gewissen Grade nahekommen, obzwar es mir recht wohl bekannt ist, daß in engerem Sinne genommen nur durch ein solches Gewebe die Wand einer Dermoidcyste gebildet sein kann, welches sämtliche Attribute der äußeren Haut aufweist. Andererseits wieder kann man von sogenannten einfachen Dermoiden im allgemeinen auch schon dann sprechen, wenn sich in der Cystenwandung Haarbalgbildungen vorfinden.

Zusammenfassung.

1) Bei Einhaltung der oben angegebenen Versuchsanordnung konnten wir fast ausnahmslos aus den implantierten Hautlappen Cysten entstehen sehen.

2) Ein Teil der Cystenwand besteht aus dem verpflanzten Lappen, der restliche Teil derselben ist neu gebildet. Der bindegewebige Anteil der neuentstandenen Cystenwand hat sich aus dem alten Unterhautbindegewebe entwickelt, die Epitheldecke derselben hingegen ist durch die fortschreitende Wucherung des Lappenepithels zustande gekommen.

3) Die Wucherung des Epithels, welche für die Bildung der Cyste grundlegend ist, ging in zweierlei Typen vor sich. Die

eine Wachstumsform ist die bereits von KAUFMANN und anderen Forschern beschriebene, in deren Sinne das Epithel von den Rändern des Lappens auf das benachbarte Bindegewebe übertritt und dieses langsam überzieht. Die zweite Form der Epithelisierung geht hingegen in der Weise vor sich, daß das wuchernde Epithel von der epidermoidalen Oberfläche des Lappens unmittelbar auf das gegenüberliegende Bindegewebe übergeht und so die Oberfläche desselben überzieht. Dieser Übergang des Epithels auf das gegenüberliegende Bindegewebe geht auf die Weise vor sich, daß die im Gefolge der Abschälung entstandenen meist brückenartigen intracystösen Synechien dem Epithel als Wegweiser dienen.

4) In dem neugebildeten Teile der Cystenwand ist neben der sehr gut ausgeprägten Differenzierung der Epithelzellenschichten noch besonders das Vorkommen zerstreuter, Haarbälgen mehr oder minder ähnlicher Gebilde auffallend, welche als Resultate einer sekundären Implantation aufzufassen sind.

5) Die sub 4) angeführten Eigenschaften führen zu dem wichtigen Ergebnisse, daß die von uns künstlich erzeugten Cysten in ihrem ganzen Umfang, also nicht nur in dem dem implantierten Lappen entsprechenden Anteil, den einfachen Dermoidcysten sehr nahestehen.

5.

DIE HÄMOLYTISCHE WIRKUNG DES SUBLIMATS MIT BESONDERER BERÜCKSICHTIGUNG DER IMMUNITÄTSGESETZE.

Von Univ.-Dozent Dr. LADISLAUS DETRE und Dr. JOSEF SELLEI.

(Aus dem Laboratorium des Instituts JENNER-PASTEUR in Budapest.)

Vorgelegt in der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 16. Mai 1904.

Aus „Mathematikai és Természettudomanyi Értesitö" (Mathematischer und Naturwissenschaftlicher Anzeiger der Akademie) Bd. XXII, pp. 196—206.

Die folgenden Untersuchungen befassen sich mit der blutvergiftenden Wirkung des Sublimats mit Zuhilfenahme jener Methode, die HAMBURGER in die Physiologie eingeführt und welche die Schule EHRLICHS so bedeutend ausgebildet hat.

Die Grundlage dieser Methode besteht darin, daß die roten Blutkörperchen in isosmotischen Chlornatriumlösungen unverändert bleiben, dagegen ihre Vitalität verlieren, wenn die Aufschwemmungsflüssigkeit ein Blutgift enthält. Die lebende Blutzelle behält ihr Hämoglobin; das Hämoglobin der absterbenden Blutzelle tritt aus der Blutzelle heraus und verteilt sich in der Aufschwemmungsflüssigkeit; diese Erscheinung ist die Hämolyse (Blutlösung). Je stärker die vergiftende Wirkung ist, desto mehr Blutkörperchen lösen sich in der Zeiteinheit auf, die Schnelligkeit und der Grad der Lösung steht, mit einem Worte, mit der blutvergiftenden Wirkung der betreffenden Substanz in einem geraden Verhältnis.

Bei unseren Versuchen verwendeten wir nicht eine mit den menschlichen Blutkörperchen isosmotische 0,85—0,90prozentige *Cl-Na*-Lösung, sondern eine etwas hypertonische und zwar 1prozentige Lösung, in welcher die menschlichen Blutzellen durch 24 Stunden hindurch unverändert bleiben. Mit dieser Kochsalz-

lösung stellten wir die verschiedenen Konzentrationen des Sublimats her und setzten zu einem ccm Sublimat 0,10 ccm der 5prozentigen defibrinierten Menschenblutemulsion bei. Die Aufschwemmungsflüssigkeit der Blutemulsion war eine 1prozentige *Cl-Na*-Lösung.

In allzu konzentrierten Lösungen fällt das Serum eiweiß aus und fixiert die geschrumpften Blutkörperchen, so daß diese auch in destilliertem Wasser nicht mehr löslich sind. Sehr starke Verdünnungen des Sublimats bleiben wirkungslos; zwischen den beiden Grenzen liegt die Lösungszone des Sublimats, innerhalb welcher sich in den Röhrchen die Blutkörperchen nach einer gewissen Zeit ganz oder teilweise lösen.

1—0,01% löst nicht, sondern präzipitiert bloß; um 0,001% herum liegt die Lösungszone; 0,0001% wirkt bloß nach längerer Zeit (24h) hämolysierend, aber selbst 10- ja 100mal stärker verdünnte Sublimatsproben üben innerhalb einer sehr protrahierten Beobachtungsdauer eine noch eben wahrzunehmende blutvergiftende Wirkung aus.

Wir unterscheiden eine obere und untere Grenze der Lösungszone. Für frisches Menschenblut ist bei 37° Wärme und 5stündiger Beobachtungszeit die obere Lösungsgrenze zwischen 0,007—0,004% zu finden; die untere Grenze schwankt zwischen 0,0005—0,0002%. Als Grenztiterwert betrachteten wir jene Konzentration von $HgCl_2$, von welcher 1 ccm imstande ist, sämtliche Blutkörperchen der erwähnten Blutmenge von 0,10 zu lösen.

Darauf bezüglich siehe die Tabelle:

Sublimat in %	Resultat nach 5h 37°, Blut: 5% Emulsion
0,01	Blut präzipitiert Niederschlag
0,009	„ „ geringe Lösung
0,008	„ „ mittelmäßige Lösung
0,007	kein Niederschlag vollständige Lösung
0,006	vollständige Lösung
0,0005	„ „
0,0004	„ „
0,0003	unvollständige Lösung
0,0002	Spuren von Lösung
0,0001	keine Lösung

In diesem Falle reicht die Zone der vollständigen Lösung von 0,007—0,0004 %.

Innerhalb der Lösungszone tritt die Lösung um so schneller ein, je konzentrierter die Sublimatlösung ist. Bezüglich einer und derselben Konzentration ist auf den Gang der Hämolyse einerseits die Dauer der Sublimatseinwirkung, andererseits die Temperatur von Einfluß. Mit der Verlängerung der Einwirkungszeit erhöht sich die vergiftende Wirkung und es zeigt sich die Hämolyse in solchen Röhrchen, welche bei kürzerer Zeit unverändert bleiben. Charakteristisch ist, daß innerhalb der ersten Stunde bei 37° keine sichtbare Wirkung auftritt, erst nach Verlauf dieser einstündigen Inkubation (latentes Stadium) beginnt die Lösung. Siehe die Tabelle:

Blut des Individuum „K". 5 % Blut. Nach 1 Stunde (Thermostat) nirgends eine Spur von Lösung.

Sublimat in %	$1^1/_2$ Stunde Thermostat	$2^1/_2$ Stunden 37°	5^h 37°
0,0005	fast vollst. Lösung	vollständige Lösung	vollständige Lösung
0,0004	keine „	mittelmäßige „	fast vollständ. „
0,0003	„ „	etwas „	starke „
0,0002	„ „	keine „	mittelmäßige „
0,0001	„ „	keine „	Spuren von „

Für die Beobachtung ist eine 4—5stündige Beobachtungszeit am günstigsten, weil die Proben später keine bedeutenden Veränderungen mehr aufweisen.

Die Intensität der Hämolyse ist auch von der Temperatur abhängig: bei niedriger Temperatur geschieht die Lösung langsam und unvollkommen, bei Zimmertemperatur rascher, bei 37° Thermostat geht sie in ca. 4—5^h vor sich, in einem 45—46gradigem *Wasserbade tritt innerhalb* 1^h *vollständige Lösung ein.* Bei dieser Temperatur dauert die Inkubation bloß 10—20 Minuten und die Phasen der Hämolyse folgen rasch hintereinander, weshalb wir dieses Verfahren (45° Wasserbad) für Studienzwecke sehr empfehlen können: nicht bloß vom Gesichtspunkte der raschen und präzisen Untersuchung der Hämolyse, sondern auch der übrigen verwandten Prozesse: der Agglutination, Bakteriolyse und Präzipitinreaktion.

Das Verhalten des Blutes normaler Individuen dem Sublimat gegenüber. Der obere Grenztiterwert ist gewöhnlich 0,007—0,004; der untere Grenztiterwert wechselt zwischen 0,0005—0,0004. Die Titerwerte eines und desselben Individuums weichen bei mehrmaliger Untersuchung nur wenig voneinander ab.

Syphilitische Individuen. Bei diesen haben wir bloß die untere Grenze der kompletten Lösung bestimmt, weil diese ein getreues Bild der Blutresistenz gibt. Die Titerwerte wechselten unter 11 Fällen in 7 Fällen zwischen 0,0005—0,0003%. Der Titer der übrigen 4 syphilitischen Individuen im Eruptionsstadium war höher als 0,0005. Ob das Blut von Syphilitikern im floriden Stadium der Krankheit ständig resistent ist, werden diesbezügliche weitere Untersuchungen feststellen.

Der Einfluß der Quecksilberbehandlung auf die Resistenz des Blutes. Es fiel auf, daß im Verlaufe der Behandlung die Grenztiter ungewöhnlich große Schwankungen aufwiesen. Unter den Ergebnissen der einzelnen Beobachtungstage fanden wir bis 0,0004% Schwankungen; während der Wert der Schwankungen der nicht Behandelten bloß 0,0001% beträgt. In einigen Fällen wies der Titer eine gesetzmäßige Änderung auf, indem er nach der ersten Sublimatsinjektion (2prozentiges Sublimat 1 ccm) sank, um bei der späteren Injektion wieder den ursprünglichen Wert zu erreichen. Es ist wahrscheinlich, daß die Blutzellen sich nach und nach an das Gift gewöhnen.

Das Verhalten isolierter roter Blutkörperchen dem Sublimat gegenüber. Wenn wir die Blutkörperchen durch Zentrifugieren von der Aufschwemmungsflüssigkeit — die nichts anderes ist als eine Lösung von Blutserum in der Kochsalzlösung — absondern und dann dieselben von neuem mit einer *Cl Na*-Lösung versetzen, so erhalten wir eine Emulsion sogenannter *„gewaschener“* Blutkörperchen, welche Emulsion Sublimat gegenüber empfindlicher ist als die vollständige Blutemulsion. Der Unterschied bezüglich eines und desselben Blutes zwischen dem Titer vollständiger und gewaschener Blutkörperchen beträgt 0,0001—0,0002% und noch darüber. Daß die roten Blutkörperchen nicht infolge der durch das Zentrifugieren verursachten *mechanischen Einwirkung* empfindlicher werden, haben wir damit bewiesen, indem wir gezeigt,

daß die nach dem Zentrifugieren von neuem durcheinandergeschüttelte Emulsion mit der nicht zentrifugierten Probe gleich resistent ist. Hingegen stellte sich heraus, daß natives Blut dem Sublimat deshalb größeren Widerstand entgegensetzt, weil *das Serum die Blutkörperchen schützt.* Je größer die Differenz zwischen den Titern des nativen und gewaschenen Blutes ist, desto stärker ist die Schutzwirkung. Als Maß der Schutzwirkung des Serums diente bei unseren Versuchen jene Quantität der von den Blutkörperchen abzentrifugierten serumhaltigen Emulsionsflüssigkeit — von uns kurzweg als „Serum" bezeichnet —, welche eine gegebene Menge gewaschener Blutkörperchen gegen eine dieselben sonst unbedingt hämolysierende Quantität Sublimat zu schützen imstande war. Es geht aus der Natur der Sache hervor, daß gegen eine nur noch gerade hämolysierende Sublimatsmenge die Blutkörperchen durch eine geringere Menge von „Serum" geschützt werden, als gegen ein größeres Giftquantum; bei einem Versuche beispielsweise, wo der untere „Endtiter" der gewaschenen roten Blutkörperchen 0,0004% betrug, neutralisierte 0,40 „Serum" diese Quantität bis zur gänzlichen Wirkungslosigkeit, während man zu 0,0005% Sublimat 0,50 „Serum" geben mußte, damit man nach 5stündiger Beobachtung die roten Blutkörperchen unverändert sehe.

Wir untersuchten auch, in welchem Grade verschiedene Serumquantitäten die vergiftende Wirkung eines Sublimats von bestimmter Stärke herabsetzen, und konnten so berechnen, wieviel Sublimat von der Serumeinheit gebunden wird, und dann fanden wir, daß die Schutzwirkung des Serums von dessen Menge abhängig ist. In einer dünneren $HgCl_2$-Lösung bindet das Serum weniger wie in einer konzentrierteren Lösung. Eine Analogie hierzu gibt uns die gesetzmäßige Wechselwirkung der Antitoxine und Toxine.

Die Eigenschaften der Schutzwirkung des „Serums". Die Schutzkraft eines Serums, das auf 56° und 66° erwärmt wird, ist unverändert. Eine Erwärmung auf 73° verändert dieselbe ebenfalls nicht, selbst eine viertelstündige Erhitzung auf 83° vernichtet bloß einen Teil der Schutzkraft. Bei der Erwärmung auf 86° verschwindet jedoch die Schutzkraft des Serums. Die Schutzwirkung ist auffallend *thermostabil*, was uns zuerst auf die Idee gebracht, fest-

zustellen, ob die Schutzwirkung nicht an eine andere Substanz als an das Eiweiß gebunden ist. Sobald wir gefunden hatten, daß das Eiweißgerinsel, welches bei der die Schutzwirkung vernichtenden Temperatur ausgeschieden wurde, der Schutzwirkung ermangelt, wandten wir unser Augenmerk auf die fettartigen Substanzen, welche seit den Untersuchungen OVERTONS und H. MEYERS in der Pharmakodynamik eine immer wichtigere Rolle spielen. Wenn das Serum seine Schutzwirkung dem darin befindlichen sogenannten „Lipoiden" (die Bezeichnung stammt von OVERTON) verdankt, dann muß die Behandlung mit Äther und Chloroform das Serum seiner Schutzkraft berauben.

Wir haben diese Annahme experimentell bestätigt: das mit Äther oder Chloroform geschüttelte Serum verliert seine Schutzfähigkeit teilweise oder völlig.

Blut von dem Individuum „D". Gewaschene Blutkörperchen. „Serum" von demselben Individuum. 1) Nativ, 2) mit Äther, 3) mit Chloroform ausgeschüttelt. — Gift: 1 ccm 0,0005 % Sublimatlösung.

„Serum"	1) nativ	2) mit Äther behandelt	3) mit Chloroform behandelt
0,6 ccm	schützt vollständig	schützt nicht	schützt nicht
0,5 „	„ „	„ „	„ „
0,4 „	„ sehr stark	„ „	„ „
0,3 „	„ mittelmäßig	„ „	„ „
0,2 „	„ kaum	„ „	„ „

Unsere Annahme wird gesichert, wenn der Nachweis gelingt, daß der Ätherextrakt in dem Verhältnis schutzkräftig wird, in welchem die Schutzkraft des Serums sinkt. Nachdem wir den Ätherextrakt im Vacuum getrocknet und die so gewonnene Substanz in Chloroform gelöst hatten, schüttelten wir dieselbe mit Sublimat, und fanden, daß diese Substanz dem Sublimat einen Teil seiner Giftigkeit entzieht, sich also so verhält (s. unten weiter), wie eine Lecithinlösung; die Behandlung mit Äther oder Chloroform entzieht dem „Serum" einen Schutzstoff, welcher seiner Natur nach den fettartigen Substanzen am nächsten steht.

Die Schutzwirkung des „Blutsaftes". Die Schutzwirkung des „Serums" ist demnach hervorgerufen durch „*Lipoid-* (fettartigen)

Substanzen", welche sich mit dem Sublimat vereinigen und diese von den Blutkörperchen auf diese Weise fernhalten. Wir suchten nun danach, ob sich nicht etwa in dem Inneren der roten Blutkörperchen ein dem Serum-„Lipoid" analoger Schutzstoff befindet. Um dies zu erfahren, lösten wir die Blutzellen in chlornatriumfreien Wasser und machten sie dann mittels 1% *ClNa* isosmotisch. Die auf diese Weise gewonnene Flüssigkeit belegten wir mit der Bezeichnung „Blutsaft".

Dieser Blutsaft schützt die Blutzellen außerordentlich stark gegen Sublimat.

Schon 0,05—0,10 ccm schützt gegen eine sicher lösende Sublimatmenge von 0,0005%, d. h. der Blutsaft schützt ca. 5- bis 10mal stärker als Serum.

Gegen Hitze ist die Schutzwirkung des Blutsaftes ebenso resistent, wie die des Serums ändert sie sich erst gegen 80° herum. Äther gegenüber verhalten sich Blutsaft und Serum gleichförmig. Chloroform liefert bezüglich des Blutsaftes keine verläßlichen Daten, weil es das Hämoglobin ausscheidet. Da durch den Ätherextrakt die Giftigkeit des Sublimats gemindert werden kann, können wir mit Wahrscheinlichkeit annehmen, daß die Affinität der roten Blutkörperchen zum Sublimat eben durch das Lipoid verursacht wird, welches auch die Schutzwirkung des Serums hervorruft. Wir stellten noch Versuche mit *Lecithin* an, um das Verhalten des Sublimats diesem Stoff gegenüber zu erforschen.

Aus diesen Versuchen ging hervor, daß, wenn wir Lecithin in Äther oder Chloroform gelöst mit einer Sublimat-Kochsalzlösung von bekannt hämolytischer Kraft eine halbe Stunde schütteln, die vom Lecithin abgesonderte und durch Erwärmen von Äther resp. Chloroform gereinigte Sublimatlösung auf rote Blutkörperchen weniger vergiftend wirkt, wie es ursprünglich der Fall war. Das Sublimat geht nicht in die Lecithinlösung über; hingegen läßt es sich in der zwischen dem Sublimat und dem Chloroform abgeschiedenen trüb-zähen Masse nachweisen. Die „Zwischenschichte" gibt die Schwefel-Ammonium-Probe erst nach Behandlung mit Salzsäure, woraus wir mit einiger Wahrscheinlichkeit den Schluß ziehen können, daß sie nicht die einfache Lösung des Sublimats in Lecithin, sondern eine innigere Vereinigung beider

enthält. Wenn wir es, worüber die weiteren Untersuchungen uns Aufklärung verschaffen werden, tatsächlich mit einer chemischen Verbindung von Sublimat und Lecithin zu tun haben, welches wir in diesem Falle als ein Quecksilber-Lecithid bezeichnen werden, dann müssen wir annehmen, daß das Lecithin eine jener fettartigen Substanzen ist, welche die vergiftende Wirkung des Sublimats im lebenden Protoplasma vermitteln.

6.

ÜBER DIE LEBENSFÄHIGKEIT DER BOTRYTIS-, MONILIA- UND CONIOTHYRIUMSPOREN.

Von GY. v. ISTVÁNFFI.

Vorgelegt in der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 16. Februar 1903.

Auszug aus „Mathematikaí és Természettudományi Értesitö“ (Mathem. u. Naturwissensch. Anzeiger der Akademie) Bd. XXI, p. 222—235*.

Autor faßt hier bezüglich einiger bis jetzt nicht angewendeten Bekämpfungsmittel die zur Vernichtung der Sporen erforderliche Quantität des Wirkungsstoffes mit der Frage des erforderlichen Zeitraumes zusammen und findet als Endresultat eine neue Auffassung der Bekämpfung, welche als auf das Zeitminimum reduzierte, unmittelbare Sporentötungsbekämpfung bezeichnet wird. Die Sporen der erwähnten Pilze wurden sowohl in Leitungs-, Niederschlags- und destilliertem Wasser, als auch in Most durchgeführten Keimungsversuchen unterzogen, und es wurde dabei die Ergründung der gemeinsamen Rolle der Flüssigkeit und Temperatur bezweckt. Aus diesen Keimungsversuchen wurde erwiesen, daß 1. das Optimum für die Sporen des Monilia- und Botrytispilzes bei 25° C., bei Coniothyrium Diplodiella zwischen 25—30° C. ist; 2. daß eine Wärme von 18—20° C. sich dem Optimum am meisten nähert; 3. daß eine Temperatur von 5—12° C. auf die Keimung nachteilig einwirkt; 4. daß eine Temperatur von 39 bis 41° C. die Keimung der Botrytis- und Moniliasporen selbst in

* Dieser Auszug, den Herr Karl Pósch in Girárd (Ungarn) zu machen die Güte hatte, ist auch im *Zentralblatt für Bakteriologie etc.* II Abt. XI, 1904, Nr. 19 p. 584—586 erschienen.

Most nicht ermöglicht, während die braunen Sporen von Coniothyrium auch noch bei 38° C. nach 10—12 Stunden keimen; 5. daß gegenüber einer geringeren Temperatur bezüglich der Keimung Monilia empfindlicher als Botrytis, am empfindlichsten aber Coniothyrium ist. Bezüglich der Wirkung des Wechsels großer Kälte und Wärme ging aus den Versuchen hervor, daß starker Frost, welchem langsame Auftauung folgt, in 6 Tagen 30 % der Botrytissporen und 70 % der Moniliasporen vernichtet; demzufolge es wahrscheinlich ist, daß nach trockenen, mit größeren Temperaturschwankungen verbundenen Wintern ein sicheres Auftreten der Botrytiskrankheit zu erwarten ist, als die Verbreitung von Monilia, natürlich insofern dieselbe von der Zahl der überwinterten Sporen abhängt. Die Temperatur unter dem Gefrierpunkt schwächt die Keimungsenergie der Sporen.

Aus den Versuchen bezüglich des Alters und der Lebensfähigkeit der Sporen ging hervor, daß 1. 15 % halbjähriger trocken gehaltener Moniliasporen noch lebensfähig sind; 2. daß solche Sporen eine dem Gefrierpunkte entsprechende Kälte 6 Tage hindurch nicht mehr ertragen; 3. daß solche Sporen Temperaturschwankungen von −25° C. und +8° C. überhaupt nicht mehr ertragen, und 4. das 1—2jährige, trocken gehaltene Sporen schon zugrunde gehen.

Die Sporentötungsversuche des Autors erwiesen, daß die häufig angewendeten Bekämpfungsmittel in gebräuchlicher Stärke die Sporen der erwähnten Pilze zu töten nicht imstande sind; Moniliasporen wurden selbst der Wirkung 6—8prozentiger frischer reiner, und 6—8prozentiger karbonisierter Bordelaiser Brühe ausgesetzt, jedoch ohne Erfolg, da dieselben in Most keimten und nach 7 Tagen schon eine neue Sporenproduktion erfolgte. Die Versuche mit Calciumbisulfit wurden angestellt, um 1. die Wirkung des Mittels unter einheitlichen 24 Stunden zu bestimmen, 2. die kürzeste Zeitdauer anzugeben, unter welcher die Tötung der Sporen erfolgt, 3. den Zusammenhang zwischen der Sporenzahl und dem Prozent der Bekämpfungsflüssigkeit bezüglich der tödlichen Einwirkung festzustellen. Hier ergab sich, 1. daß 5prozentige Calciumbisulfitlösung unter 24 Stunden die Botrytis- und Moniliasporen tötet, sobald deren Zahl eine geringe ist;

2. daß dieselbe Lösung auch unter 30, ja 15 Minuten einen großen Teil der Sporen tötet, sobald die Zahl derselben ebenfalls eine geringe (40—60 in einem Tropfen) ist und dieselben daselbst gut verteilt sind; 3. daß eine 1,5 prozentige Lösung die gewöhnliche Anzahl der Sporen (100—150) unter 24 Stunden tötet; 4. daß diese Lösung diese gewöhnliche Anzahl, sobald die Sporen sehr gut verteilt sind, auch in 30, ja in 15 Minuten tötet und 5. daß diese Lösung viele Sporen von Monilia (200—240 in einem Tropfen) ebenfalls unter dieser Zeitdauer töten kann, sobald diese sehr gut verteilt sind. Es ist aus diesen Versuchsresultaten ersichtlich, daß das Verhalten von Sporen, welche aus einer Quelle stammen, und der Art nach auch einerlei sind, in gleichförmigen Flüssigkeiten und bei gleicher Zeitdauer dennoch ein verschiedenes ist, folglich der Grund dieser Tatsache nur in der Verteilung und Anzahl der Sporen liegen kann. Dieser wichtige Zusammenhang des Prozentsatzes der Lösung, der Pilzart, der Sporenzahl und der physiologischen Wirkung wurde in der Literatur bis jetzt nicht genügend berücksichtigt.

Es war ferner wichtig, zu ergründen, welches Quantum des Bekämpfungsmittels zur Tötung der Sporen notwendig ist. Die sehr eingehenden Versuche des Autors ergeben als Endresultat, daß bei Botrytis cinerea, wenig Sporen angenommen, zur Tötung derselben das 9000fache Gewichtsquantum $Ca(HSO_3)_2$ des lebenden Gewichts der Sporen notwendig ist; bei Annahme von vielen Sporen jedoch dasselbe auf das 10000fache Gewichtsquantum der lebenden Sporen erhöht werden muß; bei Monilia fructigena ist zur Tötung der Sporen das 3000fache Gewichtsquantum der lebenden Sporen erforderlich. Das Gewicht einer Botrytis cinerea-Spore wurde mit 0,00000088 mg, das einer Monilia fructigena-Spore mit 0,00000036 mg angenommen; es entfallen demnach auf ein Milligramm beiläufig eine Million Botrytis- und 300000 Moniliasporen. Die Wirkung des Bekämpfungsmittels hängt hauptsächlich von dem Zeitabschnitte, durch welchen die Spore in der Flüssigkeit liegt, von der Anzahl der in dem Tropfen sich befindlichen Sporen, von der Zeitdauer der Eintrocknung der Flüssigkeit und schließlich von einer neueren Auflösung (durch Tau oder Regen), also von einer fortgesetzten Wirkung ab, welche natürlich wieder

von der chemischen Zusammensetzung der Bekämpfungsmittel abhängig ist. Da nun die bis jetzt gebräuchlichen Bekämpfungsmittel in flüssigem Zustande nicht 24 Stunden verbleiben können (sehr nasse Witterung ausgeschlossen) und ihre tötende Wirkung gegenüber den Botrytis-, Monilia- und Coniothyriumsporen unter dieser Zeit nicht zur Geltung kommen kann, sind nur zwei Wege der Bekämpfung offen, und sind somit entweder stärkere Bekämpfungsmittel anzuwenden oder die Bekämpfung zu wiederholen. Da jedoch diesen Bekämpfungsarten pflanzenphysiologische technische und finanzielle Hindernisse entgegentreten, stellt der Autor, um die Bekämpfung doch zu ermöglichen, den Grundsatz der periodischen (fraktionierten) Bekämpfung auf, welche in der Vernichtung der aus den nicht getöteten Sporen hervortretenden Keimschläuche durch kurzperiodische Anwendung normalprozentiger (also schwächerer und somit billigerer) Bekämpfungsmittel bestehen soll. Diese Bekämpfung bezieht sich auf unsere bekannten Bekämpfungsmittel, und wiewohl dieselbe zwar langsam vor sich geht und öfters wiederholt werden muß, kann dieselbe gegen die drei genannten Pilze immerhin angewendet werden. Die schwierige Ausführung der Bekämpfung führte jedoch zu der Frage, ob es nicht solche Mittel gebe, welche unter der kürzesten Zeitdauer die Sporen töten können, ohne Schaden an der Wirtspflanze anzurichten? Wäre es möglich, diese sporentötende Wirksamkeit, abiontische Energie, konzentriert auf das Minimum herabzusetzen? Diese Fragen führten den Autor zur Anwendung des Calciumbisulfit, Magnesiumbisulfit und Calcium-Magnesiumbisulfit, da bei diesen Mitteln auch unter der geringsten Zeitdauer ihrer Anwesenheit die tötende Wirkung der abiontischen Energie durch schnellere Diffussion sich äußert und somit die Erzeugung der ersten unmittelbar tötlichen Einwirkung ermöglicht. Von einer eventuellen Steigerung dieser Einwirkung will der Autor nach weiteren im Freien ausgeführten und auch andere Pilzformen umfassenden Versuchen berichten.

7.

SUR L'APPARITION EN HONGRIE DES DEUX NOUVEAUX RAVAGEURS DE LA VIGNE (ITHYPHALLUS IMPUDICUS ET COEPOPHAGUS ECHINOPUS).

Par le Dr. GY. de ISTVÁNFFI,

Professeur de l'Université, Directeur de l'Institut Central Ampélologique Royal Hongrois à Budapest.

Présenté à l'Académie hongroise des sciences dans la séance du 16 février 1903.

Extrait du journal „Mathématikai és természettudományi értesitö“ (Bulletin des sciences mathématiques et naturelles) t. XXI, pp. 157—176.

I.

J'ai eu l'occasion, pendant ces dernières années, d'observer l'Ithyphallus impudicus comme ravageur de la Vigne, fait digne d'attirer l'attention, le champignon «Impudique» ayant toujours été considéré comme une plante saprophytique.

Nous avons constaté son apparition dans un vignoble sablonneux, en automne 1901, et l'avons étudié au cours de l'année 1902.

Dans les terrains sablonneux, il apparaît d'après nos observations deux fois l'an: 1° vers la fin de Mai, on trouve déjà une quantité considérable d'oeufs, dont les champignons se développent quand ils ne sont pas dévastés par le binage.

2° à la fin d'Août et jusqu'assez tard en automne; (nous en avons recueilli de fraîs, même en Novembre).

Symptômes de la maladie. Le cep attaqué se développe maigrement, est moins grand, produit moins de pousses en un mot, présente des symptômes maladifs.

Son feuillage est vert jaunâtre, prédisposé à la chlorose et rappelle les symptômes du Phylloxéra. Tous ces symptômes, de même que le desséchement brun de la marge des feuilles, semblable à une brûlure, servent à découvrir les souches malades.

Le mycélium de l'Ithyphallus se trouve sur la souche, sur les racines et dans les racines mêmes.

1. Les cas d'Ithyphallus sur la souche elle-même sont les plus rares. Cette forme est d'ailleurs la plus dangereuse, puisqu'elle détermine le rapide dépérissement de la souche. Les cordons mycéliens, d'une épaisseur de 1·5 mm, d'un rose pâle, enlacent le pied, se ramifient et finissent par former un réseau de filaments très blancs, très tenus qui le recouvrent et pénètrent dans son écorce.

2. Parfois, le mycélium croît autour de la racine en l'enveloppant parfaitement, ou ne continue à s'y développer qu'en se collant, ce qui pourrait faire croire qu'il ne pénètre en aucune façon dans la racine. Mais un examen microscopique nous révèle, que la dévastation s'est effectuée par la pénétration de ses branches-suçoirs.

3. Le cordon mycélien radicicole (plusieurs se trouvent parfois en même temps), s'y développe dans toute sa longueur, la transperce complètement, en dévaste les tissus et envoie par endroits des ramifications à l'air libre. Il ne subsiste de la racine que le tube cortical vide.

Le mycélium de l'Ithyphallus impudicus est très peu difficile. Il recherche au bord des routes, dans les herbes, les rhizomes des Chiendents qu'il transperce et à l'intérieur desquels il se développe.

Dans les racines de la vigne, le mycélium absorbant de l'Ithyphallus impudicus, se présente sous deux formes *a*) comme réseau mycélien composé de filaments extrêmement fins et tenus; *b*) sous forme de cordons mycéliens.

a) Le mycélium filamenteux très tenu, c'est-à-dire, la partie essentiellement dévastatrice se répand dans l'écorce, et se compose de filaments remarquablement fins, larges de $1-1{\cdot}5\ \mu$ et forme sur une section transversale une zône touffue, qui recouvre comme d'un manteau le cylindre central.

Le liber mou (mestome) est le principal théâtre de ses

ravages. Cette zône mycélienne est large de 20—28—40 μ, et disparaît ordinairement après avoir dévoré, dévasté le tissu nutritif, le liber mou.

b) Les pelotes cordonnées, de direction plus ou moins parallèle à l'axe longitudinal, serpentent le long de l'écorce. Elles correspondent vraiment aux branches pénétrées des cordons extérieurs adhérant à la racine.

Le cordon mycélien situé dans la racine a généralement la même structure, que celui qui se développe dans le sol mais il est plus mince. Généralement, sa largeur est de 300—400 μ.

1° Nous appelons moëlle sa partie intérieure, composée d'hyphes ondulées, larges de 8—12—20 μ parallèles à son axe, dont la membrane très réfringente, légèrement gonflée, a une épaisseur de 1·5 μ. Quelques unes sont remplies d'un contenu jaune-brunâtre, ce sont probablement des hyphes claviformes sécrétrices.

2° La moëlle est bordée par une couche large de 12 μ, composée de filaments minces, comprimés, et qui s'enroulent autour d'elle.

3° Au-dessus vient la couche légère, cristallifère, qui se compose de filaments larges de 2—3 μ (on voit sur les filaments des cellules à bouclier), est remplie de farine cristallinique et de formations très anguleuses et réfringentes (glycogène?). Par endroits, on voit dans cette couche, des sphaerites d'oxalate de chaux.

4° La couche extérieure est très légère et se compose de filaments hérissés, saillants. Cette partie, réunie avec la précédente, a une largeur d'environ 80 μ et tout le cordon a alors une épaisseur de 360 μ.

La couche cristallifère et la zône entourant le cordon correspondraient ensemble à l'écorce du cordon mycélien qui, semblable à un tuyau de câble, est recouvert d'enveloppes (trois) de différentes catégories.

A notre avis, l'écorce extérieure absorbe, la moëlle emmagasine et la couche mince couvrant la moëlle, sert à la communication.

Dévastation de la racine. Le mycélium se répand dans la racine et la fait dépérir, et c'est surtout dans le liber mou que

la dévastation se présente. La masse d'hyphes qui le traverse, est jaune pâle, très fine et dévore complètement les tissus. Cette masse d'hyphes se réunit par endroits en faisceaux et dès qu'elle a achevé la dévastation, se dissout partiellement, et seule la farine cristallinique reste à sa place. L'autre partie continue à se développer, recherche de nouveaux tissus et finit par se jeter sur le cylindre de bois.

Quand plusieurs cordons mycéliens s'emparent de la racine, la dévastation est alors beaucoup plus considérable: 1⁰ parce que les suçoirs après leur pénétration continuent à se développer sous forme de cordons mycéliens internes; et 2⁰ parce qu'ils produisent par endroits, un mycélium fin, qui dissout et détruit plus rapidement les tissus favorables à sa nutrition.

La zône mycélienne située sous le phellogène secondaire en absorbant le liber mou, se jette sur le cylindre de bois.

Parfois, cette zône mycélienne demeure à sa place originale et c'est de là, qu'elle pousse une forte pelote, un pied sur le cylindre de bois, qui se développe autour du dit cylindre.

La zône d'hyphes se développant ainsi autour du cylindre de bois, envoie alors des ramifications dans le corps ligneux, qu'elle dissout complètement. Mais le cylindre de bois, peut être également attaqué par une branche mince du cordon, adossée directement au corps du cylindre.

Les hyphes pénétrant de la périphérie, se répandent, dans toutes les directions entre les vaisseaux ligneux, vers le centre, et ravagent littéralement le corps ligneux. Un plus fort grossissement montre que tous les éléments du bois sont dévastés et qu'il ne finit par demeurer que les minces squelettes des vaisseaux ligneux, sur lesquels les cloisons latérales des cellules parenchymatiques forment saillie, à la façon de minuscules arêtes.

Dans les racines plus fortes (épaisses de 2·5—4 mm) et plus lignifiées, la dévastation apparaît différemment. Leur corps ligneux dépérit également, mais les rayons médullaires jaunis restent reliés par la moëlle, (remplie de tanin brun-rougeâtre) sous forme d'étoile, tandisque le bois a disparu. On voit encore dans les rayons médullaires jaunis les tubes à raphides et, la membrane de certains groupes de cellules (remplies de tanin)

s'est complètement embrunie. En outre, les tissus dévastés sont parfaitement vides.

Les ilôts de mycélium situés dans l'hypoderme de l'écorce primaire, sont alors presque complètement exclus. Le phellogène secondaire a déjà produit un liège de 5—6 couches, le liber situé au delà, est déjà dépéri, mais les rayons médullaires ont déjà produit de nouveaux tissus remplaçants, composés de cellules quadrangulaires jaunâtre-brunâtre.

Le rôle de défense est nettement exprimé dans ce cas, par le cloisonnement des rayons médullaires dès le commencement de la maladie, ce qui prouve clairement qu'une racine vivante a été attaquée par le champignon parasite.

Cristaux. Les hyphes sont recouvertes de petits groupes de cristaux, ou de petits corps anguleux d'oxalate de chaux. Nous avons toujours vu sur les hyphes les plus fines (à peine 1 μ) de petits amas de cristaux et les filaments plus épais étaient toujours ornés de colonnes très dévelopées (longues de 6 μ et larges de 1 μ), formant des groupes de trois à six.

Sphaerites. Le mycélium de l'Ithyphallus impudicus ainsi que nous l'avons montré, produit aussi des sphaerites, dont la structure diffère cependant de celles des sphaerites de l'Ithyphallus caninus, décrit par DE BARY.

Les sphaerites de l'Impudique ne se composent pas ordinairement de fins cristaux en forme d'aiguille, mais de fortes colonnes dont le bout inférieur est dirigé vers le centre et l'autre bout, nettement visible, est recouvert d'une pyramide.

Les sphaerites sont enveloppés d'une membrane cellulaire d'où sortent parfois quelques têtes de colonne. La différenciation se fait graduellement, car on trouve des sphaerites dont le contenu ne s'est pas encore complètement cristallisé, mais forme dans la cellule ronde des nids plus petits.

II.

Apparition du Coepophagus echinopus.

Nous avons trouvé, pour la première fois le Coepophagus, au mois d'Octobre 1902, sur une section microscopique de raci-

nes dévastées par l'Ithyphallus. Je me borne ici à signaler l'apparition en Hongrie, de ce ravageur de la vigne; c'est un fait intéressant même au point de vue zoologique, cet Acarien n'ayant pas encore été signalé chez nous. Dans les racines ravagées par l'Ithyphallus, recueillies au cours de l'été, conservées et fixées soigneusement, nous avons partout constaté des traces de Coepophagus, dans les cavités des tissus détruits. Mais comme on ne l'avait pas encore découvert dans des racines saines, nous pensons que son action chez nous a été jusqu'alors purement saprophagique. On ne peut évidemment le rechercher avec succès pendant l'hiver, aussi, des recherches exécutées au printemps, peuvent seules jeter quelque lumière sur cette importante question.

Dans l'écorce de racines dévastées par l'Ithyphallus, nous avons constaté les galeries du Coepophagus parallèles à l'axe de la racine, mais elles n'étaient pas creusées aussi régulièrement que MM. Mangin et Viala l'ont décrit.

Chez nous, nous n'avons reconnu d'une façon certaine, que les mâles homéomorphes et les femelles.

L'Acarien vivant d'abord dans l'écorce n'y demeure pas, mais pénètre plus tard dans le bois et ravage particulièrement les éléments ligneux, tandisque les rayons médullaires demeurent intactes pendant un certain temps.

Il a percé dans le bois de grands trous, complètement remplis de déjections fort caractéristiques. Ces déjections n'y sont point parvenues par hasard et elles contiennent les restes des éléments de bois non digérés, preuve de la nutrition du ravageur.

L'Acarien n'attaque point les cordons mycéliens qui demeurent parfaitement sains, même dans le voisinage de semblables habitats.

On trouve encore dans les racines ravagées par l'Ithyphallus, des Glyciphages et des Anguillulides qui trouvent un terrain très favorable à leur développement.

8.

EXPERIMENTELLE ERFORSCHUNG UND THEORETISCHE DEUTUNG DER ALLGEMEINEN GESETZMÄSSIGKEITEN DER POLARISATION DES VON GLASGITTERN GEBEUGTEN LICHTES.

Von Dr. I. FRÖHLICH, Professor der Physik an der Universität Budapest.

Vorwort.

In vorliegender Schrift übergebe ich auch in deutscher Sprache die Resultate meiner auf die Polarisation des gebeugten Lichtes bezüglichen Untersuchungen der Öffentlichkeit; dieselben beschäftigten mich mit Unterbrechungen schon seit langer Zeit; aber erst während der letzten fünf Jahre war ich in der Lage, meine ganze freie Zeit ununterbrochen diesen Forschungen widmen zu können. Verschiedene Gründe veranlaßten mich gegenwärtig zu deren Veröffentlichung.

Einerseits war es die fortwährend, fast ins Ungemessene anwachsende Fülle des Beobachtungsmaterials und der mit dessen Gewinnung und Verarbeitung untrennbar verbundene sehr große Aufwand von Zeit und Mühe, welcher mir schließlich die Überzeugung festigte, daß eine erschöpfende, qualitative und quantitative Erforschung auch nur der von Glasgittern erzeugten gebeugten räumlichen Strahlensysteme eine die Arbeitskraft eines Einzelnen weit übersteigende Leistung erfordere.

Andrerseits schien es mir an der Zeit, die zahlreichen, von mir gefundenen neuen Gesetzmäßigkeiten in bezug auf die Verteilung der Polarisationszustände der von einem sekundären Lichtzentrum ausgehenden Strahlen einem weiteren Kreise von Fachgenossen vorzulegen*, um damit allgemeinere Gelegenheit einer Beurteilung

* Teile dieser Arbeit mit den zugehörigen, 1 m im Durchmesser haltenden Projektionszeichnungen wurden in der Sitzung der III. (math.-naturw.) Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 14. März 1904 und

zu bieten und eventuell, wie es schon einmal vor vielen Jahren der Fall war, den Anstoß zu ferneren Untersuchungen zu geben.

Den Gegenstand der Schrift läßt schon die Überschrift erkennen; das ausführliche Inhaltsverzeichnis am Schluß soll einen Einblick in den behandelten Stoff und dessen Anordnung bieten, doch möge schon hier eine allgemeine Übersicht und Orientierung über das vorgesteckte Ziel und über die erhaltenen Resultate Platz finden.

I. Die Frage der Polarisation des gebeugten Lichtes ist fast so alt wie die der Interferenz durch Beugungsgitter überhaupt; die darauf bezügliche Literatur ist sehr bedeutend; man wird es daher erklärlich und entschuldbar finden, wenn ich im ersten, historischen Teil dieser Schrift eine etwas genauere und ausführlichere Übersicht der bisherigen wichtigeren Arbeiten zu geben versuche, dabei besonders diejenigen berücksichtige, welche dieselben Erscheinungen untersuchten, wie vorliegende Schrift. Auf manche dieser Arbeiten habe ich in den übrigen Teilen der Schrift des öfteren Bezug genommen; doch wird man finden, daß die einzelnen verschiedenen Forscher in den meisten Fällen verschiedene Erscheinungen untersuchten, so daß es nicht Wunder nehmen kann, wenn die so gefundenen Ergebnisse miteinander nicht übereinstimmen.

II. Der zweite, theoretische Teil beschäftigt sich mit der physikalischen Darstellung derjenigen Kugelwellen, die zur Beschreibung der sich hier bildenden Polarisationsanordnungen geeignet sind; es sind dies die zirkumaxialen, die meridionalen und die isogonalen Kugelwellen. Die erste stellt eine längs

---

in der Sitzung der Mathematikai és Physikai Társulat (Mathematischen und Physikalischen Gesellschaft) zu Budapest am 24. März 1904 mitgeteilt. Die erste Veröffentlichung darüber fand in ungarischer Sprache statt im Magyar Tudományos Akadémia Mathematikai és Természettudományi Értesitöje (Mathem. und Naturwissensch. Anzeiger der Ungar. Akademie der Wissenschaften) Bd. XXII, p. 207—312, mit 17 Abbildungen, Budapest 1904.

Die späteren Beobachtungen, die theoretischen Entwicklungen und die auf großen Kugelflächen graphisch dargestellten Anordnungsverhältnisse der Polarisationsebenen als Systeme fixierter Kurvenscharen wurden in der Sitzung vom 14. Mai 1906 der Ungar. Akademie vorgelegt und vorgezeigt und bildeten auch einen Programmpunkt der XII. Jahresversammlung der Ungar. Mathem. und Physikal. Gesellschaft am 28. und 29. April 1906.

der Parallelkreise um eine Achse stattfindende Anordnung des Wellenvektors dar; die zweite eine solche, wo dieser Vektor längs den durch eine Achse gehenden Meridianen angeordnet ist; die dritte eine solche, wo die Vektoren aller Punkte, die längs je einem durch eine bestimmte Achse gehenden Meridiane liegen, zu diesem Meridiane untereinander die gleiche Neigung haben, und zwar stets dieselbe, wie der Vektor des in dieser Achse liegenden Punktes.

Die ersten beiden Anordnungen waren schon früher bekannt und in beschränktem Geltungsbereiche benutzt; die dritte konstruierte ich jedoch zuerst erfahrungsgemäß aus sehr zahlreichen Beobachtungen und benannte sie wegen ihrer soeben erwähnten charakteristischen Eigenschaften die isogonale.*

Die oben erwähnten Systeme von Kugelwellen behandle ich sowohl auf elastisch-fester als auch auf elektromagnetischer Grundlage und berücksichtige dabei besonders ihre Energieverhältnisse.

III. Der dritte, experimentelle Teil dieser Arbeit ist der weitaus wichtigste.

1. Derselbe hatte den Zweck, die in der Überschrift angedeutete Untersuchung vorerst ausschließlich auf dem Wege der Erfahrung auszuführen, und zwar ganz unbeirrt und unbeeinflußt von jeglicher, auf Hypothesen beruhenden Theorie und frei von jeglicher, von solchen Auffassungen herrührenden oft ganz unwillkürlichen und unbewußten Befangenheit.

Es war also durchaus nicht meine Absicht, nur solche Versuche anzustellen, die zur Entscheidung einer oder der anderen Folgerung aus einer Hypothese geeignet wären, sondern mittels allgemeiner und systematischer Untersuchungen die charakteristischen Haupteigenschaften dieser Erscheinungen festzustellen.

* Nachträglich fand ich, daß in einer rein theoretischen, jedoch bis jetzt, wie es scheint, ganz wirkungslos gebliebenen Arbeit H. A. Rowland vor etwa zwanzig Jahren mittels bedeutenden mathematischen Apparates dasselbe Wellensystem bildete, ohne indes diese seine wichtigste geometrische Eigenschaft zu erwähnen, und ohne auch nur den geringsten Versuch zu machen, die theoretisch konstruierte Kugelwelle mit der Erfahrung zu vergleichen, was nicht nur mit der größten Leichtigkeit hätte geschehen können, sondern auch zweifellos einen kräftigen Impuls zu weiteren Forschungen gegeben hätte.

Die in diesem Teile beschriebenen Untersuchungen unterscheiden sich nun von allen bisherigen hauptsächlichst durch folgende drei Umstände:

α) Während man bisher stets nur diejenigen gebeugten Strahlen untersuchte, welche in der zur Furchenrichtung des Gitters senkrechten, der sogenannten Beugungsebene fortschreiten, die also alle in einer und derselben Ebene liegen, hielt ich es für notwendig, das ganze räumlich gebeugte Strahlensystem zu beobachten, welches bei je einer bestimmten Richtung der Gitternormalen herstellbar ist: dreht man nämlich bei unverändertem einfallendem Strahl das Gitter um seine Normale, also in seiner Ebene, so kann man dadurch in jeder Richtung der an die Gitterfläche stoßenden Halbräume einen gebeugten Strahl von beobachtbarer Intensität erhalten.

Die Untersuchung der räumlichen Strahlensysteme führte nun zur Auffindung von Gesetzmäßigkeiten, deren Erkennen mittels der nur in einer Ebene gebeugten Strahlen wohl kaum möglich gewesen wäre.

β) Um den etwaigen Einfluß der Größe des Furchenintervalls des Gitters beurteilen zu können, wurden solche Glasgitter benutzt, auf deren einer Fläche zwei aufeinander senkrechte Liniensysteme gefurcht waren; die Werte der beiden Intervalle eines besonderen solchen Gitters mit gekreuzten Linien betrugen 0,5 mm und 0,001 160 mm. Der erste Wert ist etwa der größte der gebräuchlichen Intervalle; der zweite dürfte die Grenze bezeichnen, bis zu welcher menschliche Kunst brauchbare Teilungen auf Glas herstellen kann.

Man konnte nun in jeder räumlichen Richtung nacheinander sowohl von dem einen als von dem andern Liniensystem desselben gekreuzten Gitters gebeugte Strahlen erhalten und durch quantitative Beobachtungen feststellen, daß der Polarisationszustand des gebeugten Strahles bei Glasgittern in den weitaus allermeisten Fällen von der Größe des Gitterintervalls, von der Lichtgattung, aus welcher der gebeugte Strahl besteht und von seiner Intensität unabhängig ist.*

* Dies Resultat hatte ich schon vor fast 30 Jahren, jedoch innerhalb eines viel engeren Geltungsbereiches gefunden.

Diese einfachen Eigenschaften veranlaßten mich, Glasgitter zur Erzeugung der zu untersuchenden Beugungserscheinungen zu benutzen.

γ) Um das „falsche Licht", nämlich die störenden inneren Reflexionen der Glasgitter zu vermeiden, schliff ich die flachen Rückseiten derselben matt und überzog dieselben mit geeignetem schwarzen Lack; damit war das falsche Licht bei reflektiert-gebeugten Strahlen vollständig eliminiert.

2. Die nun folgenden quantitativen Untersuchungen beziehen sich auf in Luft reflektiert-gebeugtes Licht; jede Beobachtungsreihe ist numerisch geordnet in Tabellen enthalten und mit dem zugehörigen Gesetze quantitativ verglichen. Außerdem ist die räumliche Anordnung der Polarisationsebenen jedes solchen Strahlensystemes mittels geeigneter stereographischer Projektion bildlich dargestellt; es sind insgesamt fünfzehn solcher Projektionsbilder vorhanden, die eine gute Übersicht gewähren. Diese hier mitgeteilten Beobachtungen erforderten insgesamt etwas mehr als fünfundzwanzigtausend Einstellungen und Ablesungen, ganz zu schweigen von den zahlenmäßig kaum abschätzbaren qualitativen Untersuchungen. Es mögen hier nur die wichtigsten neuen Gesetze und die bemerkenswertesten der aus diesen neuen Erfahrungstatsachen gezogenen Schlußfolgerungen erwähnt werden.

A) Fällt unpolarisiertes (natürliches) Licht unter dem Polarisationswinkel der Glassubstanz auf das Gitter, dann sind alle reflektiert-gebeugten Strahlen, welche mit der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles denselben, nämlich mit dem Polarisationswinkel gleich großen Winkel bilden, die also auf einer geraden Kegelfläche liegen, linearpolarisiert, und zwar in der jeweiligen, den einfallenden und den gebeugten Strahl enthaltenden Ebene; dies ist das Gesetz des Polarkegels.

B) Fällt linearpolarisiertes Licht unter dem Polarisationswinkel der Glassubstanz auf das Gitter, dann können alle reflektiert-gebeugten Strahlen, welche mit der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles denselben Polarisationswinkel bilden, die also auf einer geraden Kegelfläche liegen, durch Drehen des Polarisators ausgelöscht werden, haben also bei geeigneter Lage

des Polarisators die Intensität Null; dies ist das Gesetz des Extinktionskegels. Die Fläche ist in beiden Fällen dieselbe.

Diese beiden Erfahrungssätze enthalten das gewöhnliche MALUS-BREWSTERsche Gesetz und dessen Umkehrung als ganz spezielle Fälle; sind aber durchaus nicht als Verallgemeinerungen dieses Gesetzes und seiner Umkehrung zu betrachten.

3. Hierauf folgt die ganz ausführliche Untersuchung derjenigen reflektiert-gebeugten Strahlensysteme, die bei den verschiedensten Einfallswinkeln und Einfallsazimuten aus linearpolarisiertem einfallendem Lichte entstehen.

A) Ist der Einfallswinkel wieder der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters und das Einfallsazimut 90°, so zeigen die Polarisationsebenen des reflektiert-gebeugten Strahlenkomplexes um den regelmäßig reflektierten, jetzt ausgelöschten Strahl als Symmetrieachse, eine sehr schön ersichtliche, vollständig zirkumaxiale Anordnung; dies ist das Gesetz der zirkumpolaren Polarisation.

Bleibt das Einfallsazimut dasselbe, ändert sich jedoch der Einfallswinkel von 90° bis etwa 40°, so tritt noch immer eine ganz ähnliche Anordnung auf, die hier das allgemeinere Gesetz der zirkumaxialen Polarisation zum Ausdruck bringt.

Letzteres Gesetz gilt auch noch, wenn innerhalb der erwähnten Grenzwerte des Einfallswinkels das Einfallsazimut um mäßige Werte von 90° abweicht.

B) Ist das Einfallsazimut 0° und der Einfallswinkel beliebig, so zeigen die Polarisationsebenen des reflektiert-gebeugten Strahlensystemes stets dieselbe Anordnung in bezug auf die Gitternormale und die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes: Legt man nämlich durch diese Normale eine beliebige Ebene, so haben die Polarisationsebenen aller in dieser Ebene gebeugten Strahlen zu dieser Ebene dieselbe Neigung. Ich nenne diese Anordnung aus dem in der Schrift angeführten Grunde das Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation.

Im besondern Falle der normalen Inzidenz gilt dies Ge-

setz ebenfalls, doch wird es einfacher, weil die Gitternormale mit dem regelmäßig reflektierten Strahl zusammenfällt: Die Polarisationsebenen aller Strahlen, die in irgend einer und derselben, die Normale enthaltenden Ebene gebeugt sind, haben zu dieser Ebene dieselbe Neigung, wie der regelmäßig reflektierte Strahl zur selben Ebene; es ist dies das bemerkenswerte Gesetz der isogonalen Polarisation.

Die soeben erwähnte, vollkommen sicher gestellte Tatsache, daß bei dem Einfallsazimut 0 die räumliche Anordnung der Polarisationsebenen des entstandenen reflektiert-gebeugten Strahlensystemes vom Einfallswinkel unabhängig ist und stets mit verhältnismäßig ganz geringen Abweichungen das Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation befolgt, führt unausweichlich zu einer einfachen Konsequenz in bezug auf die Lage des erregenden Lichtvektors zur Polarisationsebene:

Einerseits ergeben nämlich die bekannten Erfahrungstatsachen der Interferenz des polarisierten Lichts in zwingender Weise, daß der Lichtvektor senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung des Strahles und zwar in der Polarisationsebene oder senkrecht dazu sein muß; andrerseits folgt aus dem eben erwähnten Erfahrungssatze, daß bei dem Einfallsazimut 0 die stereographisch-parallele Anordnung der Polarisationsebenen des reflektiert-gebeugten Strahlensystemes vom Einfallswinkel unabhängig ist: in ausschließlich zwingender Weise, unabhängig von jeglicher Hypothese über die Natur des Lichtes, daß der, die sekundäre Lichtwelle erregende einfallende Lichtvektor nur senkrecht zu seiner Polarisationsebene gerichtet sein kann.

C) Die ferneren Beobachtungen erstrecken sich auf Fälle, wo das Einfallsazimut zwischen 0^0 und 90^0 liegt und der Einfallswinkel ebenfalls verschieden ist; dieselben machen nun den stufenweisen Übergang der Anordnungen der Polarisationsebenen von der zirkumpolaren Polarisation in die stereographisch-parallele Anordnung ersichtlich.

Im weitern Verlaufe der Untersuchungen werden nun auch solche Erfahrungstatsachen zutage gefördert, welche den zwingenden Schluß gestatten, daß die sogenannte „irreguläre Reflexion“ und „irreguläre Refraktion“ unstatthaft ist; nämlich daß die

STOKESsche Auffassung, wonach bei Beugung an der Grenzfläche zweier optisch verschiedener Medien, vor Anlangen des einfallenden Strahles an die beugende Fläche Beugung, nämlich Zerfällung in Elementarwellen, und dann regelmäßige Reflexion oder Refraktion stattfindet, einfach unhaltbar ist.

Hingegen erweisen sich FRESNELS gewöhnliche Reflexionsformeln für die Grenzfläche von Glas und Luft selbst bei dem engsten Intervall, 0,001 160 mm, als mit der Erfahrung übereinstimmend.

Ich glaube nun, daß durch die mitgeteilten Beobachtungsresultate der Polarisationszustand der von Glasgittern reflektiert-gebeugten räumlichen Strahlensysteme für jedes Einfallsazimut und für jeden Einfallswinkel, im großen und ganzen als experimentell erkannt zu betrachten ist. —

Die folgenden zwei Abschnitte des experimentellen Teiles enthalten zwar keine numerischen Angaben, die darinnen besprochenen Beobachtungen führten aber dennoch zur ganz zweifellosen Feststellung einer Reihe von Gesetzmäßigkeiten, die für unter anderen Umständen entstandene gebeugte Strahlensysteme von derselben Wichtigkeit sind, wie die bisher betrachteten.

4. Es kann nämlich an einer an Luft angrenzenden Glasgitterfläche nicht nur, wie bisher untersucht wurde, mit Reflexion verbundene Beugung aus Luft an Glas in Luft stattfinden, sondern noch aus Glas an Luft in Glas (also mit innerer Reflexion verbundene), ferner aus Glas in Luft (also mit äußerer Brechung verbundene) und schließlich aus Luft in Glas (also mit innerer Brechung verbundene Beugung). Hier wurde zur einwandsfreien Beobachtung eine ZEISSsche Halbkugel aus Glas benutzt, auf welche das jeweilig gebrauchte dünne Glasgitter mit seiner glatten Fläche mittels Terpentinöles geklebt wurde.

a) Nun ergaben die Beobachtungen bei innen-reflektiert-gebeugten Strahlensystemen, also bei Beugung aus Glas an Luft in Glas, daß auch hier das Gesetz des Polarkegels und des Extinktionskegels, ferner das der zirkumpolaren und der zirkumaxialen Polarisation und auch das der isogonalen Polarisation, jedoch alle diese in räumlich beschränkterem Bereiche Geltung haben.

b) Die Beobachtung des aus Glas in Luft gebrochen-gebeugten Strahlensystemes führte zu der Erfahrung, daß bei normaler Inzidenz linear-polarisierten Lichtes im ganzen Gebiete dieses Systemes dasselbe Gesetz der isogonalen Polarisation herrsche, wie bei Beugung aus Luft an Glas in Luft, und daß bei beliebigem Einfallswinkel, jedoch bei dem Einfallsazimut 0^0, dasselbe Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation auftritt, wie dort; daß hier also in bezug auf die Lage des erregenden Lichtvektors zu seiner Polarisationsebene dieselbe zwingende Schlußfolgerung gilt wie dort. Für andere Einfallsazimute und beliebige Einfallswinkel ist die isogonale Anordnung um die Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles in räumlich beschränktem Bereiche gültig. Bei dem Einfallsazimut 90^0 entstehen auch stark elliptisch-polarisierte gebeugte Strahlen.

c) Schließlich fand sich aus den Beobachtungen des aus Luft in Glas gebrochen-gebeugten Strahlensystemes, daß bei normaler Inzidenz das Gesetz der isogonalen Polarisation nur für die in der Nähe des ungebrochenen Strahles fortschreitende Strahlen herrsche; dasselbe gilt bei beliebigen Einfallswinkeln und beliebigen Einfallsazimuten für die in der Nähe der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles fortschreitenden gebeugten Strahlen. Es kann hier sowohl bei dem Einfallsazimut 0^0 als bei dem Einfallsazimut 90^0 im gebeugten Strahl stark elliptische Polarisation entstehen; doch gilt hier weder das Gesetz der stereographisch-parallelen noch das der zirkumaxialen Polarisation. —

Aus allen diesen Untersuchungen hebt sich nun ein einfaches allgemeines Gesetz, jedoch mit räumlich beschränktem Geltungsbereiche hervor: Nämlich sowohl in den in Luft oder in Glas reflektiert-gebeugten als auch in den in Luft oder in Glas gebrochen-gebeugten Strahlensystemen zeigen diejenigen gebeugten Strahlen, welche in engerer Nähe der Geraden des einfallenden Lichtes um diese herum liegen, das Gesetz der isogonalen Polarisation. Man kann es als allgemeines Gesetz des Bestrebens der Erhaltung der Polarisationsebene bezeichnen.

5. Der letzte Abschnitt bezieht sich auf die Untersuchung solcher durch Glasgitter gebeugter Strahlen, die entstehen, wenn die Gitterfläche an ein Medium grenzt, welches nahezu denselben mittlern Brechungsindex wie die Gittersubstanz besitzt. Man kann diesen Vorgang auch Beugung ohne Wechsel des Mittels oder Beugung im selben Medium nennen. Die bisher einzigen, hierauf bezüglichen, einwandsfreien Beobachtungen rühren von K. EXNER her; derselbe hatte ein Glasgitter mit der gefurchten Fläche mittels Öles an die ebene Fläche einer Halbzylinderlinse geklebt, sodaß die Furchenrichtung parallel zur Zylinderachse gerichtet war, ließ zur Furchenrichtung unter dem Winkel von 45° linear polarisiertes Licht normal auf die glatte Fläche des Gitters auffallen und untersuchte die an der Grenzfläche des Gitters und der dünnen Ölschicht mit sehr geringer Brechung gebeugten, zur Furchenrichtung normalen Strahlen mittels Analysators. Er fand für diese, in der zur Furchenrichtung senkrechten Ebene gebeugten Strahlen das STOKESsche Gesetz, also das der einfach-zirkumaxialen Anordnung der Polarisationsebenen mit genügender Genauigkeit erfüllt.

Aber es schien mir notwendig, diese nur bei einem Einfallswinkel und nur bei einem Einfallsazimut für nur in der zur Furchenrichtung senkrechten Ebene gebeugten Strahlen angestellte Untersuchung, deren enger Bereich also zur Festsetzung allgemeinerer Gesetze ungenügend ist, einesteils auf beliebige Einfallswinkel und beliebige Einfallsazimute zu ergänzen und dabei stets das ganze räumliche Strahlensystem zu beachten; andrerseits die Untersuchung in derselben Weise auf das hier reflektiert-gebeugte Licht auszudehnen.

Zur Erzielung einwandsfreier Beobachtungen wurde das jeweilig benutzte Glasgitter mit seiner gefurchten Fläche mittels Terpentinöles auf die glatte Fläche der unter 4. erwähnten Halbkugel aus Glas geklebt.

a) Vorerst ergaben nun die Beobachtungen, daß hier sowohl für das gebrochen-gebeugte wie für das reflektiert-gebeugte Licht das in der Mitte des vorigen Jahrhunderts von STOKES gefundene, später von Lord RAYLEIGH u. a. bestätigte Gesetz der Polarisierung des Lichtes bei Beugung desselben an kleinen in Luft oder

in Flüssigkeit oder in der leuchtenden Hülle oder im Rauche heller Flammen suspendierten Körperteilchen ebenfalls Geltung hat. Dasselbe sagt nämlich der Hauptsache nach aus: Fällt unpolarisiertes Licht auf solche Teilchen, dann ist jeder senkrecht zum einfallenden gebeugte oder zerstreute Strahl in seiner Beugungsebene polarisiert; ist jedoch der einfallende Strahl linear-polarisiert, dann hat der in der zur Polarisationsebene des einfallenden Strahles normalen Ebene, senkrecht zu diesem gebeugte oder zerstreute Strahl die Intensität Null. Diese Beziehungen sind eigentlich, vom Standpunkte unserer Wellensysteme betrachtet, nichts anderes als erste Anzeichen einer möglichen zirkumaxialen Anordnung der Polarisationsebenen der gebeugten Strahlen um eine zum einfallenden Strahl und dessen Polarisationsebene senkrechte Richtung.

In unserem besonders untersuchten Falle der Beugung an der Grenzfläche von Glas und Öl fand ich indes für das ganze räumliche Strahlensystem dasselbe Gesetz der zirkumaxialen Anordnung um die oben erwähnte Richtung; jedoch nur dann, wenn bei Zustandekommen der Beugung die dünne Ölschicht von den Strahlen durchsetzt wird; es gilt also nur in dem Falle nicht, wenn mit innerer Reflexion verbundene Beugung aus Glas an Öl in Glas stattfindet.

b) Insbesondere fand ich, daß bei normaler Inzidenz linearpolarisierten Lichtes die Anordnung der Polarisationsebenen sowohl im gebrochen-gebeugten als auch im reflektiert-gebeugten Strahlensystem demselben zirkumaxialen Gesetze gehorcht: Die beiden gemeinsame Symmetrieachse ist die normal zur Polarisationsebene des einfallenden Strahles in der Gitterfläche liegende Gerade und die Anordnung ist rings um diese Achse herum räumlich ganz vollständig symmetrisch.

Ändert man nun den Einfallswinkel beliebig und läßt dabei das Einfallsazimut stets 0^0, so zeigen die Beobachtungen stets dasselbe Gesetz der vollständigen zirkumaxialen Anordnung, mit eben derselben Symmetrieachse.

Dies ist eines der schönsten und einfachsten Naturgesetze*;

* Mit großer Befriedigung kann ich hier konstatieren, daß in den durch ultramikroskopische Teilchen im Rubinglas hervorgerufenen

seine Unabhängigkeit vom Einfallswinkel führt ebenfalls unausweichlich zu der zwingenden Schlußfolgerung, daß unabhängig von jeder Hypothese, der erregende Lichtvektor normal zu seiner Polarisationsebene gerichtet sein muß.

c) Von den bei andern Einfallsazimuten entstehenden Erscheinungen seien nur die zum Einfallsazimut 90° gehörigen besonders erwähnt: Der Polarisationswinkel an der Grenzfläche zwischen Glas und Öl hat den Wert von nahezu 45°; bei diesem Einfallswinkel zeigt das reflektiert-gebeugte Strahlensystem eine vollständig ausgebildete zirkumpolare Polarisation um den regelmäßig reflektierten, jetzt ausgelöschten Strahl. Der Typus dieser Anordnung bleibt derselbe, wenn der Einfallswinkel zwischen 90° und etwa 35° liegt, jedoch ist die Lage der Symmetrieachse in der Einfallsebene eine etwas verschiedene. Das dabei mit auftretende gebrochen-gebeugte Strahlensystem zeigt eine etwa partiale zirkumaxiale Polarisationsanordnung, nirgends eine vollständige.

Liegt das Einfallsazimut zwischen 0° und 90°, dann entstehen Verteilungen der Polarisationsebenen, die einen stufenweisen Übergang zwischen den soeben erwähnten Haupttypen bilden.

Auch hier gilt für Strahlen, welche in großer Nähe der Geraden des einfallenden Strahles gebeugt sind, sehr näherungsweise das Gesetz der isogonalen Polarisation, also das Bestreben der Erhaltung der Polarisationsebene. —

Aus allen in dieser Schrift mitgeteilten Erfahrungstatsachen

---

optischen Erscheinungen, bei dem durch ein einzelnes solches Partikelchen, welches erheblich kleiner ist als 0,1 μ, entstandenen sekundären Strahlensystem, dasselbe Gesetz der vollständigen zirkumaxialen Anordnung der Polarisationsebenen auftritt, wie bei der oben erwähnten Lichtbeugung an einer Gitterfläche im selben Medium. Der Beobachter, H. Siedentopf, beschreibt zwar den Polarisationszustand innerhalb der einzelnen Beugungsscheibchen und stellt denselben auch bildlich dar; indes sagt Siedentopf nirgends, daß er die Gesetzmäßigkeit dieses Zustandes erkannt hätte, ebensowenig wie diejenigen Forscher, die sich nach ihm mit dieser Erscheinung beschäftigten. Hingegen läßt ein einziger Blick auf seine am Schlusse dieser Arbeit reproduzierten Bilder den Leser dieser Zeilen sofort das Gesetz der zirkumaxialen Polarisation erkennen.

geht jedoch ganz unzweifelhaft hervor, daß bei mittels Glasgitter entstandener Beugung, der Polarisationszustand des gebeugten Strahles nicht dadurch entsteht, daß der Polarisationszustand des einfallenden Strahles durch Beugung des letztern in den des erstern geändert wird, sondern daß als Folge der vom sekundären Erregungszentrum, also vom Beugungsorte ausgehenden Erregungen, an jeder Stelle des Raumes unabhängig vom Gitterintervall, von der Lichtgattung, aus welcher der gebeugte Strahl besteht, und von dessen Intensität, ein ganz bestimmter Polarisationszustand vorhanden ist, der jedoch nur dann beobachtet werden kann, wenn man dafür sorgt, daß an dieser Stelle ein gebeugter Strahl von genügender Intensität hergestellt wird. —

IIa. Es sei hier noch gestattet, einiges über die theoretische Deutung der untersuchten Erscheinungen zu sagen.

Wie schon oben unter II. und III. erwähnt, fand auch ich, daß die von M. Réthy vor etwa 25 Jahren versuchte, einige Jahre später von W. König fortsetzungsweise benutzte geometrische Darstellung der Polarisationszustände des von Glasgittern reflektiert-gebeugten Lichtes mittels Kugelwellen bei dem gegenwärtigen Stande unserer Erfahrung noch immer die einfachste Art der Beschreibung derselben sei, besonders wenn man die Wellen in geeigneter Weise verallgemeinert. Die Darstellungsweise erlangt nun die Bedeutung einer physikalischen Erklärung, indem man sich dazu ein einfaches, wahrscheinliches oder wenigstens mögliches physikalisches Bild der Entstehung dieser Wellensysteme konstruiert, was mittels der Verallgemeinerung von W. Voigts Theorie leuchtender Punkte nach der elastisch-festen und nach der elektromagnetischen Auffassung leicht möglich ist.

Keine der bisher bekannten, meist sehr komplizierten Theorien, wie die von G. G. Stokes, Lord Rayleigh, H. A. Rowland, J. J. Thomson, H. Poincaré und A. Sommerfeld, ferner auch nicht die von G. Kirchhoff eingeführte strengere Formulierung des Huyghensschen Prinzipes, ebensowenig wie die einfache Darstellungsweise Hertz's der elektrischen Schwingungen nach Maxwells Theorie leistet bei unsern Erscheinungen wesentlich mehr, ja die meisten viel weniger, als die einfachen Kugelwellensysteme und deren geeignete Kombination.

Es gelang mir, die Beobachtungsreihen aller gebeugten Strahlensysteme in dieser einfach physikalischen Weise zu beschreiben; bei mehreren Reihen ist die Darstellung eine sehr gute, bei andern, die zu den Übergangserscheinungen gehören, eine minder gute; dieselbe hätte durch Annahme etwas komplizierterer Kugelwellen leicht verbessert werden können; indeß wollte ich nur die einfachsten davon in Anwendung bringen.

Es ist nun nicht gesagt, daß man damit eine allgemeine Theorie dieser Erscheinungen besitze; dies könnte man etwa dann behaupten, wenn man die Abhängigkeit der charakteristischen Parameter der einzelnen beschreibenden Kugelwellen vom Einfallswinkel, vom Einfallsazimuth und von den optischen Konstanten der an der Beugung beteiligten Medien kennen würde.

Daß der Einfluß des Wechsels des Mittels von entscheidender Bedeutung ist, geht schon unmittelbar aus den oben unter III, 3. B und III, 4. b, ferner III, 5. b angedeuteten einfachen Erfahrungstatsachen hervor: Findet nämlich bei normaler Inzidenz linearpolarisierten Lichtes an der Grenzfläche von Glas und Luft Beugung in Luft statt, so gilt das Gesetz der isogonalen Polarisation; hingegen bei Beugung am selben Gitter, jedoch in optisch demselben Mittel hat das Gesetz der zirkumaxialen Polarisation Geltung. Es liegt der Gedanke nahe, durch Variierung der Brechungsindices derjenigen Mittel, an deren Grenzfläche die gebeugten Strahlen entstehen, eine Reihe von Polarisationsanordnungen zu suchen, die den stufenweisen Übergang zwischen diesen beiden Gesetzen vermitteln, und die Abhängigkeit von den Brechungsindices festsetzen, um einen Stützpunkt für eine etwas weitere Theorie zu gewinnen.

Ein Ansatz zu einer allgemeinen Theorie ist auch in der Anwendung des Gesetzes des Polarkegels und des Extinktionskegels auf die Festsetzung der Richtung der Symmetrieachse der zirkumaxialen Polarisation gegeben; ebenso in der bei beliebigem Einfallswinkel, jedoch bei dem Einfallsazimut 0^0 sich bildenden Erscheinungsgruppe; indes sind wir von einer befriedigenden umfassenderen Theorie noch sehr weit entfernt, und es ist nach obiger Überlegung fraglich, ob das in dieser Arbeit niedergelegte Erfahrungsmaterial zu einer solchen genügend ist.

Diese Bemerkung gewinnt besonders durch den Umstand Berechtigung, daß bei jedem Falle der Beugung die gleichzeitig auftretenden gebrochen-gebeugten und reflektiert-gebeugten Strahlensysteme im allgemeinen durch voneinander wesentlich verschiedene Kugelwellen dargestellt werden müssen.

Es gilt zwar hier für in großer Nähe der Geraden des einfallenden Strahles gebeugte Strahlen beiderseits der beugenden Fläche annäherungsweise das Gesetz der Erhaltung der Polarisationsebene und damit ist in beschränktem Gebiete eine gewisse Kontinuität des Polarisationszustandes diesseits und jenseits der gefurchten Fläche angedeutet.

Um jedoch eine Theorie in befriedigender Weise kontrollieren zu können, muß man alle diese Systeme vollständig quantitativ genau kennen; dies kann ich aber nach den in dieser Schrift mitgeteilten Daten nur für die in Luft reflektierten Systeme behaupten, während die anderen fast nur qualitativ bekannt sind.

Einen Ausnahmefall bildet die Beugung im selben Medium bei normaler Inzidenz oder bei beliebigem Einfallswinkel jedoch bei dem Einfallsazimut 0^0, wo das gebrochen-gebeugte und das reflektiert-gebeugte System durch eine und dieselbe vollständige zirkumaxiale Kugelwelle dargestellt wird.

Man kann die bisherigen theoretischen Anschauungen mit diesem schönen Erfahrungsgesetz nur so in Einklang bringen, wenn man annimmt, daß bei der elastisch-festen Auffassung nur die translatorisch-oder nur die rotatorisch-oszillatorische Erregung des einfallenden Strahles wirksam sei; bei der elektromagnetischen Auffassung jedoch nur dessen magnetisch- oder nur dessen elektrisch-oszillatorische Erregung.

Diese Folgerung gilt für alle anderen Fälle der vollständigen zirkumaxialen Polarisation, doch kann daraus in bezug auf die Lage des Lichtvektors zu seiner Polarisationsebene kein zwingender Schluß gezogen werden.

Bei den Fällen normaler Inzidenz und reflektierender oder brechender Beugung in Luft gilt für das ganze System das einfache Gesetz der reinen isogonalen Polarisation; die erwähnten theoretischen Anschauungen lassen sich damit vollständig in Einklang bringen, wenn man annimmt, daß bei der elastisch-festen

Auffassung sowohl die translatorisch- als auch die rotatorisch-oszillatorische Erregung des einfallenden Strahles gleichzeitig wirksam sei; ebenso bei der elektromagnetischen Auffassung, sowohl dessen magnetisch- als auch dessen elektrisch-oszillatorische Erregung.

Auch hieraus ergibt sich kein zwingender Schluß bezüglich der Lage des Lichtvektors.

Beide Anschauungen führen zu denselben Systemen von Kugelwellen; die mitgeteilten Erscheinungen und deren Beobachtungen sind daher ungeeignet, eine Entscheidung zwischen den beiden Auffassungen herbeizuführen.

Aber in bezug auf die vielumstrittene Frage der Lage des erregenden Lichtvektors zu seiner Polarisationsebene, deren Wichtigkeit ich jedoch durchaus nicht überschätze, kam ich zur Überzeugung, daß dieselbe durch die oben erwähnten Erfahrungen ganz unzweifelhaft entschieden sei:

Meine zahlreichen Beobachtungen der räumlichen Systeme gebeugter Strahlen, welche bei dem Einfallsazimut 0^0, jedoch bei beliebigem Einfallswinkel entstehen, wenn Licht aus Luft an Glas in Luft reflektiert-gebeugt wird, oder wenn Licht aus Glas in Luft gebrochen-gebeugt wird; oder wenn Licht in fast demselben optischen Mittel reflektiert- oder gebrochen-gebeugt wird, erwiesen, daß für diese vier Reihen von Strahlensystemen die Anordnung ihrer Polarisationsebenen vom Einfallswinkel unabhängig sind.

Es ergibt sich daraus, unabhängig von jeglicher hypothetischen Anschauungsweise über die Natur des Lichtes, mit zwingender Notwendigkeit die Schlußfolgerung, daß der erregende Lichtvektor zu seiner Polarisationsebene senkrecht sei. Ich halte diesen Schluß für ebenso fest begründet, wie den der Transversalität dieses Vektors zu seinem Strahl. —

So möge nun diese Schrift ihr Scherflein dazu beitragen, das Interesse der Physiker an den Vorgängen und Gesetzen der Ausbreitung der Lichterregung auch fernerhin wachzuhalten; leicht wird jeder erfahrene Forscher den Weg finden, der ihn durch weitere Untersuchungen zu erstrebenswerten Zielen der Wissenschaft führt.

Budapest, Physikalisches Institut
der Universität, Pfingsten 1906. **Der Verfasser.**

I. Historischer Teil.

Darstellung der wesentlichen Resultate der bisherigen diesbezüglichen wichtigeren Erfahrungen und Theorien.

§ 1. Die ersten Erfahrungstatsachen: F. Aragos und J. Fraunhofers Beobachtungen.

Eine ganz kurze Übersicht unserer Kenntnisse in bezug auf die Polarisation des gebeugten Lichtes versuchte K. Exner*, dieselbe erstreckt sich von den ersten Erfahrungen bis zum J. 1892 und sollte eine Revision aller diesbezüglichen Beobachtungen sein, um schließlich die Geltung des Stokesschen Gesetzes zu erhärten. Ein nahezu vollständiges Literaturverzeichnis hierüber rührt von P. Drude** und letzthin von F. Pockels*** her. Da indes besonders der quantitative Teil der vorliegenden Arbeit sich fast aus-

---

* Karl Exner, Über die polarisierende Wirkung der Lichtbeugung. Erste Mitteilung. Sitzungsberichte d. k. Akad. d. Wiss. zu Wien, Mathem.-Naturwissensch. Klasse, Bd. XCIX, p. 761—774. Wien 1891. Zweite Mitteilung, ebenda, Bd. CI, p. 190—204. Wien 1892.

** P. Drude, Winkelmanns Handbuch der Physik II. Bd., 1. Abt., p. 840—842. Breslau 1894.

*** In dem soeben, Leipzig 1906, erschienenen Band VI, Optik, der zweiten Auflage dieses Handbuches finden sich an mehreren Orten Referate von F. Pockels über diesen Gegenstand: Beobachtungen über die Beugung unter großen Beugungswinkeln, p. 1110, 1111; ferner: Weitere Untersuchungen über die Polarisation des gebeugten Lichtes, p. 1111—1113; Zerstreuung des Lichtes durch trübe Medien, p. 1113—1119; die Litteraturangaben erstrecken sich bis einschließlich des Jahres 1905. — Es sei mir gestattet hier zu bemerken, daß an diesen Orten des Handbuches der Anfangsbuchstabe meines Vornamens statt **I.** irrtümlicherweise als **S.** angegeben ist.

schließlich auf solches Licht bezieht, das von Glasgittern reflektiert-gebeugt wird, und nur im letzten Teil, bei den mehr qualitativen Beobachtungen das gebrochen-gebeugte Licht Erwähnung findet, so beschränke ich mich hier hauptsächlich auf die kurze Darstellung der auf jenes bezüglichen Erfahrungen, insofern dieselben mit den Ergebnissen meiner neuern Untersuchungen in Beziehungen stehen, und gebe eine Übersicht der wichtigeren theoretischen Auffassungen.

I. Wie es scheint, ist eine hierher gehörige Beobachtung Fr. Aragos, welche auch K. Exner anführt, die erste diesbezügliche Erfahrung. Sie ist unter dem Titel: „*Notes sur les phénomènes de la polarisation de la lumière*“* in Aragos Beobachtungsprotokollen folgendermaßen beschrieben:

„Die farbigen Strahlen, die man mittels Reflexion von radierten (gefurchten) Gläsern unter geeigneten Einfallswinkeln erhält, sind polarisiert.

Die durchgehenden farbigen Strahlen zerfallen im Gegensatz zu den ersteren in zwei Bilder von derselben Intensität, wenn man sie mittels eines Kalkspatprismas untersucht . . .

Bei der Erscheinung der radierten Gläser ist der reflektierte Teil des farbigen Lichtes durch die Reflexion gut (stark) polarisiert; aber der komplementäre(?) und durchgelassene Teil scheint nicht modifiziert zu sein.

Wenn die Furchen des Glases hinreichend tief sind und in angemessenen Intervallen aufeinander folgen, so erhält man zur rechten und zur linken Seite des Hauptbildes eine ununterbrochene Reihe von prismatischen** Bildern und zwar sowohl bei der Reflexion als auch bei der Transmission.

Diese prismatischen Bilder sind durch die Reflexion polarisiert, und zwar unter denselben Umständen*** wie das Hauptbild;

---

* Fr. Arago, Procès-verbal de la séance du lundi 20 mars et de la séance suivante du lundi 6 avril 1812 de la classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut; oder: Oeuvres complètes, deuxième édition. Tome dixième (Mémoires scientifiques. Tome premier) p. 75—77, Paris (ohne Jahreszahl).

** farbigen (Anm. d. Verf.).

*** in derselben Weise (Anm. d. Verf.).

aber durch die Transmission scheint das Licht, aus dem dieselben bestehen, nicht geändert zu sein.

Läßt man bereits polarisiertes Licht auf radiertes Glas fallen, so erhält man immer die prismatischen Bilder, welche das Hauptbild begleiten, selbst dann, wenn auch die Lage des Glases in bezug auf die Strahlen eine solche ist, bei der nicht ein einziges Lichtmolekül reflektiert wird (dieser Versuch ist zu wiederholen).

Eine Platte aus isländischem Kristall oder aus irgend einer doppeltbrechenden Substanz ist mit Furchen zu versehen und zu untersuchen, ob die prismatischen Bilder, wie bei gewöhnlichem Glase polarisiert sind, welche Lage auch die Furchen in bezug auf die Achse der Doppelbrechung haben mögen (gebeugte und reflektierte Bilder).

Untersucht man bei geeigneter Neigung ein von einem Spiegel reflektiertes Licht durch ein gefurchtes Glas, so sind die das Hauptbild begleitenden gebeugten Bilder nicht depolarisiert, wie man das wohl erwarten könnte."

Von diesen Beobachtungen gehören die im ersten und fünften Absatz des zitierten Textes beschriebenen zu den Erscheinungen der Polarisation des reflektiert-gebeugten Lichtes, und zwar:

Nach der ersten Alinea, wenn auf Glasgitter unter geeignetem Einfallswinkel unpolarisiertes (natürliches) Licht auffällt, dann sind die daraus entstandenen, reflektiert-gebeugten farbigen Bilder linear-polarisiert, und zwar gut und in derselben Weise polarisiert, wie das mittlere (das Haupt-) Bild, nämlich alle Bilder sind in der Einfallsebene polarisiert.

Nach der fünften Alinea fällt linearpolarisiertes Licht auf das Glasgitter, und es bilden sich aus diesem Licht selbst dann noch reflektiert-gebeugte farbige Bilder, wenn der Einfallswinkel gleich ist dem Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters und das einfallende Licht senkrecht zur Einfallsebene polarisiert ist, das ist, wenn die Intensität des regelmäßig reflektierten Lichtstrahls gleich oder nahezu gleich Null ist.

Es scheint, daß ARAGO die aus dieser Erfahrung sich unmittelbar aufdrängende Konsequenz nicht zog, wenigstens gab er einer solchen keinen Ausdruck, nämlich der Folgerung, daß in diesem Falle die reflektiert-gebeugten Bilder aus dem regelmäßig reflektierten Lichte, welches eben kaum vorhanden ist, sich nicht bilden können, sondern in anderer Weise entstehen müssen.

An einer andern Stelle dieser Arbeit (§ 46) werde ich von diesem Versuch in seiner verallgemeinerten Form, wie er zur Darstellung der allgemeinsten diesbezüglichen Erscheinung geeignet ist, nachweisen, daß derselbe in der Tat hier die Bedeutung eines Experimentum crucis besitzt.

II. Hierher gehören auch die sehr bemerkenswerten Beobachtungen von J. FRAUNHOFER*. Um ausschließlich von der radierten (gefurchten) Fläche reflektiertes Licht beobachten zu können, überzog er die rückwärtige Fläche des Glasgitters mit schwarzem Harzfirnis, dessen Brechungsindex sehr nahezu gleich war dem der Glassubstanz des Gitters, so daß nach FRAUNHOFERS Ansicht von dieser belegten Fläche aus im Innern keinerlei „innere Reflexion" entstehen konnte und nur die radierte Fläche das Licht zurückwarf.**

Es sei hier gestattet, diese Beobachtungen FRAUNHOFERS ihrer Wichtigkeit wegen in vollem Umfange anzuführen, doch muß in bezug der Abkürzungen im folgenden Texte vorher noch bemerkt werden:

Es bedeutet ε das Gitterintervall in Pariser Zollen, σ den Winkel zwischen dem einfallenden Strahl und der Normalen der Gitterebene (also den Einfallswinkel); τ ist der Winkel

* J. FRAUNHOFER, Kurzer Bericht von den Resultaten neuerer Versuche über die Gesetze des Lichtes, und die Theorie derselben (Vorgelesen in der math.-phys. Klasse der kgl. bayer. Akademie zu München, den 14. Juni 1823; GILBERTS Annalen der Physik, Bd. 74, p. 337—378, 1823; oder JOSEPH v. FRAUNHOFERS gesammelte Schriften, herausgegeben von E. LOMMEL, p. 133 bis 135, München 1888.)

** In § 34 vorliegender Arbeit weise ich nach, daß auch diese Vorsichtsmaßregel unvollkommen ist und wende dort ein untrügliches Hilfsmittel an.

zwischen dem reflektiert-gebeugten Strahl und der Gitterebene; E bezeichnet den grünen Teil der farbigen Beugungsbilder, und zwar bezieht sich $(E\tau)^{(+I)}$ auf den grünen Teil des auf das reflektierte mittlere Hauptbild folgenden ersten Beugungsbildes, das also in dem spitzen Winkel liegt, den die Gitterebene mit dem mittlern Hauptbilde einschließt; ebenso $(E\tau)^{(+II)}$ auf den grünen Teil des auf das reflektierte mittlere Hauptbild folgenden zweiten Beugungsbildes, das also ebenfalls im oben erwähnten spitzen Winkel liegt u. s. f.; ferner beziehen sich $(E\tau)^{(-I)}$, $(E\tau)^{(-II)}$ u. s. f. auf die grünen Teile des dem mittlern Beugungsbilde vorangehenden ersten, zweiten, ... Beugungsbildes, welch letztere Bilder also auf der, vom mittlern Bilde an gerechneten andern Seite, im von der Gitterebene und dem regelmäßig reflektierten Strahl gebildeten stumpfen Winkel liegen.

„Sehr merkwürdig ist es, dass unter einem gewissen Einfallswinkel ein Teil eines durch Reflexion entstandenen Spectrums aus vollständig polarisirtem Lichte besteht. Dieser Einfallswinkel ist für die verschiedenen Spectra sehr verschieden, und selbst noch sehr merklich für die verschiedenen Farben ein und desselben Spectrums. Mit dem Glasgitter $\varepsilon = 0{,}0\,001\,223$ ist polarisirt: $(E\tau)^{(+I)}$ d. i. der grüne Theil dieses ersten Spectrums, wenn $\sigma = 49^0$ ist; $(E\tau)^{(+II)}$ oder der grüne Theil in dem zweiten auf derselben Seite der Axe liegenden Spectrum, wenn $\sigma = 40^0$ beträgt; endlich $(E\tau)^{(-I)}$ oder der grüne Theil des ersten auf der entgegengesetzten Seite der Axe liegenden Spectrums, wenn $\sigma = 69^0$. Wenn $(E\tau)^{(+I)}$ vollständig polarisiert ist, sind es die übrigen Farben dieses Spectrums noch unvollständig. Dieses ist bei $(E\tau)^{(+II)}$ weniger der Fall, und σ kann merklich geändert werden, indess diese Farbe noch polarisirt bleibt. $(E\tau)^{(-I)}$ ist unter keinem Einfallswinkel so ganz vollständig polarisirt wie $(E\tau)^{(+I)}$. Bei einem Gitter, in welchem ε grösser ist als in dem, wovon hier die Rede war, müssen die Einfallswinkel ganz andere seyn, wenn die gesamten Spectra polarisirt seyn sollen.“*

* Die zugehörige interessante Fußnote möge hier ebenfalls im Wortlaute folgen: „Es wäre unzeitig, aus einer geringen Anzahl von Beobachtungen schon auf ein Gesetz dieses Phänomens schliessen zu wollen; dieses kann nur aus einer grössern Anzahl Gitter, bei welchen ε sehr verschieden

Es ist also klar ersichtlich, daß sich FRAUNHOFERS Beobachtungen auf die Polarisation solcher reflektiert-gebeugter Spektra beziehen, welche auf Gitter fallendes (natürliches unpolarisiertes) Licht erzeugt; er fand, daß selbst bei einer sehr bedeutenden Änderung des Einfallswinkels je ein Teil der reflektiert-gebeugten Spektra vollständig, oder sehr nahezu vollständig (linear) polarisiert sei; er macht jedoch keine Angabe über die Lage der Polarisationsebene.

Diese Beobachtungen FRAUNHOFERS sind ausführlicher als die in der ersten Alinea des zitierten Textes der ARAGOschen Beobachtungsprotokolle beschriebenen, weil sie auch Zahlenangaben in bezug auf die Einfallswinkel enthalten; andrerseits sind ARAGOS Beobachtungen oder wenigstens deren Beschreibung insofern vollständiger, als sie aussagen, was gewißlich auch FRAUNHOFER bemerkt, aber nicht erwähnt hat, daß nämlich die Spektra in der Einfallsebene polarisiert sind.

§ 2. G. G. STOKES' Theorie, Gesetz, Beobachtungen.

Etwa 25 Jahre nach FRAUNHOFERS Beobachtungen erschien G. G. STOKES' hierher gehörige umfangreiche Abhandlung*, die außer der großen Umsicht, mit der sie abgefaßt ist, auch aus dem Grunde nähere Beachtung verdient, weil ihre theoretischen

---

ist, mit einiger Sicherheit abgeleitet werden. Da es bei diesen Versuchen eben nicht nöthig ist, dass die fixen Linien der Spectra gut erkannt werden, so kann man Gitter machen, bei welchen ε noch beträchtlich kleiner ist als bei dem feinsten Glasgitter, dessen ich mich bis jetzt bediente. — Es ist nicht unwahrscheinlich, dass die Principe der Interferenz vielleicht noch zu einer Theorie der Polarisation des Lichtes führen werden. Meine Ansicht hierüber mitzuteilen ist hier weder der Ort, noch gegenwärtig schon die Zeit. Glücklicherweise sind noch Versuche anderer Art möglich, welche auf diesen Gegenstand Bezug zu haben scheinen; doch sind sie, so wie der grössere Teil sämtlicher, diesen Gegenstend betreffender Versuche, sehr delicater Art."

* G. G. STOKES, On the dynamical theory of diffraction. Transactions of the Cambridge philosophical Society, Vol. IX, p. 1, 1849 oder G. G. STOKES, Mathematical and Physical papers, Vol. II, Part I, p. 243—290; Part II p. 290—328, Cambridge 1883.

Ergebnisse später vielfach experimentellen Vergleichen und theoretischen Beurteilungen unterzogen wurden.

In dieser Arbeit stellte sich STOKES das Ziel, die damals als so wichtig betrachtete Frage zu entscheiden, ob die transversale Schwingung des linear polarisierten Lichtes in der Polarisationsebene oder senkrecht dazu vor sich geht.

Die Arbeit besteht aus einem theoretischen und einem experimentellen Teil.

A) Im ersten Teil untersucht STOKES auf Grundlage der Elastizitätstheorie fester Körper, auf rein mechanisch-theoretischem Wege, die Fortpflanzung einer beliebigen elastischen Störung im homogenen, unbegrenzten elastischen Medium, wenn dessen Anfangszustand gegeben ist. Er bedient sich dabei eines wichtigen, von POISSON herrührenden mathematischen Satzes, mittels dessen man die elastische Störungsfunktion (diese möge die lineare Oszillation, die elastische Rotation oder Torsion, die Verdichtung oder deren Komponenten usw. bedeuten) für einen beliebigen Punkt des Mediums ausdrücken kann, wenn man zu irgend einem Zeitpunkte diese Störungsfunktion und deren nach der Zeit genommenen ersten Differentialquotienten für eine im Medium gelegene, beliebige geschlossene Fläche kennt.*

Hierauf untersucht und bestimmt er die Ausbreitung einer in ebenen Wellen einfallenden linear-polarisierten Störung und faßt die erhaltenen Partialresultate wie folgt zusammen**:

„Es seien $\xi = 0$, $\eta = 0$, $\zeta = f(bt - x)$ die dem einfallenden Lichte entsprechenden Verrückungen; O_1 sei irgend ein Punkt in der Wellenebene P, dS ein an O_1 gelegenes Element dieser Ebene; man betrachte nun diejenige Störung, die nur von dem fortwährend durch dS gehenden Teil der einfallenden Störung herrührt. Es sei O irgend ein Punkt im Medium, in einer solchen Entfernung von O_1 gelegen, die groß ist im Verhältnis zur Wellenlänge; es sei $O_1O = r$, und es bezeichne ϑ den Winkel zwischen dieser Geraden und der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Lichtes, oder der Achse der x, und φ den Winkel zwischen r und

* L. c. p. 254.

** L. c. p. 285—286.

der Schwingungsrichtung des einfallenden Lichtes oder der Achse der z. Dann findet die Verrückung in O in einer Richtung statt, die senkrecht ist zu O_1O und in der Ebene zO_1O liegt; und wenn ξ' diese Verrückung in O ist, positiv in der Richtung, die derjenigen am nächsten liegt, in welcher die einfallenden Vibrationen positiv gerechnet werden, dann ist

$$\xi' = \frac{dS}{4\pi r}(1 + \cos\vartheta)\sin\varphi f'(bt - r).$$

Insbesondere wenn

$$f(bt - x) = c\sin\frac{2\pi}{\lambda}(bt - x),$$

hat man

$$\xi' = \frac{cdS}{2\lambda r}(1 + \cos\vartheta)\sin\varphi\cos\frac{2\pi}{\lambda}(bt - x).“$$

Hier ist ausdrücklich zu bemerken, daß das einfallende Lichtbündel normal zur beugenden Fläche S ist. Mittels dieser Elementarformel bildet man die Wirkung der ganzen Wellenebene auf den Schwingungszustand in O, indem man diese Wirkung als Aggregat der eben angeführten Elementarwirkungen betrachtet. So findet man mit STOKES für einen in großer Entfernung von der Wellenebene P befindlichen Punkt O genau denselben Schwingungszustand, den man unmittelbar erhält, wenn man die Wellenebene in gewöhnlicher, elementarer Weise bis O und darüber fortschreiten läßt, ohne sie in Elementarwellen aufzulösen. —

Man kann sich die aus der Elementarformel für ξ' folgenden einfachen geometrischen Verhältnisse leicht veranschaulichen.

Es bedeuten nämlich ϑ und φ die zwei unabhängigen Richtungswinkel des gebeugten Strahles r, und man kann nun die Schwingungsrichtung jedes solchen, von der sekundären Erregungsstelle (der beugenden Öffnung) ausgehenden Strahles wie folgt darstellen:

1. Fällt linearpolarisiertes Licht durch eine kleine beugende Öffnung, so wird das gebeugte Licht ebenfalls linearpolarisiert sein, und zwar so, daß dessen Verrückung und die Verrückung in der Öffnung stets in einer Ebene liegen.

Schlägt man daher eine Kugelfläche um die Öffnung als Zentrum und zieht darauf Meridiane, deren gemeinsame Polar-

achse mit der Schwingungsrichtung in der Öffnung zusammenfällt, dann liegen die jeweiligen Schwingungsrichtungen der gebeugten Strahlen längs den Tangenten dieser Meridiane.

2. Bezeichnet wie oben ϑ den Winkel zwischen der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles und dem gebeugten Strahle, φ den Winkel zwischen dem gebeugten Strahle und der Schwingungsrichtung des einfallenden Strahles, dann ist, wie aus dem oben zitierten Ausdruck von ζ' zu ersehen, die Intensität des gebeugten Strahles proportional dem Produkte

$$(1 + \cos \vartheta)^2 \sin^2 \varphi.$$

Wäre das einfallende Licht unpolarisiertes (natürliches) Licht, so würde auch das gebeugte Licht ein solches sein und die Intensität desselben wäre proportional dem Produkt

$$(1 + \cos \vartheta)^2. \quad —$$

STOKES selbst drückte sein oben formuliertes Elementargesetz, so weit es sich auf den Fall von linear-polarisiertem, einfallendem Licht und auf die Lage der Schwingungsrichtung des gebeugten Lichtes bezieht, in verschiedener Weise aus; außerdem fand er es wesentlich, ob die Beugung im selben Medium oder an der Grenzfläche zweier optisch verschiedener Medien stattfindet.

I. Die Beugung gehe im selben Mittel vor sich.

a) Es bezeichne wie oben ϑ den Winkel zwischen dem einfallenden und dem gebeugten Strahle (also den Beugungswinkel), ebenso die diese beiden Strahlen enthaltende Ebene die Beugungsebene, ferner seien α_i und α_d diejenigen Winkel, welche die Schwingungsebenen dieser Strahlen (nämlich die Ebenen, welche die Schwingungsrichtung und die Strahlenrichtung enthalten) mit denjenigen Ebenen bilden, die durch diese Strahlen senkrecht zur jeweiligen Beugungsebene gelegt sind; dann ist der Ausdruck des Gesetzes:*

$$\operatorname{tg} \alpha_d = \cos \vartheta \operatorname{tg} \alpha_i.$$

b) Ein einfacherer Ausdruck desselben ist: Die Schwingungsebene des gebeugten Strahles ist stets parallel zur

* L. c. p. 291.

Schwingungsrichtung des einfallenden Strahles*; da jedoch der einfallende und der gebeugte Strahl einander gewöhnlich in der sekundären Erregungsstelle (am Auffallsorte des einfallenden Lichtes an der Gitterfläche) schneiden, so kann man das Gesetz auch so aussprechen:

c) Die Schwingungsebene des gebeugten Strahles enthält stets die Schwingungsrichtung des einfallenden Strahles.

Das Gesetz drückt eigentlich folgende Eigentümlichkeit des gebeugten Lichtes aus**: Da die Schwingungsrichtung des gebeugten Strahles im allgemeinen zur Schwingungsrichtung des einfallenden Strahles nicht parallel sein kann, sondern transversal sein muß zum gebeugten Strahl: so bildet die erstere Schwingungsrichtung mit der letzteren den kleinsten Winkel, der mit der letztgenannten Bedingung verträglich ist.

Wie wir in § 7 sehen werden, ist dieses Gesetz, so weit es sich auf die Schwingungsrichtung des gebeugten Strahles bezieht, ein Ausdruck des einfach-meridionalen Oszillationssystems.

II. Findet die Beugung nicht im Medium des einfallenden Lichtes statt, sondern an der gemeinsamen Grenzfläche zweier verschiedener Medien, dann modifiziert sich dies Gesetz einigermaßen. Es sei dann mit STOKES ω das Polarisationsazimut des einfallenden Strahles, gezählt von der zur Einfallsebene senkrechten Ebene, α' das ebenso gemessene Polarisationsazimut des regulär-reflektierten (oder des regulär-gebrochenen) Strahles; dann hängen diese Winkel bekanntlich mittels der Gleichung

$$\operatorname{tg} \alpha' = m \operatorname{tg} \omega$$

zusammen, wobei m einen vom Einfallswinkel und von der Gittersubstanz abhängigen Faktor bedeutet, der für die Fälle der Reflexion und der Brechung verschieden ist*** und sich aus den bekannten elementaren Reflexions- und Refraktionsformeln FRESNELS unmittelbar ergibt.

---

* L. c. p. 247.
** L. c. p. 249.
*** L. c. p. 307.

Gemäß der STOKESschen Theorie soll dasselbe Gesetz auch für den Fall der Beugung in Luft oder in kristallinischen Medien gelten; doch ist dann der Wert von m ein anderer, als in den beiden vorhergehenden Fällen und wäre am besten aus experimentellen Daten zu bestimmen. —

B) Im zweiten Teil beschreibt STOKES seine diesbezüglichen Versuche, die er mittels eines Glasgitters vollführte, das 1300 Furchen auf den englischen Zoll hatte, dessen Intervall demnach 0,01954 mm war und dessen Polarisationswinkel 56° 40′ betrug. Bevor das einfallende Licht das Gitter erreichte, wurde es mittels eines NICOLschen Prismas linear-polarisiert; die Lage der Polarisationsebenen der gebeugten Strahlen wurde mittels eines analysierenden Nicols bestimmt.

Bei der Untersuchung der reflektiert-gebeugten Strahlen verschwand das von der Hinterfläche des Gitters reflektierte Licht nicht; STOKES versuchte deshalb dieses Licht, das sogenannte falsche Licht, mittels eines vor das Gitter gesetzten engen Spaltes von dem von der gegen die Lichtquelle zugewandten gefurchten Fläche reflektierten Lichte zu trennen. Trotzdem hegte er selbst keine Zuversicht in bezug der Richtigkeit seiner Versuche, denn es gelang ihm nicht, das falsche Licht ganz auszuschließen, und er hielt deshalb seine Beobachtungen der Polarisation des reflektiert-gebeugten Lichtes nicht zur Veröffentlichung geeignet, publizierte dieselben auch nicht, mit Ausnahme seiner Beobachtungsreihen Nr. 11 und 12. In diesen untersuchte er das Polarisationsazimut des bei je einem bestimmten Einfallswinkel i und je einem bestimmten Beugungswinkel ϑ entstehenden reflektiert-gebeugten Strahles unter sehr bedeutender Änderung des Polarisationsazimutes des einfallenden Lichtes.*

Er untersuchte die drei „Hauptbilder“ dieser beiden Strahlen: das erste entsteht nämlich infolge der Reflexionsbeugung an der geritzten Fläche; das zweite wird von den, durch diese erste Fläche hindurchgegangenen gebeugten und dann von der Hinterfläche regelmäßig reflektierten und durch die erste Fläche wieder regelmäßig gebrochenen, austretenden Strahlen gebildet; das dritte

* L. c. p. 307.

aus denjenigen Strahlen, welche beim Eindringen durch die erste Fläche regelmäßige Brechung, dann regelmäßige innere Reflexion und beim Austritt durch die erste Fläche Beugung erlitten.

STOKES bemerkt noch ausdrücklich*, daß der Fall der Polarisation des reflektiert-gebeugten Lichtes ganz verschieden sei von dem des durchgehenden Lichtes und daß man in Ermangelung einer genauen Theorie mit den Beobachtungen wenig anfangen könne, höchstens zusehen, ob dieselben dem in der letzten Gleichung ausgedrückten Gesetze Genüge leisten. Dies betont er besonders bei der erwähnten 12. Beobachtungsreihe, bei der die Richtung der in das Auge des Beobachters gelangenden Strahlen nicht sehr abweicht von derjenigen Richtung, in der das regelmäßig reflektierte Licht vollständig (linear) polarisiert wäre.**

Die Vergleichung der 11. und 12. Beobachtungsreihe mit der erwähnten Formel zeigte eine im allgemeinen erträgliche Übereinstimmung; aber die Werte von m waren bei beiden Strahlen für die jeweiligen drei Hauptbilder verschieden und zwar in ganz erheblicher Weise; außerdem mußte für jede Beobachtungsreihe ein besonderer, verschiedener Indexfehler angenommen werden; es mußte nämlich die Null-Lage des analysierenden Nicols bezüglich der Ablesungen der Polarisationsazimute der reflektiert-gebeugten Strahlen in der 11. Reihe mit $-15{,}5^0$, in der 12. Reihe mit $-63{,}75^0$ angenommen werden***, um eine Übereinstimmung zu erzielen.

§ 3. STOKES' Resultate und Absichten. Irreguläre Brechung und Reflexion. L. LORENZ', C. HOLTZMANNS' und F. EISENLOHRS Arbeiten. Lord RAYLEIGH über STOKES' Gesetz.

Formell schienen diese insgesamt wenigen Beobachtungen STOKES' Theorie zu bekräftigen, wenn man diese mit der nachher eingeführten FRESNELschen Auffassung ergänzt, daß nämlich die Schwingungsrichtung des linear-polarisierten Lichtes senkrecht sei zur Polarisationsebene.

* L. c. p. 321.
** L. c. p. 322 u. 323.
*** L. c. p. 313.

Indessen sagt STOKES selbst, daß er mit seinen diesbezüglichen Versuchen nicht die Absicht hatte, die genaue Natur der Polarisation des gebeugten Lichtes zu untersuchen, sondern hauptsächlichst, um seine auf theoretischem Wege gewonnenen Formeln mittels Beobachtungen zu kontrollieren.*

Auch machte er die Erfahrung, daß bei normaler Inzidenz auf das Glasgitter die durchgehend-gebeugten Strahlen für jeglichen Beugungswinkel fast dasselbe Polarisationsazimut zur Beugungsebene haben, wie der ungebrochen durchgehende Strahl, wenn die gefurchte Fläche dem einfallenden Strahl abgewendet ist; ist sie demselben zugewendet, so kann die Azimutsänderung sehr bedeutend sein.**

Auf Grund dieser Versuche kam STOKES auch zu der Auffassung, daß in dem Falle, wenn die Lichtbeugung mit einer Änderung des Mediums verbunden ist, die Beugung (oder wie er sich ausdrückt, die Zerfällung der Lichtwelle in Elementarwellen) vorerst, nämlich im ersten Medium vor sich geht, und daß erst nachher die regelmäßige Brechung der zerfällten Strahlen stattfinde; er nannte diesen ganzen Vorgang „irreguläre Brechung". Unter dieser Voraussetzung, bei Berücksichtigung von FRESNELS Refraktionsformeln, und auf Grundlage seines Gesetzes berechnete er die zu erwartende Richtung der Polarisationsebene des gebrochen(durchgehend)-gebeugten Lichtes und schien dabei FRESNELS Annahme bekräftigt zu finden.

In dieser Auffassung wurde STOKES durch L. LORENZ bestärkt***; derselbe leitete aus der allgemeinen Elastizitätstheorie unter Zuhilfenahme mehrerer Voraussetzungen alle STOKESschen Formeln ab und gibt die Resultate von eigenen Versuchen, wobei auch der Fall von Beugung ohne Änderung des Mediums, also im durchgehenden Lichte untersucht wird. Die Versuche stehen im allgemeinen mit den STOKESschen in Übereinstimmung, und

---

* L. c. p. 301 u. 302.

** L. c. p. 318.

*** L. LORENZ, Bestimmung der Schwingungsrichtung des Lichtäthers durch die Polarisation des gebeugten Lichtes, *Poggendorffs Ann. d. Phys. u. Chemie* Bd. CXI, p. 315—328, 1860; auch *Phil. Mag.* (4) XXI, p. 321—331, 1860, u. a. a. O.

auch hieraus wird auf die Richtigkeit der FRESNELschen Auffassung geschlossen. In bezug auf die reflektiert-gebeugten Strahlen wurde weder von ihm noch von andern die Notwendigkeit einer der irregulären Brechung entsprechenden „irregulären Reflexion“ ausgesprochen; aber wenn man die hier auftretende Beugung und Reflexion als zeitlich und räumlich voneinander getrennte Vorgänge betrachtet, so können schon die oben in § 1 erwähnten Versuche ARAGOs nur durch die Annahme verstanden und erklärt werden, daß die auffallende Lichtwelle, bevor sie an die reflektierend-beugende Fläche gelangt, in Elementarwellen zerfällt, d. i. Beugung erleidet, und daß erst nachher regelmäßige Reflexion erfolgt; die umgekehrte Reihenfolge ist einfach unmöglich; man vergleiche übrigens hierüber die §§ 46, 72, 74 und 81 vorliegender Arbeit.

Es sei noch gestattet, hier zu bemerken, daß STOKES noch mehrere male Veranlassung nimmt, zu erklären, daß eine eingehende experimentelle Untersuchung der Polarisation des gebeugten Lichtes sehr wünschenswert sei, und daß er selbst eine solche beabsichtige, wobei er besonders auf eine verschiedenartige Abwechslung der Faktoren, die die Beugung beeinflussen, Gewicht legen würde. Dies bemerkt er gegenüber der Arbeit HOLTZMANNS, der aus seinen an Glas- und besonders an Rußgittern angestellten Versuchen mit gebrochen-gebeugtem Lichte schloß, daß das linear-polarisierte Licht in der Polarisationsebene schwinge.*

Denselben Wunsch spricht er in seiner Erwiderung auf EISENLOHRs Abhandlung aus, in welcher dieser das Problem der Diffraktion unter der Voraussetzung behandelt, daß das beugende Mittel vom Einfallsmedium verschieden sei, und mit Zugrundelegung der bekannten CAUCHYschen Kontinuitätsbedingungen und bei Berücksichtigung aller an der Grenzfläche möglicherweise auftretenden Bewegungen, für senkrechte Inzidenz die Formel findet

* C. A. H. HOLTZMANN, Das polarisierte Licht schwingt in der Polarisationsebene, *Poggendorff's Annalen der Phys. u. Chemie*, Bd. XCIX, p. 446 bis 451, 1856; G. G. STOKES, On the polarisation of diffracted light, *Phil. Mag.* (4) XIII, p. 159—160, 1857.

$$\operatorname{tg} \gamma' = \operatorname{tg} \gamma \cdot \frac{\cos(\alpha - \alpha')}{1 + 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \frac{l_{,} l''}{\lambda^2}} .$$

Dabei bedeuten γ und γ' die Winkel, welche die Beugungsebene mit den Schwingungen des einfallenden und des gebeugten Lichtes bildet, ferner α' den Beugungswinkel und α einen Hilfswinkel der durch die Relation $n \sin \alpha = \sin \alpha'$ bestimmt ist, wobei n der Brechungsindex des Glases und $l_{,} l''$ eine Beobachtungskonstante ist. Diese Formel steht mit HOLTZMANNS Versuchen in guter Übereinstimmung, doch zieht EISENLOHR daraus den entgegengesetzten Schluß, nämlich daß das linear-polarisierte Licht senkrecht zur Polarisationsebene schwinge.*

Doch mag hier erwähnt werden, daß die Versuche von HOLTZMANN und LORENZ sich auf durchgehend-gebeugtes Licht beziehen; STOKES selbst scheint keine weiteren Versuche angestellt zu haben. —

In seiner Denkrede über STOKES** würdigt Lord RAYLEIGH auch dessen hier vielgenannte Abhandlung in ausführlicher Weise, und nachdem er deren Hauptinhalt in bezug auf die Theorie der Beugung und besonders des STOKESschen Gesetzes besprochen, fährt er wie folgt fort***:

„STOKES eigene Versuche über die Polarisation des durch ein Glasgitter gebeugten Lichtes führten ihn zu dem Schlusse, daß die Lichtschwingungen senkrecht seien zur Polarisationsebene.

Das hier abgeleitete Gesetz der sekundären Welle ist zweifelsohne ein mögliches Gesetz; aber es scheint fraglich, ob das Problem in Wirklichkeit so gegeben ist, wie es STOKES betrachtete. [§ 2, A).]

---

* F. EISENLOHR, Über das Verhältnis der Schwingungsrichtung des Lichtes zur Polarisationsebene und Bestimmung dieses Verhältnisses durch die Beugung, *Poggendorffs Annalen d. Phys. u. Chem.* CIV, p. 337—346, 1858; G. G. STOKES, On the bearing of the phenomena of diffraction in the direction of the vibrations of polarized light, with remarks on the paper of Prof. EISENLOHR, *Phil. Mag.* (4) XVIII, p. 426—427, 1859.

** Lord RAYLEIGH, Obituary Notice, Proceedings of the Royal Society 1903; auch G. G. STOKES, Mathematical and Physical Papers, Vol. V, p. IX—XXV, Cambridge 1905.

*** L. c. p XIV.

Eine bloß mathematische Lösung kann auf unendlich vielen Wegen geschehen*, und wenn das Problem als physikalisches betrachtet wird, dann wird es zur Frage der Art und Weise der Störung, die ein wirklicher (beugender)** Schirm erzeugt.

In bezug auf die Anwendung auf Beugungsphänomene zur Entscheidung der Frage der Schwingungsrichtung, scheint es, daß STOKES' Kriterium ein besseres Substrat findet in dem Falle der Beugung durch sehr kleine Partikelchen, die ein im übrigen homogenes Medium stören, etwa wenn ein feinkörniger Schwefelniederschlag aus einer wässerigen Lösung gefällt wird."***

§ 4. E. MASCARTS Beobachtungen. L. DITSCHEINERS Beobachtungen und Theorie.

Hier seien auch E. MASCARTS Versuche erwähnt.† Er leitete das einfallende Licht vorerst durch eine Kalkspatplatte, welche die so entstandenen aufeinander senkrecht polarisierten Strahlen räumlich genügend voneinander trennte; der zur Hauptbeugungsebene parallel-polarisierte Strahl fiel in den obern Teil eines Kollimatorspaltes, der dazu senkrecht-polarisierte Strahl in dessen untern Teil. Das aus dem Kollimator tretende Licht traf nun auf ein mit Diamant geritztes Glasgitter, dessen gefurchte Fläche dem auffallenden Lichte zu- oder abgewendet war, jenachdem man reflektiert-gebeugtes oder durchgehend(gebrochen)-gebeugtes Licht beobachten wollte. In beiden Fällen erschienen je zwei Reihen von Beugungsspektren übereinander, deren Intensität nun leicht miteinander verglichen werden konnte. Bei kleinen Beugungswinkeln war die Intensität merklich gleich; bei Beugungswinkeln über 30^0 überwog die Intensität des zur Hauptbeugungsebene parallelen Lichtes, und zwar umsomehr, je größer der Beugungswinkel war, dessen größter Wert hier 70^0 betrug. Das durch

---

* Man vergleiche FR. KOLAČEKS Bemerkungen zu HUYGHENS Prinzip, § 10 dieser Schrift.

** Anmerkung des Verfassers.

*** Diese Bemerkung dürfte sich auf Lord RAYLEIGHS hierher gehörige Untersuchung beziehen; man vergleiche § 12 dieser Arbeit.

† E. MASCART, Compt. Rend., Tome LXIII, p. 1005, 1866.

Messung bestimmte Intensitätsverhältnis stimmte im allgemeinen mit dem STOKESschen Kosinusgesetz überein, mit einer Annäherung, die man in anbetracht der nicht immer hinreichenden Schärfe der Messungsmethode und der Schwierigkeit der Beobachtung als zufriedenstellend annehmen kann. —

In seiner ersten einschlägigen Mitteilung untersuchte L. DITSCHEINER* die Polarisationsverhältnisse des von Glasgittern reflektiert-gebeugten Lichtes; das Intervall des benutzten Gitters betrug 0,0046317 mm. Dabei gingen die vom Spiegel des Heliostaten reflektierten Sonnenstrahlen zuerst durch ein NICOLsches Prisma, hierauf durch eine plan- und optisch-achsenparallele Quarzplatte von etwa 2 mm Dicke, deren optische Achse vertikal gestellt war; bei einigen Versuchen war diese Platte durch eine etwa 0,2 mm dicke Gipsplatte von derselben optischen Wirkung ersetzt. Die aus der Platte tretenden Strahlen gelangten durch einen engen Spalt in das Kollimatorrohr eines Spektrometers und von dort auf die gefurchte Fläche eines vertikal gestellten Glasgitters, dessen Linien ebenfalls vertikal waren; von hier wurden sie reflektiert-gebeugt. Die so erzeugten reflektiert-gebeugten Spektra wurden mittels des mit einem analysierenden Nicol versehenen Spektrometer-Fernrohrs untersucht; in diesen Spektren entstanden nämlich zwischen den durch die doppeltbrechende Platte erzeugten ordentlichen und außerordentlichen Strahlen Gangunterschiede, die sich in der Form von Interferenzstreifen bemerklich machten. Aus der Lage dieser Streifen konnte auch auf den durch die Beugung hervorgerufenen Gangunterschied von 0 oder $\frac{1}{2}\lambda$ geschlossen werden. Wenn nun der Analysator so weit gedreht wurde, bis die Interferenzstreifen ganz schwarz erschienen, so konnte aus dessen Lage das Verhältnis der Intensitäten der vertikalen und der horizontalen Lichtkomponenten zueinander bestimmt werden.

In dieser Weise untersuchte DITSCHEINER die Polarisation

* L. DITSCHEINER, Über den Gangunterschied und das Intensitätsverhältnis der bei der Reflexion an Glasgittern auftretenden parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Strahlen. Sitzungsberichte der k. Akademie der Wiss. zu Wien, Mathem.-Naturw. Klasse Bd. LX, p. 567—585, Wien 1870; Bd. LXVII, p. 205—234, Wien 1873.

der Strahlen der bei einigen Einfallswinkeln entstandenen Spektren verschiedener Ordnung; und obwohl seiner Angabe gemäß seine Bestimmungen keinen Anspruch auf große Genauigkeit machen konnten, glaubte er dennoch, aus ihnen folgende Schlüsse ziehen zu können:

In den verschiedenen Beugungsspektren zeigen die zur Einfallsebene parallelen und die darauf senkrechten Lichtkomponenten nicht nur verschiedene Gangunterschiede, sondern auch ganz verschiedene Schwächungen. Wenn man bei gewissen Einfallswinkeln, besonders bei solchen, die in der Nähe des Polarisationswinkels der Glassubstanz des Gitters liegen, von den wenig gebeugten Spektren zu den mehr gebeugten fortschreitet, dann findet man in den ersteren einen Gangunterschied von nahezu einer halben Wellenlänge, während bei letzteren derselbe fast gleich Null wird.

Man könnte demnach erwarten, daß irgendwo zwischen den gebeugten Spektren solche gebeugte Strahlen sein müßten, bei denen der Gangunterschied, so wie bei der regulären Reflexion unter dem Polarisationswinkel, einen fast plötzlichen Sprung macht. (Eine derartige sprunghafte Änderung wäre demnach in der Beobachtungsreihe zu erwarten, die der Verfasser für den Einfallswinkel 60^0 mitteilt, siehe auch die Tabelle weiter unten, und zwar zwischen dem mittlern und dem ersten rechtsseitigen Spektrum, das in dem vom regulär-reflektierten Strahle und der Gitterebene gebildeten stumpfen Winkel liegt.)

Ferner erscheint die senkrecht zur Einfallsebene polarisierte Komponente immer stärker geschwächt als die parallel zu dieser Ebene polarisierte Komponente; das Intensitätsverhältnis dieser Komponenten zueinander ändert sich rasch von Spektrum zu Spektrum, zeigt aber keine wellenartige Periodizität. Die Drehung der Polarisationsebene zeigt sich hier unverhältnismäßig bedeutender als die bis dahin im durchgehenden Lichte beobachtete.

In seiner zweiten diesbezüglichen Arbeit versucht DITSCHEINER eine Theorie seiner Beobachtungen zu konstruieren; dabei stützt er sich auf ein Analogon des Vorganges, den FRESNEL zur Entwicklung seiner elementaren Refraktions- und Reflexionsformeln benutzte.

Er nimmt nämlich an, die Lichtbewegung sei an der ge-

ritzten Gitterfläche eine solche, daß sie eben so im ersten wie im zweiten Medium vor sich gehend betrachtet werden kann, und daß diese Gleichheit der Bewegungen nicht nur für die Grenzfläche selbst gültig sei, sondern auch für derselben sehr nahe Punkte. Diese allgemeine Voraussetzung ergänzt er nun mit der besonderen Supposition, daß zur Bildung des regulär-gebrochenen und -reflektierten Strahles nicht die ganze einfallende Lichtbewegung verbraucht wird, sondern daß ein gewisser, seinem Werte nach nicht bestimmbarer Teil derselben zur Bildung eines zueinander gehörigen gebrochen-gebeugten und reflektiert-gebeugten Strahlenpaares verwendet wird.

DITSCHEINER nennt nämlich zwei solche Strahlen ein zueinander gehöriges gebrochen-gebeugtes und reflektiert-gebeugtes Strahlenpaar, die sich immer auf derselben Seite des Einfallslotes befinden und deren von dieser Senkrechten ab gerechnete Richtungswinkel dem gewöhnlichen Gesetze der Reflexion und der Refraktion Genüge leisten.

Aus den Gleichungen, die sich aus diesen Voraussetzungen ergeben, findet DITSCHEINER ziemlich komplizierte Formeln für die Amplituden der zur Einfallsebene senkrechten und der dazu parallelen Komponenten der gebrochen-gebeugten und reflektiert-gebeugten Strahlen. In diesen Formeln treten die Amplituden der zur Einfallsebene senkrechten und parallelen Komponenten des einfallenden Lichtes auf, ferner der Brechungsindex der Glassubstanz und eine nur auf experimentellem Wege bestimmbare empirische Konstante.

Bedeutet mit DITSCHEINER Beugungswinkel den zwischen der Normale der Gitterfläche und dem reflektiert-gebeugten Strahle befindlichen Winkel, ferner φ' das Polarisationsazimut dieses Strahles, gerechnet von der Einfallsebene, dann gilt für die bei dem Einfallswinkel von 60^0 gewonnenen Beobachtungen nach des Verfassers vergleichender Berechnung:

Beugungswinkel:	$32^0\,10'$	$39^0\,58'$	$48^0\,57'$	$60^0\,00'$	$77^0\,56'$.
φ' beobachtet:	$-21^0\,08'$	$-16^0\,10'$	$-5^0\,10'$	$+4^0\,35'$	$+18^0\,17'$.
φ' berechnet:	$-16^0\,18'$	$-16^0\,00'$	$-8^0\,37'$	$+4^0\,24'$	$+13^0\,07'$.

Da nun DITSCHEINER sich in seinen theoretischen Entwicklungen bedeutende Vernachlässigungen gestattete und auch seine

eigenen Beobachtungen für nicht sehr genau hielt und da ferner auch die sonstigen Beobachtungsreihen mit der Theorie nicht besser übereinstimmen, glaubt er genügende Annährung seiner Theorie an die Erfahrung annehmen zu können.

§ 5. G. Quinkes Untersuchungen. K. Exner erhärtet für eine einzelne Strahlenreihe Stokes' Gesetz bei Beugung im selben optischen Medium.

G. Quinke publizierte eine ausführliche experimentelle Untersuchung über die Polarisation des gebeugten Lichtes*, bemerkt jedoch besonders, daß er seine Beobachtungen in bezug auf das reflektiert-gebeugte Licht noch nicht veröffentliche, fügt indessen noch hinzu, daß die Erscheinungen auch in diesem Falle von derselben Art seien wie im durchgehenden Lichte. Dieselbe Bemerkung und Behauptung wiederholt er in einer nahezu zwanzig Jahre später erschienenen Notiz**, wo er ausdrücklich bemerkt, daß er seine zahlreichen Versuche bezüglich der Polarisation des von Gittern reflektiert-gebeugten Lichtes aus dem Grunde nicht publizierte, weil deren Resultate sehr kompliziert seien.***

Indessen erwähnt er doch, daß die Gesamtheit aller seiner Versuche in bezug auf die aus einfallendem linear-polarisierten Lichte entstandenen durchgehenden und reflektiert-gebeugten Strahlen darauf hinweise, daß das gebeugte Licht im allgemeinen

---

* G. Quinke, Über das Verhalten des polarisierten Lichtes bei der Beugung, *Poggendorffs Annalen der Physik und Chemie* Bd. CIL, p. 273—324, 1873. In der Einleitung gibt Quinke eine kurze Übersicht der bisherigen Arbeiten, l. c. p. 273—276.

** Wiedemanns Annalen der Physik u. Chemie Bd. XLVII, p. 765—766, 1892.

*** In seiner ersten Mitteilung, l. c. p. 281—286, gibt Quinke für den Fall unpolarisierten (natürlichen) einfallenden Lichtes eine spezielle Liste seiner Beobachtungen; so auf S. 283 für das von den versilberten Furchen- und Hügelgittern reflektiert-gebeugte Licht, auf S. 285 für das von der versilberten Gitterfläche und von der Glasfläche unter normaler Inzidenz reflektiert-gebeugte Licht, und zwar gibt er in allen diesen Fällen die qualitativen Eigenschaften des Amplitudenverhältnisses der zueinander senkrechten Komponenten aller dieser Strahlen, führt aber nirgends Zahlenwerte an.

elliptisch-polarisiert sei; ferner, daß das Amplitudenverhältnis und die Phasendifferenz der zur Beugungsebene parallel und senkrecht polarisierten Komponenten des gebeugten Lichtes sich je nach der Form (dem Querschnitt) der Furchen, deren Intervall und der Gittersubstanz ändert; es treten selbst solche Änderungen auf, die für wachsende Wellenlängen und wachsende Beugungswinkel fortsetzungsweise zu- und abnehmen, und diese periodischen Änderungen können sich mehrfach wiederholen.

Schließlich bemerkt er, daß seine Versuche im allgemeinen weder mit STOKES' Kosinusgesetz, noch mit den von mir und seit dem Jahre 1873 auch von anderen versuchten theoretischen Entwicklungen in Übereinstimmung zu bringen seien.

Aus allen diesen Gründen brauchen wir uns hier mit QUINKES Versuchen nicht weiter zu beschäftigen; ebensowenig wie mit der auf dieselben bezüglichen Bemerkung von K. EXNER.* Andrerseits sei hier gestattet, die dort mitgeteilten Beobachtungen K. EXNERS zu erwähnen, obwohl diese zeitlich später erfolgten als die in den folgenden Paragraphen betrachteten. EXNERS Versuche verdienen ernste Beachtung, weil bei diesen der Wechsel des Mittels vermieden wurde, um das Gesetz der Polarisation bei Beugung im selben optischen Medium festzustellen. EXNER klebte ein Glasgitter mit seiner gefurchten Fläche mittels eines Tröpfchens Öles auf die ebene Fläche einer Halbzylinderlinse, mit den Furchen parallel zur Zylinderachse und gebrauchte die nötigen Vorsichtsmaßregeln, um das falsche Licht abzuhalten; die Gitterplatte, die Halblinse, das zum Kleben verwendete Öl und der zur Abblendung benutzte Firnis hatten nahezu gleichen Brechungsindex. Beim Austritte des gebeugten Strahles aus der Linse erlitt derselbe keine Richtungsänderung und daher auch keine Änderung des Polarisationszustandes.

Die Beobachtungen geschahen bei normaler Inzidenz, bei dem Einfallsazimut von 45°, an den in der Beugungsebene gelegenen durchgehend-gebeugten Strahlen und zwar erstreckten sich dieselben bis zum Beugungswinkel 90° und bestätigen im

* K. EXNER, Zur polarisierenden Wirkung der Lichtbeugung, *Wiedemanns Ann. d. Phys. u. Ch.* Bd. XLIX, p. 387—391, 1893.

großen und ganzen in bezug auf diese einzelne Strahlenreihe STOKES' Gesetz. Man sehe auch § 88 über meine Wiederholung, Bestätigung und Verallgemeinerung dieses Resultates und im allgemeinen § 87—98.

§ 6. I. FRÖHLICHS Beobachtungen und Resultate. M. RÉTHYS Interpretation: Elastische Kugelwellen mit „Polarachse".

Die zeitlich nun folgenden Versuche rühren vom Verfasser vorliegender Arbeit her.* Bei denselben fiel ein Bündel paralleler, vom Heliostatenspiegel reflektierter Sonnenstrahlen durch eine kreisrunde Öffnung auf ein drehbar montiertes NICOLsches Prisma; nach dem Austritte aus demselben gelangten die Strahlen durch einen vertikalen Spalt, der sich in der Brennebene des Kollimators eines Spektrometers befand. Aus dieser Kollimatorlinse fiel das Licht in nahezu parallelem Bündel auf ein Gitter mit vertikalen Furchen, welches in der Mitte des Spektrometertischchens aufgestellt war. Die von dieser Gitterfläche reflektiert-gebeugten Strahlen gelangten in das Beobachtungsfernrohr des Spektrometers und wurden mittels eines auf das Okular folgenden drehbaren Nicols untersucht.

Die Beobachtungen geschahen mittels zweier JEDLIKscher Glasgitter, deren Intervall 0,0506 mm und 0,00617 mm betrug, deren Grenzflächen nicht genau parallel waren, so daß man das von der ersten gefurchten Gitterfläche reflektiert-gebeugte Licht von den übrigen, an der zweiten Fläche reflektierten Strahlen ganz bestimmt unterscheiden konnte.**

---

* I. FRÖHLICH, Die Polarisation des gebeugten Lichtes, *Wiedemanns Ann. d. Phys. u. Chem.* Bd. I, p. 321—339, 1877. (Auch in ungarischer Sprache: Az elhajlított fény polárisatiója, M. T. Akad. Értesitöje, 1876, nov. 6; Müegyetemi Lapok I. k., 289—298, 1876.)

** Nach einer von dem damals noch in Györ (Raab) lebenden quieszierten Universitätsprofessor ANIAN JEDLIK im Jahre 1880 erhaltenen brieflichen Mitteilung wurden diese Gitter in der Weise angefertigt, daß deren ursprünglich glatte, jedoch mit einer dünnen Wachsschicht überzogene Oberfläche mittels Teilmaschine mit Diamantspitze gefurcht wurde, und hierauf, um die Furchen tiefer und damit die Spektra lebhafter zu machen, mittels

Bei diesen Beobachtungen bildete die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes immer 45° mit der Einfallsebene; die Einfallswinkel wurden im Intervalle zwischen 25°—85° von fünf zu fünf Graden geändert; indes beziehen sich die mitgeteilten Beobachtungsdaten nur auf die Einfallswinkel 85°, 55°, 25°; das reflektiert-gebeugte Licht zeigte sich immer sehr nahezu linear-polarisiert.

Außerdem beobachtete ich bei demselben einfallenden Lichte und bei denselben Einfallswinkeln das Polarisationsazimut des von der gefurchten Fläche regulär-reflektierten Lichtes.

Auch im durchgehend-gebeugten Lichte machte ich Beobachtungen, teilte indes keine Zahlenwerte mit, weil dieselben mir zu unregelmäßig schienen.

Die Polarisationsebenen der reflektiert-gebeugten Strahlen zeigten eine stetige und zwar sehr bedeutende Drehung; bezüglich ihrer Lage fand ich, daß dieselbe vom Einfallswinkel, vom Beugungswinkel und von der Natur der Gittersubstanz abhänge; daß diese Lage (d. i. das Polarisationsazimut) unabhängig sei vom Gitterintervall, von der Lichtgattung und auch davon, ob im beobachteten Lichte die Strahlen von Spektren verschiedener Ordnung übereinander gelagert seien oder nicht. Insbesondere ergab sich, daß die Polarisationsebenen der reflektiert-gebeugten Strahlen sich im allgemeinen den Polarisatiosebenen derjenigen regulär-reflektierten Strahlen nähern, deren Richtungen in die Richtungen der jeweilig reflektiert-gebeugten Strahlen fallen. Die Beobachtungsresultate konnten mit dem oben erwähnten einfachen Stokesschen Gesetze nicht in Übereinstimmung gebracht werden.

Andererseits zeigte sich, daß die Lage der Polarisationsebenen der von der gefurchten Fläche regulär-reflektierten Strahlen in sehr großer Annäherung den gewöhnlichen Fresnelschen Reflexionsformeln Genüge leisten; nur in der Nähe des Polarisationswinkels treten geringe Abweichungen auf, wegen der dort merklichen schwachen elliptischen Polarisation des reflektierten Lichtes. —

Fluorsäure geätzt wurde; dieser letztere Umstand konnte jedenfalls einen Einfluß auf die beobachtete Erscheinung ausgeübt haben, der indes wohl kaum bestimmbar sein dürfte.

Diese Arbeit diente zum Ausgangspunkt verschiedener Untersuchungen mehrerer Forscher.

So beschäftigte sich zuerst M. Réthy* mit diesen Resultaten, indem er vorerst an die allgemeinere Theorie der Polarisation des gebeugten Lichtes erinnert und dann auf Grundlage der Elastizitätstheorie fester Körper die schon von Lamé und Clebsch angedeuteten einfachsten Lösungssysteme der Differentialgleichungen transversaler Kugelwellen dazu verwendet, um mittels dieser meine Beobachtungen mit genügender Annäherung darstellen zu können.

Es möge hier in Kürze an diese allgemeinen Beziehungen erinnert werden.

Bedeuten nämlich U, V, W die sogenannten Wellenfunktionen, die der Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = a^2 \nabla^2 \varphi$$

genügen, so sind die Laméschen und Clebschschen bekannten Lösungssysteme für Komponenten transversaler Vektoren:

$$\xi = \frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial z}, \quad \eta = \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial x}, \quad \zeta = \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y};$$

dabei genügen auch ξ, η, ζ der typischen Wellengleichung und der Bedingung der Inkompressibilität:

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} = 0.$$

Sollen diese Lösungen Vektoren einfarbigen (homogenen) Lichtes darstellen, so müssen die sechs Funktionen U, V, W, ξ, η, ξ noch der charakteristischen Gleichung der Periodizität:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \varphi,$$

* M. Réthy, Über die Polarisation des gebeugten Lichtes, *Wiedemanns Ann. d. Phys. u. Chem.* Bd. XI, p. 504—512, 1880. (Auch in ungarischer Sprache: A sarkitott fényrezgés elhajlító nyilás által való forgatásának magyarázata, különös tekintettel Fröhlich észleleteire. M. T. Akadémia, Értekezések a Mathem. Tudom. Köréből. VII. Kötet, XVI. szám 1—17 ll. Budapest 1880.)

oder

$$\nabla^2 \varphi = -\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \varphi$$

genügen.

Dabei ist a die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, T die Periode, λ die Wellenlänge der Wellen; also $a = \lambda : T$.

Die Gleichungen gelten für ebene wie für Kugelwellen.

RÉTHY geht nun von den bekannten einfachsten zwei partikulären Lösungen dieser Gleichungen aus und benutzt dieselben zur Interpretierung der vorliegenden Frage.

1. Das erste Oszillationssystem (folgender Paragraph) ist dasjenige, in welchem die Vibrationen der gebeugten Strahlen sämtlich senkrecht sind auf eine bestimmte Richtung im Raum, auf die „Polarachse"; diese Vibrationen können im einfachsten Falle durch die einfache harmonische Oszillation einer starren Kugelfläche um diese Polarachse dargestellt werden; der Mittelpunkt der Kugel entspricht der Beugungsstelle und jeder Radius einem gebeugten Strahl, dessen Vibration gleich ist der Oszillation des Durchstoßungspunktes der erwähnten Kugelfläche.

2. Im zweiten Systeme (folgender Paragraph) sind die Normalen der Oszillationsebenen der gebeugten Strahlen sämtlich senkrecht auf eine bestimmte Richtung im Raume, auf die „Polarachse" (oder, wie man sagen kann, die Oszillationsebenen der gebeugten Strahlen enthalten alle diese Achse, oder auch: die Oszillationsebenen der gebeugten Strahlen sind sämtlich parallel der Polarachse). Diese Vibrationen kann man im einfachsten Falle mittels solcher einfacher harmonischer Oszillationen von Punkten einer Kugelfläche darstellen, welche längs Meridianen vor sich gehen, deren gemeinsame Schnittpunkte (Pole) in der Polarachse liegen; die Amplituden dieser Oszillationen nehmen, vom Äquator zum Pole gerechnet, mit dem Faktor $\sin \vartheta$ proportional ab, wobei ϑ den Winkel zwischen dem gebeugten Strahl und der Polarachse bedeutet.

§ 7. Die zirkumaxialen und die meridionalen Oszillationssysteme. Formale Übereinstimmung letzterer mit STOKES' Gesetz. Darstellung der Beobachtung mit demselben.

Es sei nun (Fig. 1) $\overrightarrow{OZ}$ die Polarachse, $\overrightarrow{OR}$ der gebeugte Strahl, R ein vibrierender Punkt desselben, x, y, z die Koordinaten seiner Ruhelage, $\overrightarrow{OR} = r = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}$ seine Entfernung

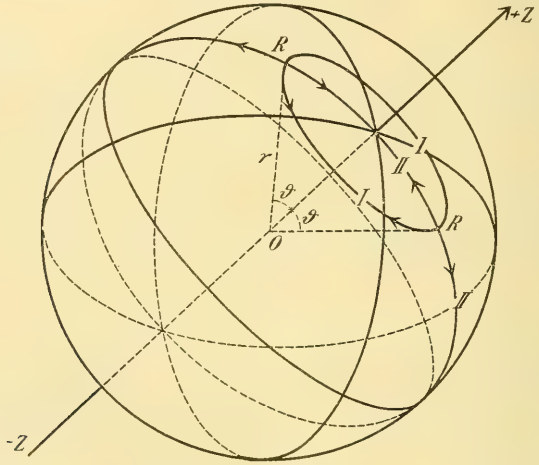


Fig. 1.

von dem in der Gitterfläche befindlichen Erregungszentrum O, wobei r gegen die Wellenlänge λ sehr groß sei; ferner seien ξ, η, ζ die Vibrationskomponenten des Punktes R, σ deren Resultante, T die Periode, $2\pi\delta$ die Anfangsphase des homogenen Lichtes, A eine beliebige Konstante; außerdem sei

$$\cos\vartheta = \frac{z}{r}; \quad \sin\vartheta = \frac{1}{r}\sqrt{x^2+y^2};$$

$$\cos\omega = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}; \quad \sin\omega = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}.$$

1. Einfach-zirkumaxiales Oszillationssystem. Man erhält den von RÉTHY benutzten einfachsten Fall der Systeme

erster Art, wenn man in die Gleichungen des vorigen Paragraphen setzt:

$$U = 0, \quad V = 0, \quad W = +\varphi = +\frac{A}{r}\cos 2\pi\left\{\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} + \delta\right\},$$

$$\xi = +\frac{\partial\varphi}{\partial y} = +\sigma\sin\omega, \quad \eta = -\frac{\partial\varphi}{\partial x} = -\sigma\cos\omega, \quad \zeta = 0,$$

wobei, wenn man die mit dem Faktor $\frac{1}{r^2}$ behafteten Glieder gegen diejenigen, die den Faktor $\frac{1}{r\lambda}$ enthalten, vernachlässigt:

$$\sigma = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{A}{r}\cdot\sin\vartheta\cdot\sin 2\pi\left\{\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} + \delta\right\}.$$

Die Oszillationen genügen der Bedingung der Transversalität:

$$\xi\cdot\frac{x}{r} + \eta\cdot\frac{y}{r} + \xi\cdot\frac{z}{r} = 0;$$

ihre Intensität ist mit $\sin^2\vartheta$ proportional; jeder Punkt schwingt längs der Tangente des durch seine Ruhelage gehenden, zur Z-Achse senkrechten Parallelkreises, also sind die Richtungen der Oszillationen hier symmetrisch um die Z-Achse verteilt und liegen in Parallelkreisen geordnet um dieselbe herum.

Demnach schlage ich vor, dieses System mit Recht als das einfach-harmonische zirkumaxiale Oszillationssystem zu bezeichnen.

2. Einfach-meridionales Oszillationssystem. Man erhält den von RÉTHY benutzten einfachsten Fall der Systeme zweiter Art, wenn man in die Gleichungen des vorigen Paragraphen setzt:

$$U' = 0, \quad V' = 0, \quad W' = +\varphi' = +\frac{A'}{r}\cdot\sin 2\pi\left\{\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} + \delta'\right\},$$

$$U = \xi' = +\frac{\partial\varphi'}{\partial y}, \quad V = \eta' = -\frac{\partial\varphi'}{\partial x}, \quad W = \zeta' = 0,$$

und daraus die eigentlichen Vibrationskomponenten:

$$\xi = \frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{\partial\eta'}{\partial z} = +\frac{\partial^2\varphi'}{\partial x\,\partial z} = -\sigma\cos\vartheta\cos\omega,$$

$$\eta = \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial x} = +\frac{\partial\xi'}{\partial z} = +\frac{\partial^2\varphi'}{\partial y\,\partial z} = -\sigma\cos\vartheta\sin\omega,$$

$$\zeta = \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial\eta'}{\partial x} - \frac{\partial\xi'}{\partial y} = -\frac{\partial^2\varphi'}{\partial x^2} - \frac{\partial^2\varphi'}{\partial y^2} = +\sigma\sin\vartheta,$$

dabei ist mit derselben Vernachlässigung wie vorher:

$$\sigma = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \cdot \frac{A'}{r} \cdot \sin\vartheta \cdot \sin 2\pi \left\{\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} + \delta\right\}.$$

Auch diese Oszillationen genügen der Bedingung der Transversalität

$$\xi \cdot \frac{x}{r} + \eta \cdot \frac{y}{r} + \zeta \cdot \frac{z}{r} = 0,$$

und gehen längs der Tangente des jeweiligen Meridians vor sich; ihre Intensität ist ebenfalls proportional mit $\sin^2\vartheta$.

Also auch hier sind die Richtungen der Oszillationen symmetrisch um die Z-Achse und liegen längs den diese Achse enthaltenden Meridianen geordnet, so daß demnach alle Schwingungsebenen diese Achse enthalten.

Demzufolge schlage ich vor, dieses System als das einfach-harmonische meridionale Oszillationssystem zu bezeichnen.

Man bemerkt aber auch sofort, daß hier die Anordnung der Schwingungsebenen um die Polarachse genau dieselbe ist, wie die Anordnung dieser Ebenen um die Schwingungsrichtung des einfallenden Lichtes bei STOKES' Gesetz (§ 2 A) Punkt 1; I., Punkt c).

Die allgemeineren Fälle der betrachteten Systeme unterscheiden sich von den unter 1. und 2. erwähnten einfachsten Fällen dadurch, daß φ und φ' der allgemeinen Wellengleichung

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = \left(\frac{\lambda}{T}\right)^2 \cdot \nabla^2\varphi$$

in der Weise genügen, daß A und δ, beziehentlich A' und δ' gewisse Funktionen der Koordinaten x, y, z sein können. RÉTHY erwähnt diese allgemeineren Fälle nur deshalb, um eine allgemeinere Deutung der Polarachse geben zu können, gibt aber keine Anwendung derselben.*

* Es muß indes hier bemerkt werden, daß RÉTHY sich auf eine Erörterung der physikalischen Erregungsart der beiden einfachsten Schwingungssysteme nicht einläßt; jedoch erwähnt schon R. T. GLAZEBROOK (folgender Paragraph), daß die erste Bewegungsart stattfinden würde, wenn jedes Ele-

Es sei hier die Bemerkung gestattet, daß A und δ bezw. A' und δ' beliebige, jedoch solche Funktionen von x, y, z sein können, welche bei Differentiierung nach den Koordinaten nur Glieder niedrigerer Wertordnung, als die durch ebensolche Differentiierung des Teiles $\frac{2\pi}{\lambda} \cdot r$ des Argumentes des Sinus oder des Kosinus entstehenden ergeben; dann genügen φ und φ' in der angegebenen Annährung der Wellengleichung, und die Systeme der Polarisationsrichtungen (also auch die Polarachsen) bleiben dieselben wie bei konstanten A und δ bezw. A' und δ'.*

---

ment der Gitterfläche, als kleine Kugel betrachtet, um die Z-Ache eine oszillatorische Rotation von der Periode T ausführen würde; doch wäre es schwer einzusehen, wie eine solche Bewegung entstehen könnte. Die zweite Schwingungsart würde bei Einwirkung einer periodischen, zur Z-Achse parallelen Kraft auf jedes Gitterelement entstehen.

Übrigens sieht man, daß die hier erwähnten partikulären Lösungen für den unendlichen Raum gelten und für die Erregungsstelle $r = 0$ diskontinuierlich werden, weil sie gar keine physikalischen Grenzbedingungen enthalten.

Andrerseits aber möge erwähnt werden, daß diese beiden Lösungssysteme mit den ganz strengen Lösungen zweier einfacher, fest-elastischer Bewegungsprobleme in unmittelbare Verbindung gebracht werden können, nämlich mit den Problemen der resultierenden Bewegung in einem unbegrenzten inkompressiblen, elastischen Medium, wenn in demselben gegeben ist:

1. Die um eine fixe Achse vor sich gehende oszillatorische Rotation einer starren Kugel;

2. Die geradlinige Oszillation einer starren Kugel.

Diese Probleme können mit ihren Grenzbedingungen ohne jegliche Vernachlässigung streng gelöst werden [W. Voigt, Kompendium der theoretischen Physik Bd. II, p. 756. 759. 761. 762, Leipzig 1896; einfachere Darstellung in § 14, 19 u. 20 dieser Arbeit]; es zeigt sich dann, daß für gegen λ große r die strengen Lösungen ganz außerordentlich annäherungsweise in die oben angeführten beiden Systeme übergehen.

* In welcher Weise aus bekannten einfachen Lösungssystemen allgemeinere solche Systeme dargestellt werden können, zeigten Fröhlich [Wiedemanns Ann. d. Phys. u. Chem. Bd. VI, p. 422 (Anm.), 1879; ferner im ungarischen Texte von Réthys zitierter Abhandlung, p. 7, wo auf meine briefliche Mitteilung vom Jahre 1878 Bezug genommen ist], ferner Réthy [p. 507 des deutschen Textes seiner oben erwähnten Arbeit, 1880] und G. Kirchhoff [Sitzungsberichte der kgl. pr. Akademie der Wiss. zu Berlin, Math.-phys. Klasse, vom 22. Juni 1882, p. 643] u. a. a. O.

Um nun die hier zu betrachtenden Oszillationsverhältnisse mit der Polarisationsebene in Beziehung zu bringen, genügt es, folgende Überlegungen anzustellen.

α) Nimmt man an, die Polarisationsebene des jeweiligen, linear-polarisierten Strahles falle mit seiner Oszillationsebene zusammen, dann gelten die unter 1. und 2. ausgesprochenen Beziehungen der Oszillationsrichtungen und -ebenen in derselben Reihenfolge auch für die Polarisationsrichtungen (nämlich

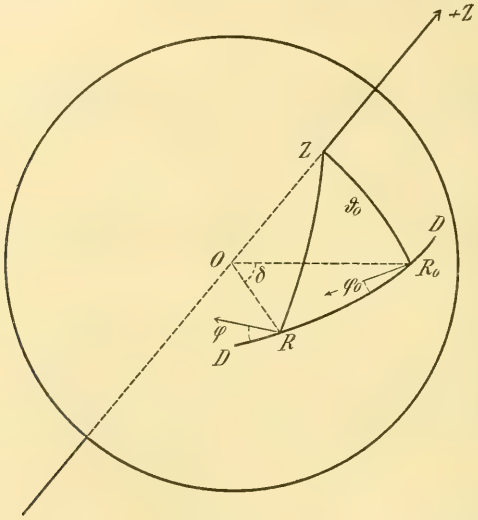


Fig. 2.

die in der Polarisationsebene, senkrecht zum Strahl liegenden Richtungen) und -ebenen.

β) Nimmt man an, die Polarisationsebene des jeweiligen linear-polarisierten Strahles sei senkrecht zu seiner Oszillationsebene, dann gelten die unter 1. und 2. ausgesprochenen Beziehungen der Oszillationsrichtungen und -ebenen in umgekehrter Reihenfolge für die Polarisationsrichtungen und -ebenen.

Man kann demnach mit RÉTHY, ohne Rücksicht darauf, ob man die Oszillationsrichtungen in der Polarisationsebene oder senkrecht dazu annimmt, aussprechen:

1. Es kann solche Beugungsgitter geben, welche die Polarisationsebene des linear-polarisiert einfallenden Lichtes mittels Beugung in der Weise drehen, daß dabei die Polarisationsrichtung des beliebig (reflektiert- oder durchgehend-) gebeugten Strahles stets senkrecht sei zu einer bestimmten Richtung im Raume, der „Polarachse“.

2. Es kann solche Beugungsgitter geben, welche die Polarisationsebene des linear-polarisiert einfallenden Lichtes mittels

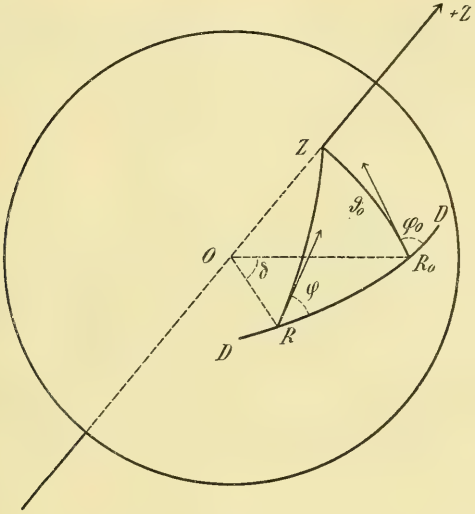


Fig. 3.

Beugung in der Weise drehen, daß dabei die Normalen der Polarisationsebenen der beliebig (reflektiert- oder durchgehend-) gebeugten Strahlen stets senkrecht seien zu einer bestimmten Richtung im Raume, der „Polarachse“.

Beistehende Fig. 2 und 3 veranschaulichen diese zweierlei Zurechtlegungen; in beiden bedeutet $\overline{OZ}$ die Polarachse, $\overline{OR_0}$ den regulär-reflektierten (eventuell -gebrochenen) Strahl; $\overline{OR}$ den beliebig gebeugten Strahl, (OR_0R) die Beugungsebene, φ_0 und φ die auf diese Ebene bezogenen Polarisationsazimute dieser beiden Strahlen, ϑ_0 den (aus den Beobachtungsdaten zu bestimmenden) Winkel zwischen $\overline{OZ}$ und $\overline{OR_0}$, schließlich $\sphericalangle (R_0OR) = \delta$ den

(mit der Phase δ, Seite 107, 108, 109 nicht zu verwechselnden) Beugungswinkel. Unter Anwendung der Elemente der sphärischen Trigonometrie findet man sofort

1. nach der ersten Interpretierung aus Fig. 2:

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \varphi_0 \cos \delta + \operatorname{cotg} \vartheta_0 \sec \varphi_0 \sin \delta;$$

2. nach der zweiten Interpretierung aus Fig. 3:

$$\operatorname{cotg} \varphi = \operatorname{cotg} \varphi_0 \cos \delta + \operatorname{cotg} \vartheta_0 \operatorname{cosec} \varphi_0 \sin \delta.$$

In diesen Formeln bedeuten φ_0 und ϑ_0 Konstanten, die aus den Beobachtungsdaten und zwar besonders für jede zu einem bestimmten Einfallswinkel und Einfallsazimut gehörige Beobachtungsreihe zu bestimmen sind.

RÉTHY brachte die erste der Formeln in die Form

$$\operatorname{tg} \varphi = C \cdot \sin (\delta + \varepsilon),$$

bestimmte die Konstanten C und ε aus meinen Beobachtungsreihen für die Einfallswinkel 85^0, 55^0, 25^0, und zwar mittels der Methode der kleinsten Quadrate und konnte in dieser Weise meine Beobachtungsdaten in genügender Weise darstellen. Indessen kann man aus diesem Umstande weder mehr noch etwas anderes folgern, als das, daß die beobachteten Polarisationsazimute sich mittels dieser Formel annähernd beschreiben lassen.

Insbesondere wäre es irrig, bezüglich des Amplitudenwertes auf die Richtigkeit des in den Ausdrücken von σ auftretenden Faktors $\frac{A}{r} \sin \vartheta$ schließen zu wollen; es würde dies nämlich eine um die Polarachse symmetrische Verteilung der Intensität der gebeugten Strahlen bedeuten, aber diese Symmetrie ist in der Erscheinung nicht vorhanden, weil die Intensität von der Lage, Form und Dimension der beugenden Öffnung ganz wesentlich beeinflußt wird.

Die Übereinstimmung mit RÉTHYS Formel bezieht sich also nur auf die Lage der Polarisationsebene, also auf das Amplitudenverhältnis der parallel und senkrecht zur Beugungsebene polarisierten Komponenten des gebeugten Strahles.

Man bemerkt ferner, daß die erste Formel auch STOKES'

Kosinusgesetz enthält, denn in dem speziellen Falle, wo $\vartheta_0 = \frac{\pi}{2}$, wird aus ihr $\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \varphi_0 \cos \delta$, als Ausdruck des erwähnten Gesetzes. Nun hat man aber dieses Gesetz bei einer solchen gebeugten Strahlenreihe für richtig gefunden, die in demselben Mittel, also ohne Änderung des Mediums entsteht und zwar bei normaler Inzidenz des auf die gefurchte Fläche fallenden, unter dem Azimut von 45^0 gegen die Furchenrichtung polarisierten Lichtes.*

Réthy meinte nun die Gültigkeit des aus seiner Formel als Spezialfall folgenden Stokesschen Gesetzes auch für reflektiert-gebeugte Strahlen annehmen zu können, wenn das einfallende Licht normal auf die reflektierende Gitterfläche fällt.** Indessen gestatte ich mir hier vorgreifend zu bemerken, daß aus meinen, in § 65 u. 66 dieser Arbeit quantitativ angeführten ausführlichen Beobachtungen der Polarisation der bei normaler Inzidenz entstehenden reflektiert-gebeugten Strahlen sich ganz unwiderleglich ergibt, daß Stokes' Gesetz in diesem einfachsten Hauptfalle mit der Erfahrung in vollem, unüberbrückbarem Widerspruche steht. Hingegen gilt in diesem Falle das von mir experimentell gefundene Gesetz der isogonalen Polarisation, welches mit einem von H. A. Rowland theoretisch gefundenen, bisher jedoch gänzlich unbeachteten, hypothetischen Gesetze übereinstimmt; vergl. übrigens § 13.

§ 8. R. T. Glazebrook bringt Stokes' modifiziertes Gesetz zur Geltung: Die „fixe Schwingungsrichtung".

Mittels einer einfachen Voraussetzung gelangt R. T. Glazebrook aus Stokes' Resultaten zur ersten Formel Réthys und versucht in dieser Weise Stokes' Gesetz auch auf solche Beugungen anzuwenden, vielmehr auszudehnen, die bei schiefer Inzidenz stattfinden. Glazebrook nimmt nämlich an, daß jeder Punkt der

* Vergl. K. Exners zweite Mitteilung, Fußnote des § 1 dieser Arbeit, oder dessen im § 5 zitierte Beobachtungen.

** Siehe p. 13 des ungarischen Textes der oben § 6 zitierten Réthyschen Abhandlung.

gefurchten Fläche parallel zu einer bestimmten Richtung im Raume kleine Oszillationen vollführe; die Richtung hänge von der Polarisation des einfallenden Lichtes und vom Einfallswinkel ab. Diese fixe Richtung betrachtet nun GLAZEBROOK so, als ob dieselbe im gegenwärtigen Falle, vom Standpunkte der Anwendung des STOKESschen Gesetzes, in dem wörtlichen Ausdruck desselben (die Oszillationsebene des gebeugten Strahles enthält stets die Oszillationsrichtung des einfallenden Strahles), die Rolle

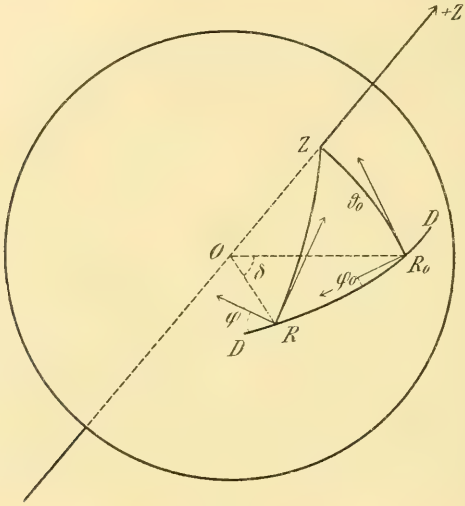


Fig. 4.

der Oszillationsrichtung des einfallenden Lichtes übernehmen würde. Mittels dieser Annahme ergänzt also GLAZEBROOK das STOKESsche Gesetz und bestimmt nun wie folgt die Polarisationsebene des reflektiert-gebeugten Strahles*:

Es sei (Fig. 4) $\overline{OZ}$ die fixe Oszillationsrichtung der Punkte der Gitterfläche, $\overline{OR_0}$ der regulär-reflektierte Strahl, $\overline{OR}$ ein beliebiger, reflektiert-gebeugter Strahl, ϑ_0 der Winkel zwischen $\overline{OR_0}$

* R. T. GLAZEBROOK, On the theory of some experiments of FRÖHLICH on the position of the plane of polarization of light, diffracted at reflexion from a grating. Proceedings of the Cambridge Philosophical Society (April 20, 1885), Volume V., p. 254—257; Cambridge 1886.

und $\overline{OZ}$, ferner, wie in Figur 2 und 3 $\sphericalangle (R_0OR) = \delta$ der Beugungswinkel, $(DROR_0D)$ die Beugungsebene.

Dann müssen STOKES' Gesetz gemäß die Oszillationsebenen der Strahlen $\overline{OR_0}$ und OR die fixe Richtung $\overline{OZ}$ enthalten, das ist, diese Ebenen sind die Meridianebenen OR_0Z und ORZ, und die Oszillationen der genannten Strahlen gehen längs der durch R_0 und R an die Meridianbogen $\widehat{R_0Z}$ und $\widehat{RZ}$ gezogenen und gezeichneten Tangenten vor sich.

In der weiteren Anwendung dieses Gesetzes benutzt GLAZEBROOK die FRESNELsche Auffassung, nämlich daß die Polarisaebene und die Oszillationsebene aufeinander senkrecht seien; dann sind die Polarisationsazimute der Strahlen $\overline{OR_0}$ und OR die in der Zeichnung ersichtlichen Winkel φ_0 und φ. Es bestehen somit zwischen den Winkeln φ, φ_0, ϑ_0, δ genau dieselben geometrischen Beziehungen, wie bei der ersten RÉTHYschen Interpretierung (Fig. 2), denn es sind auch hier die Polarisationsrichtungen sämtlich senkrecht zur fixen Richtung OZ; daher hat man auch hier

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \varphi_0 \cos \delta + \operatorname{cotg} \vartheta_0 \sec \varphi_0 \sin \delta.$$

Demnach können meine oben erwähnten Beobachtungsresultate mittels dieses verallgemeinerten STOKESschen Gesetzes eben so gut dargestellt werden, wie mittels RÉTHYS Vorgang; aber es ist einfach unmöglich auf Grund dieser Versuche zwischen den beiden Auffassungsweisen zu entscheiden.

GLAZEBROOK bestimmt schließlich für jede der meinerseits mitgeteilten sechs Beobachtungsreihen besonders die Konstanten ϱ_0 und φ_0.*

§ 9. W. KÖNIGS Beobachtungen. Ergänzung der Arbeiten FRÖHLICHS und RÉTHYS. Kontroverse.

Meine oben erwähnten Beobachtungen und deren Darstellungsweise durch RÉTHY und GLAZEBROOK bezogen sich auf linear polarisiertes reflektiert-gebeugtes Licht; doch bemerkte ich**, daß ich eine schwache, jedoch gut erkennbare elliptische

* GLAZEBROOK, l. c. p. 257.

** I. FRÖHLICH, p. 337 des oben § 6 zitierten deutschen Textes.

Polarisation einiger dieser Strahlen wahrnahm, die indes in erster Annäherung vernachlässigt werden konnte; ferner erwähnt auch RÉTHY*, daß seine Betrachtungsweise mit der größten Leichtigkeit auch auf elliptisch polarisiertes Licht ausgedehnt werden könne.

Durch diese Arbeiten veranlaßt, begann W. KÖNIG sich mit dem experimentellen und theoretischen Teil des erwähnten allgemeineren Falles zu beschäftigen.**

Die von ihm benutzte experimentelle Anordnung unterschied sich im wesentlichen von der von mir angewendeten dadurch, daß das Beobachtungsfernrohr noch mit einem BABINETschen Kompensator versehen war, zur Untersuchung desjenigen elliptisch polarisierten Lichtes, welches in von Glasgittern, von Silberkollodiumgittern und von Metallgittern reflektiert-gebeugten Strahlen auftritt.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildete dabei stets einen Winkel von 45^0 mit der Einfallsebene; die Bestimmung des Azimutes der großen Achse der Vektorenellipse des reflektiert-gebeugten Lichtes war großen Unsicherheiten unterworfen, während die Bestimmung der Phasendifferenz sicherere Daten lieferte.

Die mit einem Glasgitter von 0,01 mm Furchenabstand angestellten Versuche ergaben dieselben Resultate wie DITSCHEINERS oben erwähnte Beobachtungen (§ 4), und zwar sowohl in bezug auf den Gangunterschied der Komponenten als auch auf das Intensitätsverhältnis derselben; neuere oder genauere Resultate konnte KÖNIG trotz seiner Bemühungen nicht erzielen.

KÖNIG untersuchte auch von mit Lykopodiumstaub bedeckter Glasfläche reflektiertes Licht, und zwar bei den Einfallswinkeln $i = 58^0\,34'\,34''$ und $i = 56^0\,27'\,04''$, und bestimmte die Phasendifferenz des um den regulär reflektierten Strahl sich bildenden weißlichen Lichtes, und fand, daß dieselbe sich mit dem Einfallswinkel und dem Beugungswinkel in stetiger Weise ändere. Zwar

---

* M. RÉTHY, p. 512 des oben § 6 zitierten deutschen Textes.

** W. KÖNIG, Über die elliptische Polarisation des reflektiert-gebeugten Lichtes, *Wiedemanns Ann. d. Phys. u. Chem.* Bd. XVII, p. 1016—1036, 1882.

zeigte sich diese Änderung in der Nähe des Polarisationswinkels als sehr bedeutend, so sehr, daß für Strahlen, die von diesem Winkel etwa 5—6° Abweichung auf der einen oder der andern Seite zeigten, die Phasendifferenz 0, bezüglich $\frac{\pi}{2}$ betrug, ganz in Übereinstimmung mit DITSCHEINERS Resultaten.

Die von dem photographierten Gitter mit dem Intervall 0,009036 mm reflektiert-gebeugten Strahlen zeigten in einem genug großen Winkelintervall elliptische Polarisation; außerhalb dieses Intervalles war das Licht dieser Strahlen linear polarisiert und zeigte die schon seinerzeit von mir bei Glasgittern nachgewiesene allgemeine Eigenschaft, daß ihr Polarisationsazimut annähernd dasselbe sei, wie dasjenige des in derselben Richtung regulär-reflektierten Strahles; dieser Satz wurde hier von KÖNIG auch für die Phasendifferenzen als gültig gefunden.

Seine Beobachtungen mittels des Metallgitters gehören nicht zum Gegenstand dieser Arbeit, deshalb gehe ich auch auf dieselben hier nicht ein.

KÖNIG versucht nun seine eigenen Beobachtungen mittels einer einfachen Verallgemeinerung der von RÉTHY zur Darstellung meiner Beobachtungen benutzten einfachsten Systeme zu interpretieren; zu dem Zwecke geht er ebenfalls von der LAMÉ-CLEBSCHschen Form der Lösungen aus:

$$\xi = \frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial z}, \quad \eta = \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial x}, \quad \zeta = \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y};$$

ist zur Abkürzung

$$\vartheta = 2\pi \left\{ - \frac{t}{T} + \frac{r}{\lambda} + \delta \right\},$$

so gilt für das erste System (A, B, C als Konstanten betrachtet)

$$U = \frac{A}{r} \cos \vartheta, \quad V = \frac{B}{r} \cos \vartheta, \quad W = \frac{C}{r} \cos \vartheta;$$

für das zweite System

$$U = \frac{\partial W'}{\partial y} - \frac{\partial V'}{\partial z}, \quad V = \frac{\partial U'}{\partial z} - \frac{\partial W'}{\partial x}, \quad W = \frac{\partial V'}{\partial x} - \frac{\partial U'}{\partial y},$$

wobei (A', B', C' als Konstanten betrachtet)

$$U' = \frac{A'}{r} \sin \vartheta, \quad V' = \frac{B'}{r} \sin \vartheta, \quad W' = \frac{C'}{r} \sin \vartheta.$$

Diese Ausdrücke, die im allgemeinen einen Komplex linear polarisierter Kugelwellen darstellen, verallgemeinert KÖNIG dadurch, daß er in die Ausdrücke für U, V, W und U', V', W' an Stelle von ϑ der Reihe nach

$$\vartheta + \alpha, \quad \vartheta + \beta, \quad \vartheta + \gamma,$$

setzt, wobei α, β, γ voneinander verschiedene Anfangsphasen bedeuten. In dieser Weise stellen die Ausdrücke zwei Systeme elliptisch-polarisierter Kugelwellen dar, deren jedes sechs voneinander unabhängige Konstanten enthält.

Wendet man nun die so erhaltenen Ausdrücke an zur Darstellung des Amplitudenverhältnisses und der Phasendifferenz der zur Beugungsebene parallelen und dazu senkrechten Komponenten der in dieser Ebene liegenden gebeugten Strahlen und wählt man die Konstanten in geeigneter Weise, so findet man mit KÖNIG solche Formeln, welche die von ihm beobachteten Phasendifferenzen in genügender Weise wiedergeben. —

Indes ist zu bemerken, daß bei diesen theoretischen Entwicklungen der Einfluß der Lichtbeugung auf die Amplitude und Phase der einzelnen Komponenten der Strahlen bei gewissen Kombinationen dieser Komponenten aus den Rechnungsresultaten fortfällt und zwar: a) bei linear-polarisiertem Lichte aus dem Amplitudenverhältnis der beiden Komponenten (also bei der Vergleichung der FRÖHLICHschen Beobachtungen mit der RÉTHYschen Formel); b) bei elliptisch-polarisiertem Lichte aus der Phasendifferenz der beiden Komponenten (also bei Vergleichung der KÖNIGschen Beobachtungen mit der von ihm aufgestellten Formel).

Wenn man aber die aus der RÉTHYschen und der KÖNIGschen Auffassung für die einzelnen Komponenten selbst sich ergebenden theoretischen Resultate und Formeln, dabei konstante Amplituden und Anfangsphasen angenommen, mit der Erfahrung vergleicht, so findet man sehr bedeutende, bei Metallgittern sogar mehrere hundert Prozent betragende Abweichungen, die mit diesen Formeln nicht zum Verschwinden gebracht werden können, die demnach den Gültigkeitsbereich der RÉTHYschen und der KÖNIGschen Formeln erheblich einengen.

Hieraus entstanden Bemerkungen und Gegenbemerkungen,

mit welchen wir uns jedoch hier nicht beschäftigen wollen, weil sie den Gegenstand vorliegender Arbeit nicht unmittelbar berühren; es sei hier nur erwähnt, daß RÉTHY seine allgemeineren Lösungssysteme dafür geeignet hält, um mittels derselben mit der Erfahrung übereinstimmende Ausdrücke zu gewinnen, wenn man in jenen die Amplituden und die Phasen als Funktionen der Koordinaten betrachtet.*

Fernerweitige erwähnenswerte Beobachtungen, die sich auf die Polarisation des von Glasgittern stark gebeugten Lichtes beziehen, fanden sich in der Litteratur nicht vor.

§ 10. Die strenge POISSON-KIRCHHOFFsche Form des HUYGHENSschen Prinzips in der Theorie der Polarisation des gebeugten Lichtes: im Geltungsfalle würde sie zu STOKES' Gesetz führen. FR. KOLAČEKs Bemerkungen. POINCARÉS Theorie.

Die von KIRCHHOFF herrührende strengere Formulierung des HUYGHENSschen Prinzips möge hier zu dem Zwecke Erwähnung finden, um zu zeigen, daß seine gewöhnliche Anwendung als Summe von Elementarwirkungen ungestörter sekundärer Erregungen beschränkter Teile von HUYGHENSschen Flächen zu unzulässigen Folgerungen führt, wenn man die Richtung des Lichtvektors der unter großen Beugungswinkeln gebeugten Strahlen ausdrücken will.

Es sei O_1 die erregende Quelle, O_2 der Punkt des Raumes, in welchem man die Erregung bestimmen will, f eine O_2 umschließende Fläche, df ein Element derselben, r_1 und r_2 die Entfernungen desselben von O_1 und O_2, ferner n die zu df gehörige

* I. FRÖHLICH, Kritisches zur Theorie der Polarisation des gebeugten Lichtes, *Math. u. Naturwissensch. Berichte aus Ungarn*, Bd. II, p. 365—384, Budapest 1884; *Wiedemanns Ann. d. Phys. u. Chem.* Bd. XXII, p. 161—179, 1884. (Auch in ungarischer Sprache: Kritikai megjegyzések az elhajlitott fény polározása elméletéhez. M. T. Akadémia, Math. és Termtt. Értesitője, II. Kötet, 211—229 ll., Budapest 1884.) M. RÉTHY, Bemerkungen zur Abhandlung I. FRÖHLICHS Kritisches zur Theorie des gebeugten Lichtes, *Wiedemanns Ann. d. Phys. u. Chem.* Bd. XXIV, p. 282—287, 1885. (Auch in ungarischer Sprache: Megjegyzések FRÖHLICH I. l. t. dolgozatához: Kritikai megjegyzések az elhajlitott fény polározása elméletéhez, M. T. Akadémia Math. és Termtt. Értesitője, III. Kötet, 38—43 ll., Budapest 1885.)

nach dem Innenraum von f gezogene Normale, $\varrho_f(t)$ der Wert des Lichtvektors in df, ϱ_2 der Wert des erregten Vektors in O_2, dann gilt strenge*:

$$\varrho_2 = \frac{1}{4\pi}\int^{\cdot}\left\{\frac{\partial}{\partial r_2}\left[\frac{1}{r_2}\,\varrho_f\left(t-\frac{r_2}{v}\right)\right]\cos(r_2 n) - \frac{1}{r_2}\cdot\frac{\partial}{\partial n}\,\varrho_f\left(t-\frac{r_2}{v}\right)\right\} df.$$

Demnach kann ϱ_2 bestimmt werden, wenn ϱ_f und $\frac{\partial \varrho_f}{\partial n}$ für alle Elemente der Fläche f bekannt sind. Die in O_2 entstehende Erregung ϱ_2 kann daher strenge so aufgefaßt werden, als ob dieselbe in der Weise zustande käme, daß jedes Element der Fläche f ein sekundäres Erregungszentrum wäre, welches nach dem unter dem Integralzeichen in der { }-Klammer ausgedrückten Gesetze mit der Geschwindigkeit v die Erregung nach O_2 sendet.**

Dies Gesetz ist im allgemeinen nicht einfach und für komplizierte Lichtquellen kaum zu bestimmen, weil dann ϱ_f und $\frac{\partial}{\partial n}\varrho_f$ nicht bekannt sind; doch im unbegrenzten Raume, für einen leuchtenden Punkt O_1, dessen Entfernung r_1 von allen Punkten von f sehr groß ist im Verhältnis zur Wellenlänge λ, kann irgend-

* G. Kirchhoff, Sitzungsberichte der Berliner Akademie, Math.-Phys. Klasse vom 22. Juni 1882, p. 663 u. 664 oder auch Vorlesungen über mathematische Optik, herausgegeben von K. Hensel, Leipzig 1891, p. 27 oder auch P. Drude, Lehrbuch der Optik, Leipzig 1900, p. 167 u. a. a. O.

Eine Darstellung der strengen Formulierung des Huygensschen Prinzips von F. Pockels findet sich in *Winkelmanns Handbuch der Physik*, 2. Aufl., Bd. VI, Optik, p. 1039—1047, Leipzig 1906. Derselbe gibt auch eine treffende Bemerkung über den Grund, weshalb Kirchhoffs Formel in solchen Fällen nicht angewendet werden kann, wenn in dem lichterregten Raum ein Teilchen abweichender Beschaffenheit vorhanden ist, l. c. Fußnote 5; p. 1114.

** In bezug auf die Geltung dieses Satzes sehe man auch die interessante Arbeit von A. E. H. Love, Wave motions with discontinuities at wave-fronts, Math. Soc., Lond. Jan. 8 1903; Proceedings of the London Mathematical Society (2) I, p. 37—62, 1903. Es wird hier unter anderem gezeigt, daß man in der abstrakten Wellentheorie drei Typen von Wellen mit Begrenzungen unterscheiden kann, nämlich a) wenn ϱ_f und $\frac{\partial}{\partial n}(\varrho_f)$ stetig, b) wenn ϱ_f stetig und $\frac{\partial}{\partial n}(\varrho_f)$ unstetig ist, c) wenn beide unstetig sind; ferner weist Love nach, daß obiges Poisson-Kirchhoffsche Theorem nur im Falle a) als strenge bewiesen zu betrachten ist.

welche Erregungskomponente an df geschrieben werden:

$$\varrho_f = \frac{A(x, y, z)}{r_1} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} + \delta\right).$$

Bildet man damit ϱ_2 und läßt dabei die Glieder fort, die außerhalb des goniometrischen Funktionszeichens von der Ordnung $\frac{1}{r \cdot r \cdot r}$ sind, gegenüber denjenigen von der Ordnung $\frac{1}{r \cdot r \cdot \lambda}$, so bleibt

$$\varrho_2 = \int \frac{A(x, y, z)}{r_1 r_2} \cdot \frac{\cos \gamma_1 + \cos \gamma_2}{2\lambda} \cdot \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{\lambda} + \delta\right) df,$$

wobei $\gamma_1 = \sphericalangle (r_1, n)$, $\pi - \gamma_2 = \sphericalangle (r_2, n)$ und das erwähnte Gesetz deutlich ersichtlich ist.

Es ist nun zu bemerken, daß der wahren Deutung dieses Satzes gemäß, ϱ_f an der Fläche und ϱ_2 in O_2 immer dieselbe Eigenschaft (also dieselbe Komponente oder dieselbe Funktion) der Erregung bedeutet, daß der Satz also für jegliche Komponente, für jegliche Wirbelkomponente und überhaupt für jegliche Funktion der Erregung besonders gültig und anzuwenden ist.

Bei Anwendung dieses Satzes auf die Theorie der Beugungserscheinungen bedeutet f die beugende Fläche; ferner bedient man sich fast immer der sehr vereinfachenden Voraussetzung, daß ϱ_f und $\frac{\partial}{\partial n}(\varrho_f)$ an der beugenden Fläche dieselben Werte haben als wenn der Beugungsschirm nicht vorhanden wäre, das ist, man vernachlässigt in erster Annäherung die störende Wirkung des Schirmes, besonders seines Randes.

Um nun ein einfaches Bild der auftretenden Verhältnisse zu erhalten, seien die Ausdrücke der Erregungskomponenten an der beugenden Fläche f von der Form

$$\xi = \frac{A}{r_1} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} + \delta_x\right),$$

$$\eta = \frac{B}{r_1} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} + \delta_y\right),$$

$$\zeta = \frac{C}{r_1} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} + \delta_z\right),$$

wobei A, B, C, $\delta_x, \delta_y, \delta_z$ Funktionen der Koordinaten x, y, z von df sein können, und demnach der leuchtende Punkt in O_1 nicht von der einfachsten Art sein muß.

Verlegt man den Anfangspunkt der Koordinaten in das Zentrum des leuchtenden Punktes O_1, so sind dessen Koordinaten $x_1 = 0$, $y_1 = 0$, $z_1 = 0$; ferner seien diejenigen von O_2 x_2, y_2, z_2, und man hat

$$r_1 = x^2 + y^2 + z^2, \quad r_2^2 = (x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 + (z_2 - z)^2.$$

Nun sind nach obigem Satze diejenigen Teile der Erregungskomponenten ξ_2, η_2, ζ_2 in O_2, welche man als von dem an df liegenden sekundären Erregungszentrum herrührend betrachten kann:

$$d\xi_2 = \frac{A(x,y,z)}{r_1 r_2} \cdot \frac{\cos\gamma_1 + \cos\gamma_2}{2\lambda} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{\lambda} + \delta_x(x,y,z)\right) df,$$

$$d\eta_2 = \frac{B(x,y,z)}{r_1 r_2} \cdot \frac{\cos\gamma_1 + \cos\gamma_2}{2\lambda} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{\lambda} + \delta_y(x,y,z)\right) df,$$

$$d\zeta_2 = \frac{C(x,y,z)}{r_1 r_2} \cdot \frac{\cos\gamma_1 + \cos\gamma_2}{2\lambda} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{\lambda} + \delta_z(x,y,z)\right) df.$$

Die resultierenden Komponenten ξ_2, η_2, ζ_2 sind Aggregate solcher Ausdrücke; bei kleinen Beugungsöffnungen bleibt indessen nur der angeschriebene Ansatz.

Der an df auftretende Lichtvektor ist longitudinal oder transversal, jenachdem seine Komponenten der Bedingung genügen:

$$\xi : \eta : \zeta = x : y : z \quad \text{oder} \quad \xi \frac{x}{r_1} + \eta \frac{y}{r_1} + \zeta \frac{z}{r_1} = 0;$$

ebenso ist der von dem an df supponierten Erregungszentrum herrührende, in O_2 (x_2, y_2, z_2) entstehende Vektor longitudinal oder transversal, jenachdem

$$d\xi_2 : d\eta_2 : d\zeta_2 = (x_2 - x) : (y_2 - y) : (z_2 - z)$$

oder

$$d\xi_2 \frac{x_2 - x}{r_2} + d\eta_2 \frac{y_2 - y}{r_2} + d\zeta_2 \frac{z_2 - z}{r_2} = 0.$$

Es sei nun der an df anlangende Vektor ϱ_f linear und transversal, also

$$\delta_x = \delta_y = \delta_z = \delta, \qquad A \cdot x + B \cdot y + C \cdot z = 0;$$

dann wird für eine kleine beugende Öffnung der Beugungsvektor $d\varrho_2$ und dessen Komponenten

$$\left.\begin{aligned} d\xi_2 &= A(x,y,z) \\ d\eta_2 &= B(x,y,z) \\ d\zeta_2 &= C(x,y,z) \end{aligned}\right\} \cdot \frac{\cos\gamma_1 + \cos\gamma_2}{2\lambda r_1 r_2} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{\lambda} + \delta\right) df.$$

Die Komponenten ξ, η, ζ und $d\xi_2, d\eta_2, d\zeta_2$ stehen hier zueinander im selben Verhältnis

$$\xi : \eta : \zeta = A(x, y, z) : B(x, y, z) : C(x, y, z) = d\xi_2 : d\eta_2 : d\zeta_2,$$

das ist, der an df auffallende Lichtvektor ϱ_f und der nach dieser Theorie aus dem an df entstehenden sekundären Erregungszentrum im Punkte O_2 hervorgerufene Lichtvektor $d\varrho_2$ sind zueinander parallel.

Der Beugungsvektor $d\varrho_2$ erfüllt demnach die Bedingung der Transversalität:

$$d\xi_2(x_2 - x) + d\eta_2(y_2 - y) + d\zeta_2(z_2 - z) = 0,$$

oder

$$A(x_2 - x) + B(y_2 - y) + C(z_2 - z) = 0$$

nur dann, wenn

$$(x_2 - x) : (y_2 - y) : (z_2 - z) = x : y : z,$$

also wenn r_2 in der Fortsetzung von r_1 liegt.

Es folgt also, daß jeder gebeugte Strahl, der nicht nahezu in der Richtung des einfallenden liegt, einen nicht-transversalen Beugungsvektor besitzt, trotzdem daß r sehr groß ist im Verhältnis zu λ.*

---

* Ähnliche Schwierigkeiten berührt schon Fr. Kolaček, Über die analytische Darstellung des Huygensschen Prinzips, Sitzungsberichte der k. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften (Mathem.-Naturwissenschaftl. Klasse, Jahrgang 1894, Stück XIX vom 11. Mai 1894, p. 1—12, Prag 1895); Auszug: Fortschritte der Physik, Jahrgang 50, Bd. 2, p. 12—14, 1896. Er kommt im Wesentlichen zur Kirchhoffschen Formulierung dieses Prinzipes und bemerkt, daß das supponierte elementare Strahlungsgesetz, welches in dem Integralausdruck vorkommt, nämlich

$$\frac{df}{2\lambda r_1 r_2} \cdot (\cos\gamma_1 + \cos\gamma_2),$$

in dem Falle, wenn f eine um den leuchtenden Punkt geschlagene Kugelfläche bedeutet, übergeht in das von Stokes für die Intensität der Elementarwelle aufgestellte Gesetz; hierauf fährt er fort:

„Zuvörderst ergab sich, daß wenn auch die Wirkung einer geschlossenen Fläche zu rein transversalen Wellen führen muß, sobald diese Eigenschaft den vom Lichtpunkte direkt ausgesandten Wellen zukommt, daß beschränkte Teile der Huygensschen Fläche durchaus nicht zu transversalen Wellen führen müssen. Andererseits bekam ich verschiedene Resultate, jenachdem in die

Nun zeigen aber erfahrungsgemäß alle gebeugten Strahlen die charakteristischen Eigenschaften des transversalen Lichtvektors; würde man hier etwa annehmen, daß nur die transversale Komponente von $d\varrho_2$ den eigentlichen Lichtvektor des gebeugten Strahles bilde, so müßte dieser Lichtvektor in der Ebene $(r_2, d\varrho_2)$, also in der Ebene (r_2, ϱ_f) liegen; demnach wäre der Lichtvektor des gebeugten Strahles transversal zu diesem Strahle und läge in der durch den auffallenden Lichtvektor und den gebeugten Strahl gehenden Ebene; dies ist aber genau STOKES' Gesetz (§ 2, Abschnitt I, Punkt c).

Rechnung die direkten Exkursionen oder die Wellenfunktionen eingeführt wurden."

Ist ferner $\int \Omega\, df$ die Wirkung der den leuchtenden Punkt umschließenden HUYGHENSschen Fläche f in einem äußeren Punkt und bedeutet $\int \Omega'\, df$ die Wirkung derselben geometrischen Fläche f, deren Elemente jedoch von außerhalb von f liegenden beliebigen Lichtquellen erregt werden, auf denselben Punkt, dann ist dem Satze zufolge $\int \Omega'\, df = 0$ und daher kann auch $\int (\Omega + \Omega')\, df = \int \Omega\, df$ als Wirkung derselben Fläche gesetzt werden. Demnach würde das beliebige elementare Strahlungsgesetz $(\Omega + \Omega')\, df$ gelten können, ohne daß die Wirkung der ganzen HUYGHENSschen Fläche im Außenpunkte eine andere sein würde. Die äußeren Lichtquellen sind hier nur als mathematisches Hilfsmittel eingeführt. Daraus schließt KOLAČEK, daß es nicht ein solches Strahlengesetz, sondern deren unendlich viele geben könne; es ist dies eine ganz zutreffende Illustration zu dem zeitlich späteren, hier in § 3 erwähnten Ausspruch Lord RAYLEIGHS.

Wenn jedoch weiter KOLAČEK behauptet, daß es überhaupt kein elementares Strahlungsgesetz gebe, so kann diesem Ausspruch nur eine mathematische, keinesfalls aber eine physikalische Bedeutung zuerkannt werden. Der Verfasser fügt zwar erklärend hinzu: „damit wird nicht behauptet, daß die mit Gittern angestellten Polarisationsversuche einer theoretischen Deutung überhaupt nicht fähig wären, namentlich dann, wenn die Resultate vollkommen eindeutig und klar sind."

Dieser Auffassung gegenüber sei mir gestattet zu bemerken, daß solche Versuche, wenn dieselben in der Art angestellt sind, wie die in bezug der durch ultramikroskopische suspendierte Teilchen hervorgerufenen optischen Erscheinungen, oder wie meine in dieser Schrift beschriebenen, welche die Unabhängigkeit der Polarisationsverhältnisse im gebeugten Lichte von dem, innerhalb der zulässig weitesten Grenzen variierten Gitterintervall erweisen, sehr wohl geeignet sind, die Elementargesetze der Lichtstrahlung sekundärer Erregungsquellen, insofern man im physikalischen Sinne von solchen sprechen kann, experimentell festzustellen.

Diese Betrachtung gilt gleicherweise für die Komponenten ξ, η, ζ der elastischen linearen Elongation oder u, v, w der Rotation, oder in der elektro-magnetischen Auffassung für die Komponenten X, Y, Z der elektrischen oder L, M, N der magnetischen Kraft, oder der elektrischen oder der magnetischen Verschiebung.

Doch gerade diese Annahme, obwohl sie sehr verbreitet ist, wird von H. Poincaré auf das schärfste angegriffen.*

Er entwickelt auf elektro-magnetischer Grundlage eine Theorie dieser Erscheinungen, findet jedoch, daß seine Resultate unbefriedigend und mit der Erfahrung in vieler Hinsicht in Widerspruch sind. Da seine Entwicklungen in A. Sommerfelds Untersuchungen verallgemeinert sind, beschränken wir uns hier auf die Wiedergabe der Resultate der letztern (§ 11).

§ 11. A. Sommerfelds Theorie. Gouys Versuche.

In einer ausführlichen Arbeit untersucht A. Sommerfeld** in mathematisch strenger Weise den Fall der Beugung des von einer unendlich geradlinigen Lichtquelle einfachster Art ausgesendeten Lichtes durch den geradlinigen Rand eines unendlich dünnen und vollkommen absorbierenden Schirmes; der also, etwa wie eine sehr dünne hochpolierte Silberschicht, kein Licht durch-

---

* H. Poincaré, Théorie mathématique de la Lumière, vol. II, § 128—135, p. 213—226, Paris 1892.

** A. Sommerfeld, Mathematische Theorie der Diffraktion, *Math. Ann.* Bd. XLVII, p. 317—374, 1896. Eine von physikalischem Standpunkt vorzügliche Analyse dieser Arbeit gibt P. Drude, Lehrbuch der Optik, p. 188 bis 197, Leipzig 1900; einen noch ausführlicheren Auszug F. Pockels: *Winkelmanns Handbuch der Physik*, 2. Auflage, Bd. VI, Optik, p. 1095—1106, Leipzig 1906. Daran schließt sich, p. 1106—1110, eine Analyse der Abhandlung K. Schwarzschilds über die Beugung durch einen Spalt in einem vollkommen reflektierenden Schirme [*Mathem. Annalen* Bd. 55, p. 177—247, 1901]. Es genüge, hier nur diejenigen Resultate dieser Theorie zu erwähnen, die in bezug auf die Polarisation des gebeugten Lichtes von Interesse sind: Bei einfallendem unpolarisierten (natürlichen) Lichte ist das durch einen gegen λ breiten Spalt gebeugte Licht auch unter beträchtlichen Beugungswinkeln unpolarisiert; ferner: Bei einfallendem linearpolarisierten Lichte ist das gebeugte Licht elliptisch polarisiert.

läßt, dasselbe aber vollkommen reflektiert; die Lichtquelle und der Rand seien parallel zueinander.

SOMMERFELD betrachtet die beiden Fälle, wo das einfallende Licht senkrecht und parallel zur Schirmkante polarisiert ist und gibt nun eine strenge Lösung der Differentialgleichung des Lichtvektors, welche der Grenzbedingung dieser Fälle entspricht. Er findet, daß dieses genaue Resultat mit der KIRCHHOFFschen Form des HUYGHENSschen Prinzips für solche Punkte des Raumes übereinstimmt, welche hinreichend nahe zur geometrischen Schattengrenze und hinreichend weit vom beugenden Rande liegen.

Für vorliegende Arbeit hat der Ausdruck der Lichtintensität im Schattenraume besonderes Interesse; bedeutet φ' den Winkel zwischen dem einfallenden Lichte und der Schirmebene, φ den Winkel, den der vom beugenden Rande zum untersuchten Punkte gezogene Lichtstrahl mit der Schirmebene bildet, so findet man für die Intensität, jenachdem das einfallende Licht senkrecht oder parallel zum Rande polarisiert ist:

$$I_\perp = \frac{A^2}{\pi^2} \cdot \frac{\lambda}{r} \left(\frac{\sin \frac{1}{2}\varphi \cos \frac{1}{2}\varphi'}{\cos \varphi - \cos \varphi'} \right)^2, \qquad I_\parallel = \frac{A^2}{\pi^2} \cdot \frac{\lambda}{r} \left(\frac{\cos \frac{1}{2}\varphi \sin \frac{1}{2}\varphi'}{\cos \varphi - \cos \varphi'} \right)^2;$$

dabei muß λ/r sehr klein sein und $\varphi < \varphi'$.

Diese Theorie sagt aus, daß am Schirm selbst, wo $\varphi = 0$, das Licht stets parallel zur Schirmkante polarisiert ist und für wachsende φ die beiden Intensitäten zunehmen, jedoch so, daß $I_\parallel$ stets größer bleibt als $I_\perp$, doch wird deren Unterschied umso geringer, je näher der Punkt zur geometrischen Schattengrenze liegt.

Dieses Resultat stimmt im allgemeinen mit der Erfahrung überein, weniger stimmt jedoch ein anderes Resultat dieser Theorie, daß, unabhängig von der Natur des Schirmes, bei stark gebeugtem Lichte die Farben größerer Wellenlängen überwiegen müßten.

GOUYS Versuche* stehen diesen theoretischen Betrachtungen

* GOUY, Sur la polarisation de la lumière diffractée, C. R. XCVI, p. 697—699, 1883; Sur la diffraction de la lumière dans l'ombre d'un écran à bord rectiligne, C. R. XCVIII, p. 1573—75, 1884; Recherches experimentales sur la diffraction, *Ann. d. Chemie et de Physique* (6) VIII, p. 145—192, 1886.

zwar genügend nahe, zeigen aber doch ganz wesentliche Abweichungen von den hypothetischen Vorbedingungen. Er ließ konzentriertes Licht einer intensiven Lichtquelle auf eine sehr dünne, scharfe Kante verschiedenen Materials fallen und untersuchte bis zu dem Beugungswinkel von 160° die Polarisation der gebeugten Strahlen. Er fand im allgemeinen, daß die im geometrischen Schatten des Schirmes befindlichen Strahlen eine teilweise, mitunter nahezu vollständige Polarisation, parallel zur Schirmkante zeigen, also ist deren Polarisationsebene senkrecht zur Beugungsebene; ferner, daß die außerhalb des geometrischen Schirmschattens befindlichen Strahlen teilweise, mitunter fast vollständig, senkrecht zur beugenden Kante, also parallel zur Beugungsebene polarisiert sind. Bei abgerundeten Kanten kann man die Erscheinung wegen zunehmender Lichtschwäche nur bis zur Beugung von etwa 10—15° verfolgen; die Strahlen zeigen dann starke Färbung.

Die besonderen Verhältnisse dieser Strahlen hängen in ganz wesentlicher Weise von der Beschaffenheit des Schirmmaterials ab; auch bemerkte Gouy, daß im gebeugten Lichte die Intensität ein Maximum wird, wenn der einfallende und der gebeugte Strahl mit der Schirmebene denselben Winkel bilden.

Weder Sommerfelds noch Poincarés Theorie kann von diesen Eigenschaften Rechenschaft geben; es müssen demnach die Verhältnisse, unter welchen sich die Erscheinung bildet, komplizierter sein als die einfachen Voraussetzungen, die der Theorie zugrunde liegen.

§ 12. Lord Rayleighs Theorie der Beugung an kleinen Partikelchen. Beziehung zu Stokes' Gesetz; Stokes', Tyndalls und Lord Rayleighs Beobachtungen.

In einer überwiegend theoretischen Abhandlung untersucht Lord Rayleigh* auf elektromagnetischer Grundlage unter anderen die Erscheinungen, welche auftreten, wenn ein ebener elektrischer Wellenzug in einem im übrigen homogenen Medium auf Körper

* Lord Rayleigh, On the Elektromagnetic Theory of Light, *Philosophical Magazine* (5), vol XII, p. 81—101, London 1881.

trifft, deren Dielektrizitätskoeffizient und magnetische Konstante von denjenigen des umgebenden Mittels verschieden sind, und die dadurch zu sekundären Erregungszentren werden.

Sind die Körperchen sehr klein, ist ferner deren Dielektrizitätskoeffizient nur um geringes von dem des umgebenden Mediums verschieden, so daß die zweiten und höheren Potenzen dieser Differenz vernachlässigt werden können, und zeigt die magnetische Konstante keine Verschiedenheit, dann liegt der Theorie gemäß die so erregte elektrische Verschiebung senkrecht zum sekundären Strahl und in der diesen Strahl und die auffallende elektrische Verschiebung enthaltenden Ebene; auch ist deren Intensität proportional dem Quadrat des Sinus des Winkels zwischen dem sekundären Strahl und der ursprünglichen elektrischen Verschiebung und dem reziproken Wert der vierten Potenz der Wellenlänge.*

Bei Herleitung dieses theoretischen Resultates wurde die Erfahrungstatsache verwendet, daß auf kleine Teilchen fallendes linearpolarisiertes Licht von diesen derartig zerstreut (gebeugt) wird, daß es in einer bestimmten, zum auffallenden Strahl senkrechten Richtung verschwindet.

Das Resultat ist unabhängig von der Form des Körperchens; jedes Element eines homogenen Hindernisses wirkt unabhängig als Erregungszentrum. Man bemerkt, daß die Verteilung der Richtungen der sekundären elektrischen Verschiebung im Raume dem STOKESschen Gesetz, also dem meridionalen Systeme, § 7 Punkt 2, entspricht.

Die erste Annäherung der entwickelten Theorie zeigt also, daß bei beliebiger Form und (kleinen) Größe der Partikeln keine elektrische Verschiebung (also auch keine Intensität) auftritt in solchem gebeugten Strahl, der parallel zur einfallenden Verschiebung gerichtet ist. Berücksichtigt man auch die zweite Potenz der Differenz der Dielektrizitätskoeffizienten, so findet man angenähert, daß bei optisch dichteren Körperchen der Strahl der verschwindenden Intensität mit der Fortsetzung des einfallenden Strahles einen stumpfen Winkel bildet, während die Intensität

* L. c. p. 90.

wieder mit λ^{-4} proportional ist; dieser letztere Umstand erklärt das Prävalieren des blauen Lichtes in den unten beschriebenen Beobachtungen.

Im Falle einer unendlich kleinen Kugel löst RAYLEIGH das Problem strenge für einen beliebigen endlichen Wert der obigen Differenz und findet, daß das im allgemeinen Falle nur in erster Annäherung gültige Resultat, daß nämlich längs dem parallel zur einfallenden Verschiebung gebeugten Strahl die Intensität verschwindet, hier für jegliche Differenz mit Strenge Geltung hat.*

In derselben Weise behandelt er den Fall eines unendlich dünnen Zylinders; er findet, daß bei einfallendem unpolarisierten Lichte die beiden Komponenten des gebeugten Strahles in verschiedenem Verhältnis geschwächt werden, und zwar so, daß diejenige Komponente überwiegt, in welcher die elektrische Verschiebung parallel zur Achse des Zylinders liegt.

Nimmt man mit dem Verfasser an, daß die elektrische Verschiebung senkrecht zur Polarisationsebene sei, so kann man letzteres Resultat so ausdrücken: das vom Zylinder gebeugte Licht ist in einer zur Zylinderachse senkrechten Ebene partiell polarisiert.** —

In einer späteren Arbeit Lord RAYLEIGHS, welche die Ergebnisse seiner diesbezüglichen Artikel aus den Jahren 1871 und 1881 zusammenfaßt,*** legt er für die zerstreute (gebeugte) Vibration den Ausdruck zugrunde:

$$\frac{D'-D}{D}\cdot\frac{\pi T}{r\lambda^2}\sin\vartheta\cos\frac{2\pi}{\lambda}(bt-r),$$

worin T das Volum eines zur Wellenlänge λ sehr kleinen Körperchens von der optischen Dichte D' bedeutet, das sich im sonst homogenen Medium von der optischen Dichte D befindet; b ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Störung; ϑ ist der Winkel zwischen der Vibrationsrichtung der einfallenden Störung und der Richtung des beliebigen, längs r gebeugten Strahles, während die einfallende Störung die Intensität Eins hat. Der Ausdruck ist

* L. c. p. 98.

** L. c. p. 101.

*** Lord RAYLEIGH, On the Transmission of Light through an Atmosphere containing Small Particles in Suspension and on the Origin of the Blue of the Sky, *Philosophical Magazine* (5) Vol. XLVII, 1899, p. 375—384.

die Vereinfachung der oben erwähnten Formeln und stellt wieder ein einfach-zirkumaxiales Vektorensystem dar. —

Diese theoretischen Resultate scheinen nun im allgemeinen mit den wenigen und beschränkt gültigen Erfahrungen in Übereinstimmung zu sein, die man in bezug auf diese Erscheinungen kennt.

Fällt nämlich linear-polarisiertes Licht auf ganz kleine Körperchen, dann zeigen von den dadurch zerstreuten (gebeugten) Lichtstrahlen zwei in einer bestimmten, zum einfallenden Bündel rechtwinkligen Linie gebeugte Strahlen gar keine Intensität; wenn jedoch die Körperchen größer sind, dann bilden die Strahlen geringster Intensität einen stumpfen Winkel mit der Fortsetzung der Richtung des einfallenden weißen Strahles und zeigen mehr oder minder intensives blaues Licht.

Leitet man aber unpolarisiertes Licht auf die Partikelchen, so zeigt das Licht in allen zur Richtung des einfallenden Bündels senkrechten Strahlen eine vollkommene lineare Polarisation, die jedoch bei größeren Körperchen unvollkommen wird, auch zeigt dann das durch Drehung des Analysators verdunkelte Licht eine intensiv-blaue Färbung. Die ersten diesbezüglichen Beobachtungen scheinen von Stokes und Tyndall herzurühren*; die fernere Betrachtung und Untersuchung dieser wichtigen Erscheinungsgruppe findet sich in § 97, 98, 99 dieser Schrift.

Lord Rayleigh stellte selbst den Versuch in der Weise an, daß er in ein verdunkeltes Zimmer ein Bündel Sonnenstrahlen leitete, die er durch eine Linse von etwa 1 m Brennweite konzentrierte und in ein durchsichtiges Glasgefäß dringen ließ, das eine dünne Lösung von unterschwefligsaurem Natron enthielt.

---

* G. G. Stokes, On the Change of Refrangibility of Light, *Philosophical Magazine* (4), vol IV, p. 388—393; Proceedings of the Royal Society, vol VI, p. 195—200, 1852; auch *Pogg. Ann. d. Ph. u. Ch.* Bd. LXXXVII, p. 480—490, 1852. Auch G. G. Stokes, *Math. and Phys. Papers* Vol. III, p. 259—266; 267—407, Cambridge 1901. Im Punkt 25, p. 288 spricht Stokes von der „falschen innern Dispersion" der in einer Flüssigkeit schwebenden Staubteilchen; dies ist die hier erwähnte Erscheinung, die dort als Reflexion aufgefaßt wird. — J. Tyndall, On the blue colours of the sky, the polarisation of skylight and on the polarisation of light by cloudy matter generally, *Philosophical Magazine* (4), vol XXXVII, p. 384—395; Proceedings of the Royal Society, vol XVII, p. 223—234, 1869.

Durch Hinzufügen einer dünnen Lösung von Schwefelsäure bildete sich nun langsam ein Schwefelniederschlag, der während seines allmählichen Anwachsens die genannte Erscheinung sehr gut zeigt. Je verdünnter die Lösungen, umso langsamer erfolgt die Bildung des Niederschlags; derart verdünnte Lösungen, welche nur nach vier bis fünf Minuten eine merkliche Wirkung zeigen, sind die geeignetesten; die Anordnungen erfordern keine große Genauigkeit. Fügt man Ammoniak in genügender Menge hinzu, damit die Säure dadurch neutralisiert werde, so kann man damit die weitere Bildung des Niederschlages aufhalten, und zwar in jedem beliebigen Stadium dieses Prozesses. Man gewinnt so mehr Zeit zur Ausführung der Beobachtungen; indessen bleibt der Zustand des Gemisches nicht absolut stabil; der schon als Niederschlag ausgeschiedene Schwefel hat das Bestreben, sich zu größern Massen zu vereinigen.

War nun das einfallende Licht unpolarisiert, so zeigte sich im ersten Stadium der Ausscheidung des Niederschlages, so lange die entstandenen Schwefelkörperchen sehr klein sind gegenüber der Wellenlänge, bei allen Strahlen, die senkrecht zum einfallenden Bündel gebeugt sind, eine vollständige lineare Polarisation, und zwar fällt die Polarisationsebene dieser Strahlen mit ihrer jeweiligen Beugungsebene zusammen. Nach einer gewissen Zeit wird die Polarisation unvollkommen und an Stelle der durch Drehen des Analysators entstandenen Dunkelheit tritt intensives blaues Licht auf; diejenigen Strahlen, welche die verhältnismäßig stärkste Polarisation zeigen, bilden mit der positiven Richtung des einfallenden Bündels einen stumpfen Winkel. Vollständige Polarisation könnte bei größern Partikeln nur dann eintreten, wenn dieselben die gleiche Größen hätten, was jedoch kaum zu erreichen ist.*

G. G. Stokes glaubte auf diesem Verhalten der von ihm „falsche Zerstreuung“ genannten Erscheinung** ein gewichtiges Argument in bezug auf die Richtung der Schwingung des polarisierten Lichtes gründen zu können. Denn, wie er sagt, so lange die Durchmesser der suspendierten Teilchen groß sind im

* Lord Rayleigh, l. c. p. 95—97.

** G. G. Stokes, On the change of refrangibility of light, *Mathematical and Physical Papers*, Vol. III, Cambridge 1901, p. 361—363, § 180—183.

Verhältnis zur Wellenlänge des Lichtes, findet die Reflexion von ihnen so statt wie von einem Teile eines in Flüssigkeit getauchten großen festen Körpers. Sind jedoch die Durchmesser der schwebenden Partikelchen klein im Verhältnis zur Wellenlänge, dann scheint es klar zu sein, daß die Schwingungen in einem reflektierten Strahl nicht senkrecht sein können zu den Schwingungen im einfallenden Strahl. Setzt man nämlich voraus, daß in den oben erwähnten Fällen der Beobachtung die hängenden Teilchen in der Tat klein sind im Verhältnis zur mittlern Wellenlänge des Lichts, so kann man nach STOKES in bezug auf die senkrecht zum einfallenden Strahle zerstreuten, in der Reflexionsebene polarisierten Strahlen folgende Überlegungen anstellen:

Alle Erscheinungen eines linear-polarisierten Strahles sind symmetrisch in bezug auf seine Polarisationsebene. Man hat daher zwischen zwei Richtungen für die Schwingungsrichtung des so reflektiert-zerstreuten Strahles zu wählen: nämlich die des einfallenden Strahles, und eine zum einfallenden und reflektierten Strahl senkrechte Richtung. Die erstere wäre nun notwendigerweise senkrecht zu den Schwingungsrichtungen im einfallenden natürlichen Strahle; man ist daher gezwungen die letztere zu wählen und folglich anzunehmen, daß die Schwingungen des planpolarisierten Lichtes senkrecht zur Polarisationsebene sind, weil der Versuch zeigt, daß die Polarisationsebene des reflektiert-zerstreuten Strahles in der Ebene der Reflexion liegt.*

Dieser Schlußfolgerung kann ich keine allgemeinere Beweiskraft zuerkennen, weil wir in § 39 und 43 Erscheinungen kennen lernen werden, welche andere Eigenschaften besitzen, nämlich wo bei normal einfallendem unpolarisierten (natürlichen) Licht der an der Grenzfläche von Glas und Luft um 90^0 gebeugte Strahl keine Spur von Polarisation zeigt, ebenso wo bei einfallendem linear-polarisierten Licht kein einziger der um 90^0 gebeugten Strahlen verschwindet.

---

* In einer längern Fußnote erklärt STOKES seine Auffassung der Bewegung der Partikelchen im bewegten Äther; Lord RAYLEIGH bemerkt hierzu (G. G. STOKES, *Mathematical and Physical Papers* vol. V, Cambridge 1905, Obituary Notice p. XVIII), daß es nicht übersehen werden möge, daß dieses Argument auf der Voraussetzung beruht, daß der Effekt eines Teilchens in der ponderischen Beladung des Äthers besteht.

Hingegen findet bei rasanter Beugung an der Grenzfläche von Glas und Terpentinöl, also bei Beugung in optisch fast demselben Medium, wenn die Strahlen durch das Öl gehen, völlige Übereinstimmung mit STOKES-RAYLEIGHS Resultat, also mit dem Gesetz der zirkumaxialen Polarisation statt, § 88, 89 und 90; ebenso bei Beugung kleiner in Glas, Kolloiden und Luft suspendierter ultramikroskopischer Teilchen, § 97, 98 und 99.

In bezug auf die Lage des Lichtvektors zu seiner Polarisationsebene führen ganz andere Eigenschaften meiner Beobachtungen, unabhängig von jeder besondern Vorstellung über die Natur des Lichtes zu einer unausweichlich zwingenden Schlußfolgerung, § 69, 80, 91 und 93.

§ 13. H. A. ROWLANDS Theorie: Konstruierung der isogonalen elektromagnetischen Kugelwellen. Elastizitätsbeziehungen. Unterlassung der Vergleichung mit der damals bekannten Erfahrung. Wirkungslosigkeit seiner Arbeit.

Als ich aus meinen in den §§ 54, 55, 56, 61, 64, 65, 66, 78, 80 beschriebenen vielen Tausenden von Beobachtungen für den Fall der normalen Inzidenz und für die Fälle schiefer Inzidenz, jedoch bei zur Einfallsebene parallel polarisiertem einfallenden Lichte, das mir bis dahin unbekannte merkwürdige Gesetz der stereographisch-parallelen und das der isogonalen Polarisation experimentell ganz unzweifelhaft festgestellt, deren geometrische Eigenschaften erkannt und ihre Darstellungsart mittels der stereographisch-äquatorealen Projektion benutzt hatte, versuchte ich dieselben unmittelbar mittels verhältnismäßig einfacher Kugelwellen darzustellen, wie dies auch in der Art der §§ 15, 16, 17, 18, 21 u. 27 ohne Schwierigkeit gelang.

Es veranlaßte mich aber dieser Umstand noch einmal die Literatur genauestens durchzusehen, und da fand ich, daß H. A. ROWLAND in seiner hierauf bezüglichen Arbeit* schon im Jahre 1883

* H. A. ROWLAND, On the propagation of an arbitrary electromagnetic disturbance, on spherical waves of light, and the dynamical theory of diffraction, *Philosophical Magazine* (5) vol. XVII, p. 413—437, London 1884; *American Journal of Mathematics* vol. 6, p. 359—381, 1883. (Der Abdruck

und 1884 dies Gesetz der isogonalen Polarisation auf rein theoretischem Wege aufgestellt, und dasselbe in ganz bestimmter, genauer Weise ausgesprochen hatte, obgleich er demselben keinen charakteristischen Namen beilegte und dessen wesentlichste Eigenschaft, nämlich den Isogonalismus, wie es scheint, nicht genügend würdigte, ja sogar jegliche Vergleichung mit der Erfahrung unterließ.

Es sei hier gestattet, aus dem dritten (letzten) Teil seiner mit einem ziemlichen Aufwand mathematischen Apparates abgefaßten Arbeit, welcher sich auf die dynamische Theorie der Beugung bezieht, folgendes Wesentliche hervorzuheben:

ROWLAND nimmt im homogenen isotropen Dielektrikum eine sehr kleine dielektrische Kugel an, die vom einfallenden elektromagnetischen Wellenzug in stationärer elektromagnetischer Schwingung erhalten wird; diese imprägnierte Oszillation pflanzt sich nun im Medium fort, jedoch mit der Oberflächenbedingung, daß die Kräfte an der Außenfläche der Kugel nur unmittelbar von deren jeweiligem Polarisationszustande herrühren; dadurch wird eine Brechung der elektrischen und magnetischen Kraftlinien an dieser Fläche bedingt, wie bei andern ähnlichen Problemen.

In dem einfachsten Falle, wenn das einfallende Licht linear-polarisiert ist und jedes Volumelement des Erregungsraumes durch dasselbe in stationären, eingeprägten elektromagnetischen Oszillationszustand versetzt und erhalten wird, erzeugt jedes derartige sekundäre Erregungselement in Punkten, die in beliebiger Entfernung von der Erregungsstelle sind, einen elektromagnetischen Oszillationszustand des Mediums, der ebenfalls stationär ist.

Bedeutet ϱ die zur Wellenlänge große Entfernung des Punktes vom Erregungselement, ϑ den Winkel zwischen ϱ und der Richtung des einfallenden Strahles, φ den Winkel zwischen der durch den einfallenden Strahl und dessen elektrische Verschiebung gelegten Ebene und der durch diesen Strahl und ϱ gehenden Ebene, u die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Störung, $b = 2\pi/\lambda$, $dv = v \cdot ds$ das Volumelement des sekundären Erregungsraumes,

im *Phil. Mag.* enthält mehrere sinnstörende Druckfehler; auch der Auszug in *Beiblätter zu Wiedemanns Ann. der Phys. u. Chem.* Bd. IX, p. 476—479, 1885 zeigt mehrere Unvollkommenheiten.)

ds das Flächenelement der beugenden Öffnung, ν die Dicke des Volumelements, K die Dielektrizitätskonstante, X' die Amplitude der einfallenden elektrischen, Y'' die zugehörige, dazu normale magnetische Amplitude dieser einfallenden Störung, deren Fortpflanzung längs der Z-Achse vor sich geht, wobei $Y'' = \frac{4\pi}{uK} \cdot X'$, so gilt im Punkte $(\varrho, \vartheta, \varphi)$ nach ROWLAND in erster Annäherung:

1. Für die Komponenten der elektrischen Verschiebung längs dem durch ϱ und Z gehenden Meridiane und längs dem zu $(\varrho, \vartheta, \varphi)$ gehörigen Parallelkreise

$$\Theta' = + \frac{3b^2 X'\nu}{8\pi\varrho} (1 + \cos\vartheta) \cos\varphi e^{-ib(\varrho - ut)} ds,$$

$$\Phi' = + \frac{3b^2 X'\nu}{8\pi\varrho} (1 + \cos\vartheta) \sin\varphi e^{-ib(\varrho - ut)} ds.$$

2) Für die Komponenten der magnetischen Induktion längs denselben Richtungen

$$\Theta'' = + \frac{3b^2 Y''\nu}{8\pi\varrho} (1 + \cos\vartheta) \sin\varphi e^{-ib(\varrho - ut)} ds,$$

$$\Phi'' = + \frac{3b^2 Y''\nu}{8\pi\varrho} (1 + \cos\vartheta) \cos\varphi e^{-ib(\varrho - ut)} ds.$$

Dabei ist also $\overrightarrow{OZ}$, die Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles, die Symmetrieachse des Koordinatensystems $\varrho, \vartheta, \varphi$.

Die resultierende Wirkung des ganzen sekundären Erregungsraumes ist das Aggregat der hier angeführten Elementarwirkungen des Volumelementes dieses Raumes.

Die reellen oder die mit i multiplizierten Teile dieser Ausdrücke stellen die beiden in § 27 behandelten zueinander gehörigen orthogonalen, elektrischen und magnetischen Kräftesysteme dar, deren jedes für sich isogonal ist.

ROWLAND betrachtete dies Resultat auch für die elastisch-feste Theorie als gültig, weil diese beiden Systeme ebenso richtig elastische Verschiebungen und elastische Drehungen darstellen können, deren geometrische Beziehungen zueinander dieselben sind, wie die der elektrischen und der magnetischen Störungen.

Hieraus schließt ROWLAND, daß die Beugung zur Bestimmung der Lage der Polarisationsebene zum eigentlichen Lichtvektor nicht geeignet sei, weil man ebensowohl die elektrische oder die

magnetische Kraft, als die elastische Elongation oder die elastische Torsion als den Lichtvektor betrachten kann.

Er findet die Ursache des so wesentlichen Unterschiedes zwischen STOKES' und seiner Lösung darin, daß STOKES' Lösung auf die elastische Verschiebung und deren nach der Zeit genommenen Differentialquotienten basiert ist. Aber es tritt in jeder elastischen Welle nicht nur elastische Verschiebung, sondern auch, und zwar mit dieser untrennbar verbunden, gleichzeitig elastische Rotation auf; die Komponenten der letztern genügen bekanntlich denselben Differentialgleichungen wie die der erstern. Wenn nun eine Welle an der beugenden Öffnung in Elementarwellen zerfällt, so wird in STOKES' Lösung die Rotation diskontinuierlich gelassen, und deshalb konnte seine Lösung nicht genau sein.

Da jedoch die Fortpflanzungsgleichung der Drehung dieselbe ist wie die der Verschiebung, und da die Richtungen derselben aufeinander und auf die Fortpflanzungsrichtung des jeweiligen Strahles senkrecht sind, müssen beide in gleicher Weise wichtig sein.

Demnach hängt nach ROWLAND die richtige Lösung der Beugungsprobleme sowohl in der elastisch-festen Theorie als auch in der elektromagnetischen Theorie von den Summen zweier ähnlicher Glieder ab, wie dies auch sein Resultat zeigt.

ROWLAND selbst erläutert nun sein theoretisches Gesetz wie folgt: Gelangt ein Bündel linear-polarisierter Strahlen an eine kleine freie Öffnung, so sendet jedes Element df derselben Strahlen aus, deren Intensität proportional ist dem Ausdrucke

$$(1 + \cos \vartheta)^2 \cdot df,$$

wobei ϑ den Winkel zwischen dem einfallenden und dem gebeugten Strahle bedeutet; es ist somit die Intensität symmetrisch um den einfallenden Strahl und von dessen Polarisation unabhängig.

Die Lage der Polarisationsebene des gebeugten Strahles findet man hingegen, wenn man um die Auffallsstelle des einfallenden Lichtes (also um die kleine beugende Öffnung) eine Kugelfläche schlägt und nun eine Ebene zieht, die durch den Eintrittspunkt des einfallenden Strahles in die Kugel, durch den betrachteten Austrittspunkt des gebeugten Strahles geht und dabei die Polarisationsebene des einfallenden Strahles in einer zur Rich-

tung dieses Strahles senkrechten Geraden schneidet. Die Tangente der Schnittlinie dieser Ebene und der Kugel ist die Polarisationsrichtung des gebeugten Strahles. Dabei kann entweder die elektrische oder die magnetische Kraft als in der Polarisationsebene liegend angenommen werden.

Die Ebenensysteme der elektrischen Verschiebungen und der magnetischen Induktion bilden zusammen auf der Kugelfläche ein System orthogonaler Kreise. Man kann diese Kreise mittels der stereographisch-äquatorealen Projektion sehr einfach darstellen; ist nämlich der Eintrittspunkt des einfallenden Strahles in die Kugelfläche der Augenpunkt, und die Bildebene die demselben normal gegenüberliegende Tangentialebene an der Kugel, so bilden die Projektionen dieser Kreise auf die Bildebene zwei Systeme zueinander orthogonaler Geraden.*

Diese Resultate gelten ebenso bei der elastisch-festen Auffassung; man kann entweder die elastischen Verschiebungen oder die elastischen Rotationen als in der Polarisationsebene liegend annehmen.

Es zeigt sich also hier eine ganz wesentliche Abweichung von STOKES' Resultat, welch' letzteres in bezug der räumlichen Anordnung der Oszillationsebenen mit dem meridionalen Systeme [§ 7, 14, 23, 24] übereinstimmt. ROWLAND sucht den Grund dafür darin, daß STOKES die Drehungswellen nicht in Betracht zog, sonst würde er zu demselben Resultat wie er, nämlich wie ROWLAND, gekommen sein.**

---

* Im Referat von A. OBERBECK (*Wiedemanns Beiblätter zu den Ann. d. Phys. u. Chem.* Bd. IX, p. 476—479, Leipzig 1885) ist dies einfache Resultat richtig wiedergegeben; ebenso im Referat E. LOMMELS (*Fortschritte d. Phys. i. J. 1884*, zweite Abteilung, Berlin 1890, p. 37—39, unter dem Kapitel: Allgemeine Theorie des Lichts); hingegen ist das Referat L. GRAETZ' (ebendort, p. 540—541, unter dem Kapitel: Allgemeine Theorie der Elektrizität und des Magnetismus) zumindest ungenau, denn es heißt dort p. 541: 1. „Die Polarisation des gebeugten Lichtes bestimmt sich dadurch, daß die elektrische Verschiebung an irgend einer Stelle senkrecht zum Strahl und in der Richtung der elektrischen Verschiebung in der Öffnung verläuft und die magnetische Verschiebung senkrecht dazu und parallel der magnetischen Verschiebung in der Öffnung verläuft."

** Es sei mir hier die Bemerkung gestattet, daß ROWLANDS Arbeit im

Ich erlaube mir nun an ROWLANDS vorstehende Darstellung seines hypothetischen Gesetzes einige Bemerkungen zu knüpfen:

1. ROWLAND scheint die augenfälligste, vom Standpunkte der Polarisation des gebeugten Lichtes jedenfalls einfachste und wichtigste Eigenschaft seines theoretisch gefundenen Gesetzes nicht erkannt oder wenigstens nirgends ausgesprochen zu haben, nämlich daß die Polarisationsebenen aller derjenigen gebeugten Strahlen, die in je einem den normal-einfallenden Strahl enthaltenden Meridiane liegen: diesen Meridian unter demselben Winkel schneiden wie die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes denselben Meridian. Hingegen war es gerade diese isogonale Verteilung der Polarisationsebenen im reflektiert-gebeugten Lichte bei normaler Inzidenz (§ 65, 66), welche mich zur experimentellen Auffindung dieses Gesetzes führte, das sich dann auch in allgemeineren Fällen als Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation gültig erwies (§ 54, 55, 56, 61, 64, 78 u. 80) und mich dadurch zu einer zwingenden Schlußfolgerung bezüglich der Lage des Lichtvektors zur Polarisationsebene veranlaßte (§ 69 u. 80).

2. Hätte ROWLAND sein Resultat mit der damals bekannten Erfahrung nur ganz flüchtig verglichen, so hätte er in einer sehr einfachen Erscheinung die völlige Übereinstimmung mit seinem Gesetze gefunden. Es war nämlich schon zu Zeiten von STOKES' erster Abhandlung wohlbekannt, daß linear-polarisiertes Licht bei normaler Inzidenz auf die glatte Fläche eines Glasgitters nach Durchgang durch die Gittersubstanz, beim Austritte aus der gefurchten Fläche in Luft derart gebeugt wird, daß das Polarisationsazimut eines beliebig gebeugten Strahles nur unmerklich von dem Azimut des einfallenden ungebrochen hindurchgehenden

---

Jahre 1884 im *Phil. Mag.* erschien und daher ganz unbedingt zu STOKES' Kenntnis gelangte; indes ist es mir trotz sorgfältiger Durchmusterung der diesbezüglichen Litteratur nicht gelungen zu finden, daß STOKES auf die ihm von ROWLAND mehrfach vorgehaltene Unterlassung der Berücksichtigung der rotatorischen (Torsions-)Wellen reagiert hätte, obwohl er noch bis in das Jahr 1900 hinein litterarisch tätig war, sodaß ich über STOKES' Auffassung dieser Behauptung nicht orientiert bin.

Da nun auch ROWLAND nicht mehr unter den Lebenden weilt, ist es mir auch nicht gegönnt, von ihm Aufschluß über manche mir beim Studium seiner Arbeit aufgestiegene Fragen zu erbitten.

Strahles abweicht, die Azimute von der Beugungsebene an gerechnet.*

Diese Verteilung der Polarisationsebenen ist aber nichts anderes als das strenge Gesetz der isogonalen Polarisation, deren Eigenschaften also in diesem Falle des durchgehend-gebeugten Lichtes zwar wohlbekannt waren, deren einfaches Gesetz man aber bis jetzt nicht erkannt hatte.

Weshalb dieser scharfsinnige und erfahrene Physiker es unterließ, seine auf mühsamem mathematischen Wege gefundenen Resultate mit der damals schon bekannten Erfahrung zu vergleichen oder eigene Messungen anzustellen, ist mir nicht bekannt; die Konstatierung seines Gesetzes im oben erwähnten Fall wäre ein Leichtes gewesen, und hätte die hierauf erfolgten neuen Untersuchungen anderer Forscher wesentlich beeinflußt.

So scheint es indessen, als ob ROWLAND sich später mit diesem Gegenstand nicht weiter beschäftigt hätte; auch gelangte diese seine Arbeit nicht in die nach seinem Tode herausgegebene Sammlung seiner physikalischen Arbeiten**, da er noch bei Lebzeiten der Republikation seiner rein mathematischen Abhandlungen abgeneigt war*** und die fragliche Untersuchung auch zu den letzteren zu zählen schien.

Auch im übrigen drängt sich mir auf Grund litterarischer Nachsicht die Überzeugung auf, daß ROWLANDS Abhandlung in den mehr als zwei Dezennien, die seit ihrer Erscheinung verflossen, auf die ferneren Untersuchungen auf dem Gebiete der Polarisation des gebeugten Lichtes wirkungslos blieb.

---

* Man sehe z. B. die graphische Darstellung von STOKES' diesbezüglichen Beobachtungen (in dessen in § 2 dieser Arbeit zitierten Abhandlung l. c. p. 318), wo die Kreuzchen solche Azimute darstellen und die erwähnte Erfahrung erhärten; dieselbe Erfahrungstatsache drückt z. B. auch K. EXNER (*Wied. Ann. der Phys. u. Chem.* Bd. XLIX, p. 388, 1893) folgendermaßen aus: „Ist die geritzte Fläche eines Glasgitters dem Beobachter zugekehrt, so ist die polarisierende Wirkung der Beugung auch bei großen Beugungswinkeln eine kaum merkliche."

** *The Physical Papers* of H. A. ROWLAND, collected for publication by a Comittee of the Faculty of the University, Baltimore 1902.

*** L. c. Preface p. V.

II. Theoretischer Teil.

Physikalische Darstellung der zur Beschreibung der Polarisation des von Glasgittern gebeugten Lichtes geeigneten zirkumaxialen, meridionalen und isogonalen Kugelwellensysteme.

Dieser Abschnitt enthält gewissermaßen die Theorie der experimentellen Resultate vorliegender Arbeit; es werden darin jene Systeme von Kugelwellen auf physikalischer, nicht ausschließlich mathematischer Grundlage entwickelt, welche zur Beschreibung der weiter unten ausführlich mitgeteilten Erscheinungen im allgemeinen sehr wohl geeignet sind.

Meine während mehrerer Jahre angestellten Beobachtungen überschreiten in fast jeder Beziehung weitaus die Grenzen, innerhalb deren sich die bisherigen diesbezüglichen Untersuchungen bewegten; ich bestrebte mich, in bezug der in der Überschrift genannten Erscheinung ein gewissermaßen befriedigendes Beobachtungsmaterial zu bieten, dessen Vergleichung mit den hier zu entwickelnden Systemen von Kugelwellen im experimentellen Teil dieser Arbeit durchgeführt erscheint.

Es zeigt sich nun, daß diese bisher nur sehr unvollkommen untersuchte Erscheinung durch meine Beobachtungen in ihrem Ganzen und in ihren Haupteigenschaften vollkommen erkannt wurde und daß sie mit den genannten Wellensystemen im allgemeinen gut beschrieben werden könne.

Wir führen hier die Darstellung sowohl auf elastisch-fester als auch auf elektromagnetischer Grundlage; schließen uns dabei selbst bei Behandlung schon bekannter Beziehungen keiner der in der Literatur vorfindlichen Darlegungen vollkommen an, gehen jedoch bei der notwendig erscheinenden Aufstellung neuer Kombinationen über die Grenzen der bisherigen Entwicklungen hinaus.

1. Darstellung der Kugelwellensysteme auf elastisch-fester Grundlage.

§ 14. W. Voigts Theorie der leuchtenden Punkte. Konstruierung des zirkumaxialen und des meridionalen Oszillationssystems.

Auf Grundlage der Elastizitätstheorie stellt sich W. Voigt folgendes Problem*: In einem unbegrenzten elastischen, aber inkompressiblen Medium, welches zur Zeit $t = 0$ allenthalben weder Verrückungen noch Geschwindigkeiten besitzt, oszilliert eine starre Kugel nach einem gegebenen Gesetze, welches aber unabhängig von der geographischen Länge auf derselben ist. Die der Kugel anliegenden Ätherteilchen haften fest an ihr. Es ist der Zustand des ganzen Mediums zu einem beliebigen Zeitpunkte zu bestimmen.

Der Verfasser geht aus von dem bekannten Ansatze

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial z}, \qquad \eta = \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial x}, \\ \zeta &= \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y}, \qquad \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0, \end{aligned}\right\} \tag{A}$$

dadurch genügt man den Hauptgleichungen der Verrückungen ξ, η, ζ für inkompressible, isotrope elastische Medien, nämlich

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \omega^2 \xi, \quad \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \omega^2 \eta, \quad \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = \omega^2 \zeta, \\ \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} = 0, \end{aligned}\right\} \tag{B}$$

wenn

$$\nabla^2 T = 0, \quad \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \omega^2 U, \quad \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = \omega^2 V, \quad \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = \omega^2 W. \tag{C}$$

Der Verfasser teilt das Problem in zwei Partialprobleme, jenachdem die Kugel eine drehende oder eine geradlinige Bewegung hat; aus diesen lassen sich alle andern Bewegungen derselben zusammensetzen.

---

* W. Voigt, Theorie des leuchtenden Punktes, *Crelles Journal für reine und angewandte Mathematik*, Bd. LXXXIX, p. 288—321, 1880; ferner in sehr übersichtlicher, kurzer und doch strenger Darstellung: W. Voigt, Kompendium der theoretischen Physik Bd. II, p. 756, 759, 761, 762, Leipzig 1896.

Im Folgenden geben wir die formell etwas geänderten, jedoch ganz streng verifizierten Resultate, die sich auf den in jedem Punkte des Mediums schon eingetretenen stationär-oszillatorischen Zustand beziehen.

I. Eine starre Kugel vom Radius R drehe sich oszillatorisch um eine fixe Achse nach dem Gesetze

$$k(t) = \frac{\lambda a}{2\pi R^2} \cdot \cos 2\pi \frac{t}{T}, \tag{1}$$

wobei also $\frac{\lambda a}{2\pi R^2}$ die Winkelamplitude, $2\pi \frac{t}{T} = \varphi$ die Phase der Rotation bedeutet.

Verlegt man den Anfangspunkt der Koordinaten in den ruhenden Kugelmittelpunkt, die X-Achse in die Drehungsachse der Kugel, so findet man, wie sofort bewiesen wird, als strenge Lösung der hier geltenden Wellengleichungen, der Bedingung der Inkompressiblität und der Kontinuitätsbedingungen an der Oberfläche der Kugel, das Wertsystem

$$\left.\begin{aligned} U &= \frac{A'}{r} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{R-r}{\lambda}\right) + \frac{A''}{r} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{R-r}{\lambda}\right), \\ V &= 0, \quad W = 0, \quad T = 0, \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

wobei

$$A' = + \frac{a R \lambda^3}{2\pi (4\pi^2 R^2 + \lambda^2)}, \quad A'' = + \frac{a R^2 \cdot 2\pi \lambda^2}{2\pi (4\pi^2 R^2 + \lambda^2)}, \tag{3}$$

daraus

$$\left.\begin{aligned} \xi &= 0, \\ \eta &= -\frac{z}{r^2}\left\{\frac{1}{r}(A'\cos\psi + A''\sin\psi) - \frac{2\pi}{\lambda}(A'\sin\psi - A''\cos\psi)\right\}, \\ \zeta &= +\frac{y}{r^2}\left\{\frac{1}{r}(A'\cos\psi + A''\sin\psi) - \frac{2\pi}{\lambda}(A'\sin\psi - A''\cos\psi)\right\}; \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

darin ist

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2, \quad \psi = 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{R-r}{\lambda}\right), \quad \varphi = 2\pi \frac{t}{T}. \tag{5}$$

Damit ist der Oszillationszustand für jeglichen Punkt (xyz) des elastischen Mediums bestimmt, denn, wie leicht ersichtlich, leisten diese Ausdrücke in der Tat den hier geltenden allgemeinen Differentialgleichungen und den Bedingungen an der Kugelfläche:

$$\left.\begin{aligned} \xi_R &= 0, \\ \eta_R &= -\frac{z}{R}\cdot\frac{\lambda a}{2\pi R}\cos 2\pi\frac{t}{T}, \\ \zeta_R &= +\frac{y}{R}\cdot\frac{\lambda a}{2\pi R}\cos 2\pi\frac{t}{T} \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Genüge; da hier aus (5)

$$\psi_R = 2\pi\frac{t}{T} = \varphi,$$

und die Bedingungen aus (4) sich auf die eine reduzieren:

$$\left(\frac{A'}{R^2}+\frac{2\pi A''}{\lambda R}\right)\cos\varphi - \left(\frac{2\pi A'}{\lambda R}-\frac{A''}{R^2}\right)\sin\varphi = \frac{\lambda a}{2\pi R}\cos\varphi, \qquad (7)$$

die aber in die Gleichungen

$$\frac{A'}{R}+\frac{2\pi A''}{\lambda} = \frac{\lambda a}{2\pi}, \qquad \frac{2\pi A'}{\lambda}-\frac{A''}{R} = 0$$

zerfällt, welche die oben in (3) angeführten Werte von A' und A'' ergeben.

Setzt man zur Abkürzung

$$\frac{1}{r}\cdot A_r = a\frac{\lambda R}{2\pi r^2}\sqrt{\frac{4\pi^2 r^2+\lambda^2}{4\pi R^2+\lambda^2}}, \qquad \operatorname{tg} 2\pi\delta_r = \frac{2\pi\lambda(r-R)}{4\pi^2 R r+\lambda^2}, \qquad (8)$$

so wird aus (4) mittels (3)

$$\left.\begin{aligned} \xi &= 0, \\ \eta &= -\frac{z}{r^2}A_r\cdot\cos(\psi+2\pi\delta_r), \\ \zeta &= +\frac{y}{r^2}A_r\cdot\cos(\psi+2\pi\delta_r). \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Es ist dies also ein Zustand, bei welchen sich jeder Punkt senkrecht zu r längs des zugehörigen Parallelkreises bewegt; man hat hier also, weil A_r und δ_r von r abhängen, ein *nicht* einfaches zirkumaxiales Oszillationssystem als strenge Lösung; dasselbe ist indes für jedes bestimmte r einfach zirkumaximal.

Es sei nun der Radius der Erregungskugel R sehr klein gegen die Wellenlänge λ; dann kann nach (3) A'' gegen A' vernachlässigt werden; ist ferner r sehr groß gegen λ (und dies ist an jeder Stelle, wo Licht beobachtet werden kann, der Fall), dann kann in (4) das mit $\frac{1}{r}$ behaftete Glied gegen das mit $\frac{2\pi}{\lambda}$ behaftete vernachlässigt werden, ebenso R gegen r, und es bleibt in dieser Annäherung

$$U = \frac{a\lambda R}{2\pi r}\cos\psi = \frac{a\lambda R}{2\pi r}\cdot\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right),$$

$$\xi = 0, \quad \eta = +\frac{z}{r^2}\,a\,R\sin\psi, \quad \zeta = -\frac{y}{r^2}\,a\,R\sin\psi, \tag{10}$$

dies ist aber schon das einfache zirkumaxiale Oszillationssystem (§ 7, Punkt 1); nur daß hier nicht wie dort Z, sondern X die Symmetrieachse ist.

II. Eine starre Kugel vom Radius R mache geradlinige Oszillationen nach dem Gesetze:

$$g(t) = b\,\sin 2\pi\,\frac{t}{T}\cdot \tag{11}$$

Verlegt man den Koordinatenanfang in die Ruhelage des Kugelmittelpunktes und die X-Achse in die Linie der Oszillation, so findet man, wie sofort bewiesen wird, als strenge Lösung der Wellengleichungen, der Inkompressibilitätsgleichung und der Kontinuitätsbedingungen an der Kugelfläche

$$U = -\frac{\partial P}{\partial z}, \quad V = 0, \quad W = +\frac{\partial P}{\partial x}; \quad T = \frac{\partial Q}{\partial y}; \tag{12}$$

wobei

$$\left.\begin{aligned} P &= \frac{B}{r}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{R-r}{\lambda}\right),\\ B &= \frac{3\lambda^2 R b}{8\pi^2},\\ Q &= \frac{B'}{r}\sin 2\pi\,\frac{t}{T} + \frac{B''}{r}\cos 2\pi\,\frac{t}{T},\\ B' &= -\frac{1}{2}\,b\,R^3\left(\frac{3\lambda^2}{4\pi^2 R^2} - 1\right),\\ B'' &= -\frac{3\lambda R^2 b}{4\pi}\cdot \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Das Elongationssystem hat hier nach (A) und (12) die Form

$$\xi = +\frac{\partial^2(P+Q)}{\partial x\,\partial y}, \quad \eta = -\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2}, \quad \zeta = +\frac{\partial^2(P+Q)}{\partial z\,\partial y}; \tag{14}$$

eine einfache Rechnung führt zu den Ausdrücken:

$$\xi = +\frac{xy}{r^2}\cdot S, \quad \eta = -\frac{x^2+z^2}{r^2}\cdot S - E, \quad \zeta = +\frac{zy}{r^2}\cdot S, \tag{15}$$

wobei wieder, wie in (5) gilt

$$\psi = 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{R-r}{\lambda}\right), \quad \varphi = 2\pi\,\frac{t}{T}, \tag{5}$$

$$S = \frac{\partial^2(P+Q)}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial(P+Q)}{\partial r}, \quad E = \frac{2}{r}\cdot\frac{\partial P}{\partial r} - \frac{\partial^2 Q}{\partial r^2}, \tag{16}$$

also:

$$S = +\frac{B}{r}\left(\frac{3}{r^2} - \frac{4\pi^2}{\lambda^2}\right)\sin\psi + \frac{3B}{r^2}\cdot\frac{2\pi}{\lambda}\cos\psi + \\ + \frac{3B'}{r^3}\sin\varphi + \frac{3B''}{r^3}\cos\varphi; \tag{16a}$$

$$E = -\frac{2B}{r^3}\sin\psi - \frac{2B}{r^2}\cdot\frac{2\pi}{\lambda}\cos\psi - \frac{2B'}{r^3}\sin\varphi - \frac{2B''}{r^3}\cos\varphi. \tag{16b}$$

Die Oberflächenbedingungen sind hier nach (11) und (5):

$$\xi_R = 0, \quad \eta_R = b\sin\varphi, \quad \zeta_R = 0, \tag{17}$$

demnach aus (15) und (5):

$$S_R = 0, \quad -E_R = b\cdot\sin\varphi, \quad \text{wobei } \psi_R = \varphi; \tag{18}$$

dieselben zerfallen nach (16a) und (16b) in drei unabhängige Bestimmungsgleichungen

$$\left.\begin{aligned} \frac{3B}{R^3} - \frac{B}{R}\cdot\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{3B'}{R^3} = 0, \quad \frac{B}{R^2}\cdot\frac{2\pi}{\lambda} + \frac{B''}{R^3} = 0, \\ \frac{2B}{R^3} + \frac{2B'}{R^3} = +b, \end{aligned}\right\} \tag{18a}$$

welche die oben (13) angeführten Werte von B, B', B'' ergeben.

Die strengen Werte von ξ, η, ζ bilden eine kompliziertere Kugelwelle, obwohl jeder Punkt des Mediums eine einfach harmonische Bewegung vollführt; es ist nämlich aus (15) im allgemeinen: $\xi x + \eta y + \zeta z = +z\cdot E$; demnach ist dieselbe nicht transversal, sondern nur derjenige Teil derselben, der S enthält; dieser bildet ein einfaches meridionales Oszillationssystem.

Es sei nun auch hier der Radius R der oszillierenden Kugel sehr klein gegen λ, dann kann nach (13) B'' gegen B' vernachlässigt werden, indem letzteres sich auf $-\frac{3\lambda^2 Rb}{8\pi^2}$ reduziert, also $B' = -B$; ist ferner, wie an allen Punkten, wo die Lichterscheinungen beobachtet werden können, r sehr groß gegenüber λ, so verschwindet nach (16a) und (16b) E gegenüber S, und es bleibt von letzterem nach (16a) und (5)

$$S = -\frac{B}{r}\cdot\frac{4\pi^2}{\lambda^2}\cdot\sin\psi = -\frac{B}{r}\cdot\frac{4\pi^2}{\lambda^2}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right), \tag{19}$$

demnach aus (15) die Komponenten der Schwingung nach leichter Rechnung:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= -\frac{3}{2}\frac{bR}{r}\cdot\frac{xy}{r^2}\sin\psi, \\ \eta &= +\frac{3}{2}\frac{bR}{r}\cdot\frac{x^2+z^2}{r^2}\sin\psi, \\ \zeta &= -\frac{3}{2}\frac{bR}{r}\cdot\frac{zy}{r^2}\sin\psi. \end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

Dies ist aber das einfache meridionale Oszillationssystem (§ 7, Punkt 2); nur daß hier nicht wie dort Z, sondern Y die Symmetrieachse ist.

Anmerkung: Die nähere Erörterung der von Q herrührenden longitudinalen Schwingung unterlassen wir hier, nur sei bemerkt, daß deren Periode T dieselbe ist, wie die von P, daß deren Wellenlänge (und daher auch ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit) sehr groß ist gegen die des Lichtes. Aber Q ist unbedingt nötig zur Bildung der strengen Lösung; andrerseits verschwindet die longitudinale Schwingung für alle Punkte, wo $\lambda : r$ gegen die Einheit sehr klein ist. —

Damit ist also ein einfaches, mechanisch-physikalisches Bild der beiden einfachsten Oszillationssysteme gewonnen.

Es muß hier bemerkt werden, daß, obwohl die Symmetrieachsen der beiden Systeme (10) und (20) zueinander senkrecht sind, die Vektorensysteme selbst aufeinander nicht orthogonal sind.

§ 15. Das isogonale Oszillationssystem. Strenge Darstellung desselben aus der einfach-zirkumaxialen und der einfach-meridionalen Kugelwelle.

Wir wollen nun ein sehr einfaches Oszillationssystem betrachten, welches aus geeigneter Kombinierung der beiden bisher betrachteten entstanden, infolge der später mitgeteilten Beobachtungen wenigstens dieselbe Beachtung verdient und dieselbe Wichtigkeit besitzt, wie das zirkumaxiale und das meridionale.

Es sei nämlich der Oszillationszustand irgend eines, vom Erregungszentrum in größerer Entfernung befindlichen Punktes des elastischen Mediums als Übereinander-

lagerung einer einfachen zirkumaxialen und einer einfachen meridionalen Oszillation und zwar so entstanden, daß die Symmetrieachsen dieser beiden Systeme aufeinander senkrecht seien, so wie in (10) und (20) des § 14.

Setzt man wieder

$$\psi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right),$$

so sind die Typen solcher Vektorensysteme:

$$\left.\begin{aligned} \xi_1 &= 0, \\ \eta_1 &= +\frac{A}{r}\cdot\frac{z}{r}\sin\psi, \\ \zeta_1 &= -\frac{A}{r}\cdot\frac{y}{r}\sin\psi, \end{aligned}\right\} (1) \qquad \left.\begin{aligned} \xi_2 &= -\frac{A}{r}\cdot\frac{xy}{r^2}\sin\psi, \\ \eta_2 &= +\frac{A}{r}\cdot\frac{x^2+z^2}{r^2}\sin\psi, \\ \zeta_2 &= -\frac{A}{r}\cdot\frac{zy}{r^2}\sin\psi, \end{aligned}\right\} (2)$$

die Symmetrieachse von $\xi_1\,\eta_1\,\zeta_1$ ist die X-Achse, die von $\xi_2\,\eta_2\,\zeta_2$ die Y-Achse.

Es sei nun $\xi\,\eta\,\zeta$ die resultierende Oszillation:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2, \quad \eta = \eta_1 + \eta_2, \quad \zeta = \zeta_1 + \zeta_2,$$

also:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= -\frac{A}{r}\cdot\frac{xy}{r^2}\sin\psi, \\ \eta &= +\frac{A}{r}\cdot\left(\frac{z}{r} + \frac{x^2+z^2}{r^2}\right)\sin\psi, \\ \zeta &= -\frac{A}{r}\cdot\frac{y}{r}\left(1 + \frac{z}{r}\right)\sin\psi. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Um die charakteristische Eigenschaft dieses Systemes einfach ausdrücken zu können, wählen wir die auf die beiden Symmetrieachsen senkrechte Z-Achse zur Polarachse eines sphärischen Koordinatensystems, dessen sämtliche Meridiane also die Z-Achse enthalten. Wie sofort bewiesen wird, haben dann alle Punkte einer Kugelfläche vom Radius r, die längs je eines Meridianes liegen, solche Oszillationen, die nicht nur senkrecht zum jeweiligen r, sondern längs der Kugelfläche so gerichtet sind, daß sie alle mit demselben Meridian denselben Winkel bilden und zwar denjenigen, den die Meridianebene mit der YZ-Ebene bildet; außerdem ist die Intensität solcher Oszillationen gleich

$$\frac{A^2}{r^2}\cdot\left(1 + \frac{z}{r}\right)^2.$$

Letzteres Resultat ergibt sich aus der Quadratensumme der Amplituden von ξ, η, ζ, aus (3), da man nach einfachen Umformungen hat

$$\frac{x^2 y^2}{r^4} + \left(\frac{z}{r} + \frac{x^2+z^2}{r^2}\right)^2 + \frac{y^2}{r^2}\left(1 + \frac{z}{r}\right)^2 = \left(1 + \frac{z}{r}\right)^2. \qquad (4)$$

Um die ersterwähnte Eigenschaft zu beweisen, sei dem angedeuteten Koordinatensystem gemäß, in Fig. 5* $\overrightarrow{OR} = r$, $\widehat{ZR} = s$, und die Tangente des durch R gehenden Parallelkreises n, ferner α der Winkel zwischen der Meridianebene ZOR und der YZ-Ebene; dann γ der Winkel zwischen r und der Z-Achse.

Dann sind, wie leicht ersichtlich, die Richtungskosinus

von $\overrightarrow{OR} = r$:

$$\frac{x}{r} = \sin\gamma \sin\alpha, \qquad \frac{y}{r} = \sin\gamma \cos\alpha, \qquad \frac{z}{r} = \cos\gamma,$$

von $\overrightarrow{ds}$ in R:

$$\frac{dx}{ds} = \cos\gamma \sin\alpha, \qquad \frac{dy}{ds} = \cos\gamma \cos\alpha, \qquad \frac{dz}{ds} = -\sin\gamma, \qquad (5)$$

von $\overrightarrow{dn}$ in R:

$$\frac{dx}{dn} = -\cos\alpha, \qquad \frac{dy}{dn} = +\sin\alpha, \qquad \frac{dz}{dn} = 0.$$

Die drei Richtungen sind aufeinander gegenseitig senkrecht, da sie den Bedingungen der Orthogonalität genügen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{ds}\cdot\frac{dx}{dn} + \frac{dy}{ds}\cdot\frac{dy}{dn} + \frac{dz}{ds}\cdot\frac{dz}{dn} &= 0, \\ \frac{dx}{dn}\cdot\frac{x}{r} + \frac{dy}{dn}\cdot\frac{y}{r} + \frac{dz}{dn}\cdot\frac{z}{r} &= 0, \\ \frac{x}{r}\cdot\frac{dx}{ds} + \frac{y}{r}\cdot\frac{dy}{ds} + \frac{z}{r}\cdot\frac{dz}{ds} &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (5\,a)$$

Mittels der obigen Werte (5) erhält man aus (3) für ξ, η, ζ:

* In Fig. 5 und 6 und in vielen folgenden Zeichnungen konnte nicht gut vermieden werden, daß die von O um die Strecke r entfernte Stelle (xyz) des gebeugten Strahles mit R bezeichnet werde, welcher Buchstabe in § 14—27 auch den Radius der kleinen Erregungskugel bedeutet; letzterer und seine Bezeichnung wird später im experimentellen Teil nicht vorkommen.

$$\left.\begin{aligned}\xi &= -\frac{A}{r}\cdot\sin^2\gamma\sin\alpha\cos\alpha\cdot\sin\psi,\\ \eta &= +\frac{A}{r}\cdot(\cos\gamma+\cos^2\gamma+\sin^2\gamma\sin^2\alpha)\sin\psi,\\ \zeta &= -\frac{A}{r}\cdot(1+\cos\gamma)\sin\gamma\cos\alpha\cdot\sin\psi.\end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Bezeichnet man mit ϱ_m und ϱ_p die Komponenten der resul-

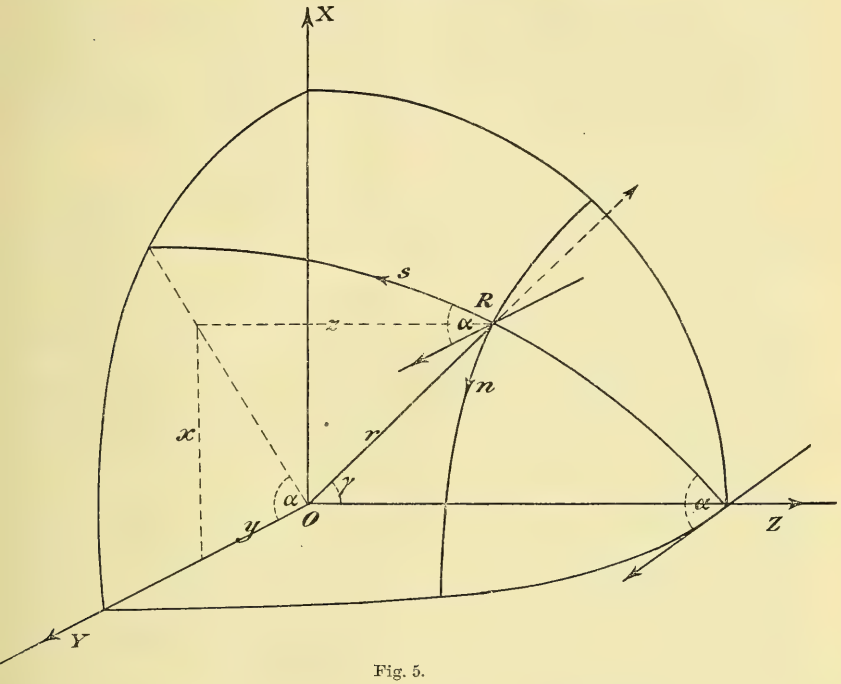


Fig. 5.

tierenden Oszillation längs des jeweiligen Meridians s und des jeweiligen Parallelkreises n, so sind dieselben:

$$\xi\frac{dx}{ds}+\eta\frac{dy}{ds}+\zeta\frac{dz}{ds}=\varrho_m,$$

$$\xi\frac{dx}{dn}+\eta\frac{dy}{dn}+\zeta\frac{dz}{dn}=\varrho_p,$$

oder wie mittels obiger Ausdrücke (6) eine leichte Rechnung ergibt:

$$\varrho_m=\frac{A}{r}\cdot(1+\cos\gamma)\cos\alpha\sin\psi,\quad \varrho_p=\frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\sin\alpha\sin\psi. \quad (7)$$

Dies ist in der Tat eine einfach-harmonische Oszillation, von Amplitude $\frac{A}{r} \cdot (1 + \cos \gamma)$, mit der Phase $2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right)$, deren Richtung in $R\,(x\,y\,z)$ mit dem durch diesen Puukt gehenden Meridian $\widehat{ZR}$ denselben Winkel α bildet, wie dieser Meridian im Polpunkte Z mit der ZY-Ebene, Fig. 5. Demnach haben in diesem System die Oszillationen die charakteristische Eigenschaft, daß alle Punkte eines Meridianes längs der Kugelfläche so schwingen, daß ihre Schwingungsrichtung mit der Meridianebene überall denselben Winkel bildet, wie im Polpunkte Z; man kann daher dieses Oszillationssystem mit Recht das isogonale nennen; seine Kugelwellen sind zur Darstellung einer wichtigen Klasse von Polarisationserscheinungen gebeugten Lichtes sehr geeignet. —

Aus der physikalischen Darstellung des einfach-zirkumaxialen und einfach-meridionalen Systems folgt auch die des isogonalen Systemes.

Vollführt nämlich wie in § 14 (1) eine starre Kugel vom Radius R rotatorische Schwingungen um die durch die Ruhelage ihres Mittelpunktes gehende Achse X nach dem Gesetze $\frac{\lambda a}{2\pi R^2} \cdot \cos 2\pi \frac{t}{T}$, und dabei gleichzeitig, wie in § 14 (11) translatorische, geradlinige Schwingungen längs der durch dieselbe Ruhelage gehenden Y-Achse nach dem Gesetze $b \sin 2x \frac{t}{T}$, so kann der Bewegungszustand des elastischen Mediums, infolge der linearen Differentialgleichungen, stets als die Summe der durch die einzelnen Erregungen verursachten Zustände betrachtet werden.

Setzt man nun in § 14 (1) und (11) betreffs der Amplituden der erregenden Schwingungen die Bedingung fest:

$$A = a R = \frac{3}{2} b R = A, \tag{8}$$

also einfach

$$2a = 3b,$$

so erzeugt der erwähnte, gleichzeitig rotatorische wie translatorische Oszillationszustand der erregenden kleinen Kugel in zu λ größeren Entfernungen r ein Vektorensystem, welches nach § 14 (10) und (20) und nach (8) dieses Paragraphen gleich ist der hier in (3) dargestellten Summe von (1) und (2). Dieselbe bedeutet also ein isogonales Schwingungssystem im Medium; das-

selbe hat keine Symmetrie um eine Achse, jedoch zu Symmetrieebenen die XZ- und die YZ-Ebene, so daß also die Z-Achse als Schnittlinie derselben, eine ausgezeichnete Achse ist. Man bemerkt, daß die infolge der drehenden Oszillation auftretende Amplitude eines Punktes des Äquators der Kugel R den Wert hat: $R \cdot \frac{\lambda a}{2\pi R^2}$, oder $\frac{\lambda a}{2\pi R}$; ferner ist hier die Amplitude der geradlinigen Oszillation der Kugel: $b = \frac{2}{3} a$; da nun in obiger Näherung R/λ sehr klein ist, muß die Amplitude $a \cdot \frac{\lambda}{2\pi R}$ sehr groß sein zur Amplitude $a \cdot \frac{2}{3}$; also die Rotation sehr energisch zur Translation.

§ 16. Verteilung der Schwingungsrichtungen der isogonalen Welle längs einer Schar von Kugelkreisen, deren Ebenen durch eine einzige Tangente der Kugelfläche gehen.

Es möge hier noch eine einfache, jedoch wichtige geometrische Eigenschaft dieses Oszillationssystemes bewiesen werden, nämlich diejenige, daß die Richtungen der Schwingungen längs solchen Kugelkreisen geordnet sind, deren Ebenen sämtlich diejenige Linie SY' enthalten, Fig. 6*, welche durch den, dem Polpunkt Z diametral gegenüberliegenden Punkt S der Kugelfläche geht und der Achse OY parallel gerichtet ist.

Es sei ERS ein solcher Kreis, K sein Mittelpunkt; man kann ohne Schwierigkeit beweisen, daß die in R zu diesem Kreise gezogene Tangente in die Richtung der in $R(xyz)$ resultierenden Schwingung $(\xi\,\eta\,\zeta)$ fällt und daher mit dem Meridian $\widehat{ZR}$ denselben Winkel α bildet, wie dieser Meridian mit der YZ-Ebene in Z.

Bedeutet nämlich ε den Winkel zwischen der Kreisebene ERS und der YZ-Ebene, $\overline{SE}$ den Durchmesser des Kreises, $\overline{SR} = h$ die zum Kugelpunkte R gezogene Sehne desselben, μ den Winkel zwischen $\overline{SE}$ und $\overline{SR}$; bedeuten ferner x, y, z; α, γ dieselben Größen wie bisher in § 15 und Fig. 5, so findet man, nach dem Gerippe der Fig. 6:

---

* In bezug auf die Bezeichnung R siehe die Fußnote des § 15, p. 148.

$$x = r \sin\gamma \cdot \sin\alpha, \quad y = r \sin\gamma \cos\alpha, \qquad z = r \cos\gamma, \tag{1}$$

$$x = h \cos\mu \sin\varepsilon, \quad y = h \sin\mu, \qquad z + r = h \cos\mu \cos\varepsilon, \tag{2}$$

$$\overline{SE} = 2r \cos\varepsilon, \quad h = \overline{SE} \cdot \cos\mu = 2r \cos\varepsilon \cos\mu, \tag{3}$$

also:

$$\left.\begin{aligned} x &= 2r \sin\varepsilon \cos\varepsilon \cos^2\mu, \\ y &= 2r \cos\varepsilon \sin\mu \cos\mu, \\ z + r &= 2r \cos^2\varepsilon \cos^2\mu. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

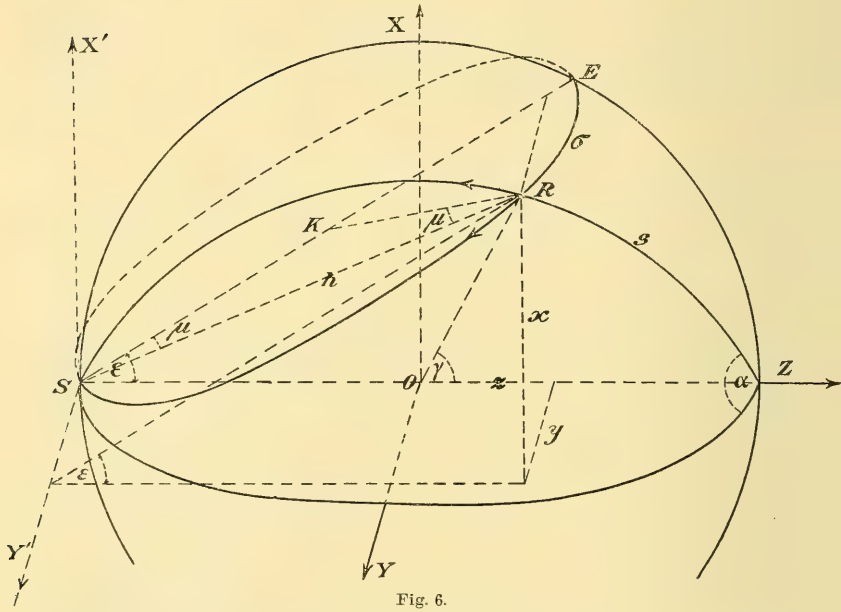


Fig. 6.

Das Gleichsetzen der Ausdrücke für dieselben Koordinaten ergibt:

$$\left.\begin{aligned} \sin\gamma \sin\alpha &= 2 \cos\varepsilon \cdot \sin\varepsilon \cos^2\mu, \\ \sin\gamma \cos\alpha &= 2 \cos\varepsilon \sin\mu \cos\mu, \\ 1 + \cos\gamma &= 2 \cos\varepsilon \cos\varepsilon \cos^2\mu. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Daraus folgen die später notwendigen Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned} tg\,\varepsilon &= \frac{\sin\gamma}{1 + \cos\gamma} \sin\alpha, \qquad \frac{1}{\cos^2\varepsilon} = 1 + \frac{\sin^2\alpha \sin^2\gamma}{(1 + \cos\gamma)^2}, \\ \sin 2\mu &= \frac{\sin\gamma \cos\alpha}{\cos\varepsilon}, \qquad \cos 2\mu = \frac{1 + \cos\gamma}{\cos^2\varepsilon} - 1. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Es sei nun der Bogen $\widehat{ER} = \sigma$, dessen Inkrement $d\sigma$ liegt längs der in R zum Kreise ERS gezogenen Tangente; da, wie sofort ersichtlich, der Winkel $\sphericalangle (KRS) = \mu$, und $d\sigma$ mit h den Winkel $\frac{1}{2}\pi - \mu$ bildet, so wird: $d\sigma = h\, d\mu : \cos\mu = 2r\cos\varepsilon \cdot d\mu$.

Man bildet demnach die Richtungskosinus von $d\sigma$, unter Berücksichtigung der in (4) explicite durch ε und μ ausgedrückten x, y, z:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{d\sigma} &= \frac{1}{2r\cos\varepsilon}\cdot\frac{dx}{d\mu} = -\sin\varepsilon\sin 2\mu, \\ \frac{dy}{d\sigma} &= \frac{1}{2r\cos\varepsilon}\cdot\frac{dy}{d\mu} = +\cos 2\mu, \\ \frac{dz}{d\sigma} &= \frac{1}{2r\cos\varepsilon}\cdot\frac{dz}{d\mu} = -\cos\varepsilon\sin 2\mu. \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Man drücke nun die rechtsseitigen Größen obiger Gleichungen mittels ihrer, oben in (6) durch α und γ dargestellten Werte aus, es wird

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{d\sigma} &= -\cos\alpha\sin\gamma\cdot\operatorname{tg}\varepsilon = -\frac{\sin\alpha\cos\alpha\sin^2\gamma}{1+\cos\gamma}, \\ \frac{dy}{d\sigma} &= (1+\cos\gamma)\left(1+\frac{\sin^2\alpha\sin^2\gamma}{(1+\cos\gamma)^2}\right) - 1 = \frac{\cos\gamma+\cos^2\gamma+\sin^2\alpha\sin^2\gamma}{1+\cos\gamma}, \\ \frac{dz}{d\sigma} &= -\cos\alpha\sin\gamma = -\frac{(1+\cos\gamma)\cos\alpha\sin\gamma}{1+\cos\gamma}. \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

Also sind die Schwingungskomponenten [§ 15, (6)]:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\frac{dx}{d\sigma}\sin\psi, \\ \eta &= \frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\frac{dy}{d\sigma}\sin\psi, \\ \zeta &= \frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\frac{dz}{d\sigma}\sin\psi, \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

das ist: die Schwingung im beliebigen Punkte $R(xyz)$ der Kugelfläche geht stets längs der Tangente desjenigen Kugelkreises ERS vor sich, der durch R geht und dessen Ebene $\overline{SY'}$ enthält.

Daß die Tangente mit dem durch R gehenden Meridian $\widehat{ZR}$ in R denselben Winkel α bildet, wie die YZ-Ebene mit demselben Meridian in Z, ist aber schon in § 15 (7), Fig. 5 erwiesen.

Zieht man daher eine Schar solcher Kreise $ERSE$ von $\varepsilon = \frac{1}{2}\pi$ bis $\varepsilon = -\frac{1}{2}\pi$ über die Kugelfläche: so schneidet der Meridian $ZRSZ$ alle diese Kreise unter demselben Winkel α; das System dieser Kreise drückt also die isogonale Art der gesetzmäßigen Verteilung der Schwingungsrichtungen an der Kugeloberfläche aus.

§ 17. Zweites, zum ersten orthogonales isogonales Oszillationssystem.

Man erhält sofort ein anderes, ebenfalls isogonales System, wenn man in den, in § 15 (1), (2), (3) komponierten zirkumaxialen und meridionalen Systemen die X- und die Y-Achse gegenseitig vertauscht.

Setzt man:

$$\left.\begin{aligned} \xi'_1 &= +\frac{A}{r}\cdot\frac{z}{r}\sin\psi, \\ \eta'_1 &= 0, \\ \zeta'_1 &= -\frac{A}{r}\cdot\frac{x}{r}\sin\psi, \end{aligned}\right\} \quad (1) \qquad \left.\begin{aligned} \xi'_2 &= +\frac{A}{r}\cdot\frac{y^2+z^2}{r^2}\sin\psi, \\ \eta'_2 &= -\frac{A}{r}\cdot\frac{xy}{r^2}\sin\psi, \\ \zeta'_2 &= -\frac{A}{r}\cdot\frac{xz}{r^2}\sin\psi, \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

so bedeutet $(\xi'_1\,\eta'_1\,\zeta'_1)$ ein um die Y-Achse symmetrisches, einfach-zirkumaxiales, $(\xi'_2\,\eta'_2\,\zeta'_2)$ ein um die X-Achse symmetrisches, einfach meridionales Oszillationssystem, deren Zusammensetzung ergibt:

$$\xi' = \xi'_1 + \xi'_2, \quad \eta' = \eta'_1 + \eta'_2, \quad \zeta' = \zeta'_1 + \zeta'_2,$$

also:

$$\left.\begin{aligned} \xi' &= +\frac{A}{r}\left(\frac{z}{r}+\frac{y^2+z^2}{r^2}\right)\sin\psi, \\ \eta' &= -\frac{A}{r}\cdot\frac{xy}{r^2}\sin\psi, \\ \zeta' &= -\frac{A}{r}\,\frac{x}{r}\left(1+\frac{z}{r}\right)\sin\psi, \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

oder, mittels α und γ ausgedrückt [§ 15, (5)]:

$$\left.\begin{aligned} \xi' &= +\frac{A}{r}\cdot(\cos\gamma+\cos^2\gamma+\cos^2\alpha\sin^2\gamma)\sin\psi, \\ \eta' &= -\frac{A}{r}\cdot\sin\alpha\cos\alpha\sin^2\gamma\sin\psi, \\ \zeta' &= -\frac{A}{r}\cdot\sin\alpha\sin\gamma\,(1+\cos\gamma)\sin\psi. \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Auch dieses Schwingungssystem ist stets senkrecht zu r, wie dies die einfache Multiplikation der ersteren Komponenten (3) mit $\frac{x}{r}, \frac{y}{r}, \frac{z}{r}$ und die Produktensumme ergibt.

Ebenso findet sich unmittelbar die Produktensumme der

Komponenten des ersten isogonalen Systemes ξ, η, ζ, [§ 15 (3)] mit den Komponenten ξ', η', ζ' proportional der Summe:

$$\frac{xy}{r^2}\left(\frac{z}{r}+\frac{y^2+z^2}{r^2}\right)+\left(\frac{z}{r}+\frac{x^2+z^2}{r^2}\right)\frac{xy}{r^2}-\frac{xy}{r^2}\left(1+\frac{z}{r}\right)^2=0, \quad (5)$$

das ist, in jedem Punkte R der Kugelfläche r sind die Schwingungen $(\xi\,\eta\,\zeta)$ und $(\xi'\,\eta'\,\zeta')$ stets transversal zu r und aufeinander orthogonal.

Also bilden die Schwingungsrichtungen von $(\xi'\,\eta'\,\zeta')$ der längs eines und desselben Meridians liegenden Punkte $R(xyz)$ mit diesem Meridian alle denselben Winkel $\alpha+\frac{1}{2}\pi$, wenn α wieder, wie in § 15 und 16, Fig. 5 und 6 den Winkel zwischen der Meridianebene $\widehat{ZR}$ und der YZ-Ebene bedeutet.

Es bildet demnach $(\xi'\,\eta'\,\xi')$ ein zu den durch die Z-Achse gehenden Meridianen ebenfalls isogonales Oszillationssystem, welches überall orthogonal zum Systeme $(\xi\,\eta\,\zeta)$ ist.

Die Schwingungen $(\xi'\,\eta'\,\zeta')$ der Punkte $R(xyz)$ der Kugelfläche r sind also längs solchen Kugelkreisen geordnet, die sämtlich die durch S gehende, zu X parallele Gerade SX' enthalten Fig. 6; dieses Kreissystem ist orthogonal zu dem durch SY' gehenden System von Kugelkreisen (§ 16).

Auch in diesem Falle ist die physikalische Darstellung des Systemes gleich derjenigen des vorigen Systemes § 15, vorletzte Alinea: vollführt nämlich eine starre Kugel vom Radius R rotatorische Schwingungen um die durch die Ruhelage ihres Mittelpunktes gehende Achse Y nach dem Gesetze $\frac{\lambda a}{2\pi R^2}\cdot\cos 2\pi\frac{t}{T}$, und dabei gleichzeitig translatorische geradlinige Schwingungen längs der durch dieselbe Ruhelage gehenden X-Achse nach dem Gesetz $b\cdot\sin 2\pi\frac{t}{T}$, so entsteht in größerer Entfernung von der erregenden Kugel das zweite isogonale Oszillationssystem, wenn bezüglich der Amplituden wie in § 15 (8), die Bedingung besteht

$$A=a\,R=\frac{3}{2}\,b\,R=A; \quad (6)$$

auch hier sind die Ebenen XZ und YZ Symmetrieebenen, jedoch, in einem, bezüglich des ersten Systemes (§ 15) vertauschten Sinne, und die Z-Achse ist auch hier eine ausgezeichnete Achse. —

§ 18. Andere Darstellung des isogonalen Oszillationssystemes: Zusammensetzung aus koaxialen, nichteinfachen zirkumaxialen und meridionalen Kugelwellen.

Die Entwicklungen der §§ 15, 16, 17 zeigten das erste isogonale Oszillationssystem als das Resultat der Zusammensetzung eines einfachen, um die X-Achse symmetrischen zirkumaxialen Systemes und eines einfachen, um die Y-Achse symmetrischen meridionalen Systemes; das zweite isogonale System entsteht, wenn die beiden zu komponierenden Systeme mit ihren Symmetrieachsen gegenseitig vertauscht und miteinander vereinigt werden. Es möge nun im folgenden gezeigt werden, daß die Übereinanderlagerung eines nicht einfachen zirkumaxialen und eines nicht einfachen meridionalen Systemes, die aber beide die Z-Achse als geometrische Achse besitzen, dasselbe erste, und bei passender Wahl der Amplituden auch das zweite isogonale Oszillationssystem ergibt.

1. Man beweist dies, indem man erkennt, daß die Richtungskosinus der linearen Oszillation in $R(xyz)$, nämlich von ϱ, die gleich sind derjenigen der Tangente des Kreises $\widehat{ER}$ an R, Fig. 6, auch folgendermaßen dargestellt werden können [§ 15 (5)]:

$$\frac{dx}{ds}\cos\alpha+\frac{dx}{dn}\sin\alpha,\quad \frac{dy}{ds}\cos\alpha+\frac{dy}{dn}\sin\alpha,\quad \frac{dz}{ds}\cos\alpha+\frac{dz}{dn}\sin\alpha; \tag{1}$$

man überzeugt sich davon, indem man die in α und γ ausgedrückten Quotienten (l. c.) substituiert und mit dem System § 16 (8) vergleicht:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{dx}{ds}\cos\alpha+\frac{dx}{dn}\sin\alpha &= \sin\alpha\cos\alpha\cos\gamma-\sin\alpha\cos\alpha = \\
&= -\frac{\sin\alpha\cos\alpha\sin^2\gamma}{1+\cos\gamma} = \frac{dx}{d\sigma},\\
\frac{dy}{ds}\cos\alpha+\frac{dy}{dn}\sin\alpha &= \cos^2\alpha\cos\gamma+\sin^2\alpha = \\
&= \frac{\cos\gamma+\cos^2\gamma+\sin^2\alpha\sin^2\gamma}{1+\cos\gamma} = \frac{dy}{d\sigma},\\
\frac{dz}{ds}\cos\alpha+\frac{dz}{dn}\sin\alpha &= -\sin\gamma\cos\alpha+0 = \\
&= -\frac{(1+\cos\gamma)\cos\alpha\sin\gamma}{1+\cos\gamma}\cdot = \frac{dz}{d\sigma}.
\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Demnach können nach § 16, (9) die Schwingungskomponenten geschrieben werden:

$$\left.\begin{aligned}\xi &= \frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\left(\frac{dx}{ds}\cos\alpha+\frac{dx}{dn}\sin\alpha\right)\sin\psi,\\ \eta &= \frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\left(\frac{dy}{ds}\cos\alpha+\frac{dy}{dn}\sin\alpha\right)\sin\psi,\\ \zeta &= \frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\left(\frac{dz}{ds}\cos\alpha+\frac{dz}{dn}\sin\alpha\right)\sin\psi.\end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Man kann also diese erste isogonale Oszillation als zusammengesetzt betrachten aus zwei Kugelwellen, deren eine längs den um die Z-Achse geschlagenen Parallelkreisen mit der Amplitude $\frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\sin\alpha$ und der Phase ψ, deren andere längs der die Achse Z enthaltenden Meridiane mit der Amplitude $\frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\cos\alpha$ und der Phase ψ vor sich geht.*

2. In ganz ähnlicher Weise läßt sich das zweite isogonale System zusammensetzen; man sieht nämlich sofort ein, daß die Richtungskosinus

$$\frac{dx}{ds}\sin\alpha-\frac{dx}{dn}\cos\alpha,\quad \frac{dy}{ds}\sin\alpha-\frac{dy}{dn}\cos\alpha,\quad \frac{dz}{ds}\sin\alpha-\frac{dz}{dn}\cos\alpha \quad (4)$$

zu einer Richtung gehören, die sowohl senkrecht zu r ist [§ 15, (5a)], als auch stets normal zu der, durch die Kosini (1) dieses Paragraphen festgesetzten Richtung, wie dies die Produktensumme aus (1) und (4) unter Beobachtung von § 15, (5a) sofort erweist.

Bildet man übrigens (4) direkt aus (5) des § 15, so wird unmittelbar

$$\left.\begin{aligned}\frac{dx}{ds}\sin\alpha-\frac{dx}{dn}\cos\alpha &= \sin^2\alpha\cos\gamma+\cos^2\alpha = \\ &= +\frac{\cos\gamma+\cos^2\gamma+\cos^2\alpha\sin^2\gamma}{1+\cos\gamma},\\ \frac{dy}{ds}\sin\alpha-\frac{dy}{dn}\cos\alpha &= \sin\alpha\cos\alpha\cos\gamma-\sin\alpha\cos\alpha = \\ &= -\frac{\sin\alpha\cos\alpha\sin^2\gamma}{1+\cos\gamma},\\ \frac{dz}{ds}\sin\alpha-\frac{dz}{dn}\cos\alpha &= -\sin\alpha\sin\gamma-0 = \\ &= -\frac{\sin\alpha\sin\gamma(1+\cos\gamma)}{1+\cos\gamma}.\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

* Es sei mir hier gestattet, zu bemerken, daß ich zuerst diese Art der Zusammensetzung fand, als ich das von mir experimentell festgestellte Gesetz der isogonalen Polarisation mittels Kombination einfacher Oszillationssysteme darzustellen versuchte.

Damit können also die Komponenten des zweiten isogonalen Systems [§ 17, (4)] geschrieben werden

$$\left.\begin{aligned} \xi' &= \frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\left(\frac{dx}{ds}\sin\alpha - \frac{dx}{dn}\cos\alpha\right)\sin\psi, \\ \eta' &= \frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\left(\frac{dy}{ds}\sin\alpha - \frac{dy}{dn}\cos\alpha\right)\sin\psi, \\ \zeta' &= \frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\left(\frac{dz}{ds}\sin\alpha - \frac{dz}{dn}\cos\alpha\right)\sin\psi. \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Man kann daher diese Oszillation als zusammengesetzt betrachten aus zwei Kugelwellen, deren eine längs den um die Z-Achse geschlagenen Parallelkreisen mit der Amplitude $\frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\cos\alpha$ und der Phase $-\psi$ oder $\pi+\psi$, deren andere längs den die Achse Z enthaltenden Meridianen mit der Amplitude $\frac{A}{r}(1+\cos\gamma)\sin\alpha$ und der Phase ψ Oszillationen erzeugt.

Indes muß bemerkt werden, daß die physikalische Erläuterung der in diesem Paragraphen gegebenen Zusammensetzung kompliziert und wenig wahrscheinlich erscheint, während die in den §§ 15—17 betrachtete Komponierung eine sehr einfache physikalische Bedeutung hat.

§ 19. Der elastische Elongations-(kinetische)Vektor und der zugehörige Torsions-(potentielle)Vektor bilden orthogonale, vertauschbare Richtungssysteme in der Kugelwelle. In großer Entfernung vom Erregungszentrum verschwindet der Einfluß seiner Form und seiner Oberflächenbedingungen; es bleibt nur der von der Art der Erregung bedingte Charakter des Lösungssystems.

I. Bezeichnen u, v, w die *doppelten* Werte der Komponenten der zu den elastischen Verrückungen gehörigen Torsion, so gilt für dieselben bekanntlich

$$u = \frac{\partial\zeta}{\partial y} - \frac{\partial\eta}{\partial z}, \quad v = \frac{\partial\xi}{\partial z} - \frac{\partial\zeta}{\partial x}, \quad w = \frac{\partial\eta}{\partial x} - \frac{\partial\xi}{\partial y}. \quad (0)$$

Man kann die Resultante der Verrückungskomponenten ξ, η, ζ den

kinetischen, diejenige der Rotationskomponenten u, v, w den potentiellen Vektor nennen.*

1. Geht man von den Ausdrücken des um die X-Achse symmetrischen einfach-zirkumaxialen Systemes aus [§ 14, (10)], indem man dort $aR = A$ setzt:

$$\left.\begin{aligned} U &= \frac{\lambda}{2\pi}\cdot\frac{A}{r}\cos\psi, \quad \psi = 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda}\right);\\ \xi = 0, \quad \eta &= +\frac{A}{r}\cdot\frac{z}{r}\sin\psi, \quad \zeta = -\frac{A}{r}\cdot\frac{y}{r}\sin\psi, \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

und bildet deren Differentialquotienten, indem man r/λ als sehr groß ansetzt und die Glieder höherer Ordnung vernachlässigt, so findet man aus (1) und (0)

$$\left.\begin{aligned} u &= +\frac{A}{r}\cdot\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{y^2+z^2}{r^2}\cos\psi,\\ v &= -\frac{A}{r}\cdot\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{xy}{r^2}\cos\psi,\\ w &= -\frac{A}{r}\cdot\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{xz}{r^2}\cos\psi. \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Dies ist aber ein einfach-meridionales, einfach-harmonisches Vektorensystem, welches um die X-Achse Symmetrie besitzt und zum ursprünglichen zirkumaxialen System (1) orthogonal ist; dieser Typus kam oben vor [§ 17, (2)].

2. Geht man von den Ausdrücken des um die Y-Achse symmetrischen einfach-meridionalen Oszillationssystems aus [§ 14, (20)], indem man dort $\frac{3}{2}Rb = A$ setzt:

$$\left.\begin{aligned} P &= \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2\cdot\frac{A}{r}\sin\psi, \quad \psi = 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda}\right);\\ \xi = -\frac{A}{r}\cdot\frac{xy}{r^2}\sin\psi, \quad \eta &= +\frac{A}{r}\cdot\frac{x^2+z^2}{r^2}\sin\psi, \quad \zeta = -\frac{A}{r}\cdot\frac{zy}{r^2}\sin\psi; \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

und bildet die Differentialquotienten in obiger Annäherung, so wird ebenfalls aus (3) und (0)

$$\left.\begin{aligned} u &= +\frac{A}{r}\cdot\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{z}{r}\cos\psi,\\ v &= 0,\\ w &= -\frac{A}{r}\cdot\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{x}{r}\cos\psi. \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

* Man sehe z. B. P. Drude, Physik des Äthers auf elektromagnetischer Grundlage p. 499, Stuttgart 1894.

Dies ist wieder ein einfach-zirkumaxiales, einfach-harmonisches Vektorensystem, dessen Symmetrieachse ebenfalls die Y-Achse ist; dasselbe ist orthogonal zum ursprünglichen meridionalen System (3); auch dieser Typus kam schon vor [§ 17, (1)].

3. Geht man von den Ausdrücken desjenigen einfach-isogonalen Oszillationssystemes aus, welches aus der Summe der unter (1) und (3) angesetzten beiden Systeme entsteht, wie schon früher dargestellt, [§ 15, (3)]:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= -\frac{A}{r}\cdot\frac{xy}{r^2}\sin\psi, \\ \eta &= +\frac{A}{r}\cdot\left(\frac{z}{r}+\frac{x^2+z^2}{r^2}\right)\sin\psi, \\ \zeta &= -\frac{A}{r}\cdot\frac{y}{r}\left(1+\frac{z}{r}\right)\sin\psi, \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

so findet man natürlich als den doppelten Wert der Drehungen die Summe der hier unter (2) und (4) gefundenen Werte, also den schon früher gebildeten Typus [§ 17, (3)]:

$$\left.\begin{aligned} u &= +\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{A}{r}\left(\frac{z}{r}+\frac{y^2+z^2}{r^2}\right)\cos\psi, \\ v &= -\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{A}{r}\cdot\frac{xy}{r^2}\cos\psi, \\ w &= -\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{A}{r}\cdot\frac{x}{r}\left(1+\frac{z}{r}\right)\cos\psi. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Dies ist aber ebenfalls ein einfach-isogonales, jedoch zum ersten isogonalen System (5) ebenfalls orthogonales, einfach-harmonisches Vektorensystem.

4. Wäre man, wie in § 17, ursprünglich von den zweiten einfachen Oszillationssystemen ausgegangen, nämlich von dem, um die Y-Achse symmetrischen zirkumaxialen $\xi_1'\,\eta_1'\,\zeta_1'$, von dem um die X-Achse symmetrischen meridionalen $\xi_2'\,\eta_2'\,\zeta_2'$ und von dem aus deren Summe entstandenen isogonalen System $\xi'\,\eta'\,\zeta'$, so hätte man für die Drehungskomponenten der Reihe nach das erste meridionale, das erste zirkumaxiale und das erste isogonale Vektorensystem erhalten, also die Typen (1), (2), (3) des § 15.

In allen diesen Fällen bildet das jeweilige elastische Verrückungssystem (kinetische Vektorensystem) und das zugehörige Drehungssystem (potentielle Vektorensystem) zueinander orthogonale Richtungssysteme auf der Kugelfläche r.

Würde man aus u, v, w in derselben Weise einen neuen Vektor bilden wie u, v, w aus ξ, η, ζ gebildet wurden, so hätte man, da

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0,$$

unmittelbar

$$\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} = -\nabla^2 \xi = -\left(\frac{T}{\lambda}\right)^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = +\left(\frac{4\pi}{\lambda}\right)^2 \xi \text{ u. s. f.};$$

man erhielte in dieser Weise wieder den Typus des jeweiligen ursprünglichen Elongationssystemes $\xi\, \eta\, \zeta$.

II. Man bemerkt hier sofort, daß in den Ausdrücken (1), (2); (3), (4); (5), (6) dieses Paragraphen keine Eigenschaft der Form und der Oberflächenbedingungen der erregenden kleinen Kugel auftritt; daß diese Vektoren nach den geltenden Regeln ohne weiteres aus den hier in (1) und (3) für U und P angesetzten Formen dargestellt werden können, ohne daß man über die Form und die Oberflächenbedingungen des sehr kleinen Erregungskörperchens nähere Voraussetzungen macht, oder überhaupt solche hier nötig hätte. Wohl aber bedeutet die Wahl von U in (1), daß das Erregungszentrum einfach-rotatorische, die Wahl von P in (3), daß dasselbe einfach-translatorische Oszillationen vollführt; dadurch ist auch der jeweilige Typus des Lösungssystemes bestimmt, welches die zugehörigen charakteristischen Vektorensysteme ergibt. —

§ 20. Energieverhältnisse der elastischen Kugelwellen.

Die auf die Volumeinheit bezogene Energie eines oszillierenden Mediums, die „Energiedichte", ist bekanntlich

$$\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\partial \xi}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t}\right)^2\right\} + \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda}{T}\right)^2 \{u^2 + v^2 + w^2\}, \qquad (1)$$

wobei das erste Glied den kinetischen, das zweite den potentiellen Teil dieser Energie bildet.*

Eine leichte Rechnung zeigt, daß für jedes System unserer Kugelwellen die beiden Teile dieser Energie in allen Punkten des Mediums, für welche der Wert r/λ sehr groß ist, einander gleich

* Man vgl. z. B. W. Voigt, Kompendium der theoretischen Physik, Bd. II, p. 560—562, Leipzig 1896.

sind; für die unter Punkt 1. und 2. des § 19 erwähnten Systeme folgt diese Gleichheit sofort, für die unter 3. erwähnten unter Beobachtung der Gleichheit:

$$\left.\begin{aligned}\left(\frac{xy}{r^2}\right)^2+\left(\frac{z}{r}+\frac{x^2+z^2}{r^2}\right)^2+\frac{y^2}{r^2}\left(1+\frac{z}{r}\right)^2&=\left(1+\frac{z}{r}\right)^2=\\ =\left(\frac{z}{r}+\frac{y^2+z^2}{r^2}\right)^2+\left(\frac{xy}{r^2}\right)^2+\frac{x^2}{r^2}\left(1+\frac{z}{r}\right)^2&.\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Nun wollen wir uns mit der Energie des sekundären Erregungsraumes beschäftigen und dabei den einfachsten Fall annehmen, daß die in diesen Raum einfallende Oszillation einem linear-polarisierten ebenen Wellenzuge angehöre, dessen Fortpflanzungsrichtung in der positiven Z-Achse, dessen Schwingung längs der Y-Achse liege.

Im Punkte $x_0 y_0 z_0$ dieses Erregungsraumes gilt also

$$\xi_0 = 0, \quad \eta_0 = A_0 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z_0}{\lambda}\right), \quad \zeta_0 = 0, \tag{3a}$$

$$\left.\begin{aligned} u_0 &= \frac{\partial \xi_0}{\partial y_0}-\frac{\partial \eta_0}{\partial z_0} = +A_0\cdot\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z_0}{\lambda}\right),\\ v_0 &= \frac{\partial \xi_0}{\partial z_0}-\frac{\partial \zeta_0}{\partial x_0} = 0,\\ w_0 &= \frac{\partial \eta_0}{\partial x_0}-\frac{\partial \xi_0}{\partial y_0} = 0.\end{aligned}\right\} \tag{3b}$$

Die beiden Arten der Energie haben hier den gleichen Wert:

$$\frac{1}{2}A_0^2\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\cos^2 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{z_0}{\lambda}\right). \tag{4}$$

Setzt man in diesen Ausdrücken $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $z_0 = 0$, so gelten dieselben für ein Volumteilchen um den Anfangspunkt $r = 0$.

Würde man nun eine sehr kleine Kugel vom Radius R als dieses Volumteilchen annehmen, so würde dieselbe also infolge des einfallenden Wellenzuges erstens eine geradlinige einfach-harmonische Schwingung längs der Y-Achse nach dem Gesetze in (3a):

$$\eta_0 = A_0 \sin 2\pi\frac{t}{T}, \tag{5}$$

und zweitens eine rotatorische einfach-harmonische Schwingung um die X-Achse nach dem Gesetze (3b):

$$\frac{1}{2}u_0 = A_0\cdot\frac{\pi}{\lambda}\cdot\cos 2\pi\frac{t}{T} \tag{6}$$

ausführen.

Würde man ferner diese Kugel als sekundären Erregungskörper betrachten, so würde nach § 14 und 15 ihre Rotation und Translation bei großen λ/R und r/λ gleichzeitig ein einfach-zirkumaxiales und ein einfach-meridionales Oszillationssystem erzeugen, deren Symmetrieachsen die X, bezüglich die Y-Achse sind.

Diese Systeme bilden zusammen nur unter der Bedingung ein isogonales System, wenn nach § 15, (8) die lineare Amplitude der Translation, nämlich b, und die Winkelamplitude der Rotation der Kugel R, nämlich $\frac{\lambda a}{2\pi R^2}$ miteinander in solchem Verhältnis stehen, daß $b = \frac{2}{3} a$, also daß

$$b : \frac{a\lambda}{2\pi R^2} = \frac{2}{3} a : \frac{a\lambda}{2\pi R^2} = \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{R^2}{\lambda}; \qquad (7\,\text{a})$$

hingegen ist bei der gegenwärtigen, vom äußern Wellenzug eingeprägten Bewegung der Kugel nach (5) und (6) dies Verhältnis:

$$A_0 : A_0 \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\lambda}{\pi}. \qquad (7)$$

Die beiden Verhältnisse (7a) und (7) sind im allgemeinen einander nicht gleich; demnach würde diese letztere, mittels (5) und (6) dargestellte erzwungene Bewegung der Kugel in größerer Entfernung keine isogonale Kugelwelle erzeugen.

Wollte man aber über den kleinen Kugelradius R so disponieren, daß durch dessen Wert die beiden Verhältnisse (7a) und (7) gleich würden, so wäre

$$\frac{4\pi}{3} \cdot \frac{R^2}{\lambda} = \frac{\lambda}{\pi}, \quad \text{also} \quad R = \lambda \frac{\sqrt{3}}{2\pi}; \qquad (7\,\text{b})$$

mithin R und λ von gleicher Größenordnung; dies wäre aber in Widerspruch mit der früher gemachten Annahme, daß nämlich R/λ sehr klein sei, unter welcher die physikalische Darstellung unserer isogonalen Systeme auf elastischer Grundlage zulässig ist.

Man findet nämlich für den Fall, daß R und λ gleicher Größenordnung sind, daß bei sehr großem r/λ die Phasen in den Ausdrücken (9) des § 14 den Wert $\psi + \text{arctg}\, \frac{1}{2R} \cdot \frac{\lambda}{\pi}$ haben, und also (9) nicht in (10) übergehen. Hingegen gehen bei demselben Fall in Abschnitt II des § 14 die Ausdrücke (15) bei Beachtung von (16a) und (16b) genau in die Annäherung (20) über.

Es haben also unter der Voraussetzung (7 b) die zirkumaxialen und die meridionalen Vektoren nicht gleiche Phasen, dies ist aber wie in (3) des § 15 notwendig, um aus diesen Systemen das isogonale System bilden zu können.

Indes ist es fraglich, ob die Vorgänge im Erregungsraume sich so einfach abspielen wie sie hier vorausgesetzt wurden (vgl. folgenden Paragraph).

§ 21. Darstellung des isogonalen Systemes unter der Voraussetzung der Gleichheit der Energien der von der translatorischen und von der rotatorischen Oszillation der linear-polarisierten einfallenden Welle erzeugten Oszillationssysteme.

Die am Ende des § 20 erwähnte Schwierigkeit läßt sich durch einfache Betrachtungen allgemeiner Art vermeiden, indem man nämlich von den uns unbekannten Vorgängen im sekundären Erregungsraum nur das voraussetzt, daß sie aus einfachen linear-polarisierten elastischen Schwingungen bestehen, die jedem Volumelement des Erregungsraumes eine unter sich parallele lineare translatorische und eine unter sich parallelachsige rotatorische einfach-harmonische Oszillation erteilt; die Richtung der translatorischen und die Achse der rotatorischen Oszillation sind naturgemäß aufeinander stets senkrecht und liegen in der einfallenden Wellenebene.

Man darf wohl mit der größten Wahrscheinlichkeit behaupten, daß jedes dieser Volumelemente im allgemeinen als eine erregende Kugel betrachtet werden kann; es erzeugt somit jedes erregende Massenelement in größerer Entfernung vom Erregungsraume infolge seiner rotatorischen Schwingung ein einfach-zirkumaxiales, infolge seiner translatorischen Schwingung ein einfach-meridionales Oszillationssystem.

Hat nun der Erregungsraum im Verhältnis zu r geringe Dimensionen, wie dies bei Lichtbeugung durch eine Öffnung stets der Fall ist, so ist sofort einleuchtend, daß die Resultante der aus den einzelnen sekundären Erregungselementen hervorgerufenen Zustände ein einfach-zirkumaxiales und ein einfach-meridionales

Oszillationssystem vom selben Typus ist, wie die durch ein einzelnes Element erzeugten Systeme.

Man darf daher ansetzen:

1. Die vom einfallenden Wellenzuge im sekundären Erregungsraume hervorgerufene elastische torsionale Schwingung erzeugt an Stellen, die vom Erregungsorte genügend weit sind, [nach § 14, (10); § 19, (1), (2)] ein einfach-zirkumaxiales Oszillationssystem, dessen lineare Komponenten:

$$\xi_{'} = 0, \quad \eta_{'} = + \frac{A}{r} \cdot \frac{z}{r} \sin \psi, \quad \zeta_{'} = - \frac{A}{r} \cdot \frac{y}{r} \sin \psi, \qquad (1a)$$

dessen doppelte torsionale Komponenten:

$$\left.\begin{aligned} u_{'} &= + \frac{kA}{r} \cdot \frac{y^2+z^2}{r^2} \cos \psi, \\ v_{'} &= - \frac{kA}{r} \cdot \frac{xy}{r^2} \cos \psi, \\ w_{'} &= - \frac{kA}{r} \cdot \frac{xz}{r^2} \cos \psi, \end{aligned}\right\} \qquad (1b)$$

wobei, wie im § 19

$$\psi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right), \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

2. Die vom selben einfallenden Wellenzug im sekundären Erregungsraume hervorgerufene elastische lineare Schwingung erzeugt an Stellen, die vom Erregungsorte genügend weit sind [nach § 14, (20); § 19, (3), (4)], ein einfach-meridionales Oszillationssystem, dessen lineare Komponenten:

$$\left.\begin{aligned} \xi_{''} &= - \frac{B}{r} \cdot \frac{xy}{r^2} \cdot \sin \psi, \\ \eta_{''} &= + \frac{B}{r} \cdot \frac{x^2+z^2}{r^2} \sin \psi, \\ \zeta_{''} &= - \frac{B}{r} \cdot \frac{zy}{r^2} \cdot \sin \psi, \end{aligned}\right\} \qquad (2a)$$

dessen doppelte torsionale Komponenten:

$$u_{''} = + \frac{kB}{r} \cdot \frac{z}{r} \cos \psi, \quad v_{''} = 0, \quad w_{''} = - \frac{kB}{r} \cdot \frac{x}{r} \cos \psi. \qquad (2b)$$

Die Amplituden A und B seien vorläufig in unbestimmtem Verhältnis zueinander.

Man bilde nun die Energien der beiden Oszillations-

systeme für die ganze Kugelfläche r und setze dieselben einander gleich. Damit ist ausgesprochen, daß die kinetische und die potentielle Energie der einfallenden Welle, die doch stets einander gleich sind, je für sich ein System von Oszillationen erzeugen, deren Energien ebenfalls einander gleich sind; daraus findet man, wie sofort gezeigt wird: $A = B$, und dann bedeutet: $\xi_r + \xi_{r'}$, $\eta_r + \eta_{r'}$, $\zeta_r + \zeta_{r'}$ das isogonale Vektorensystem der Elongationen, $u_r + u_{r'}$, $v_r + v_{r'}$, $w_r + w_{r'}$ das zu ersterem orthogonale, ebenfalls isogonale Vektorensystem der Torsionen.

1. Man hat aus (1a) und (1b) für die Volumeinheit:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\partial \xi_r}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta_r}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta_r}{\partial t}\right)^2\right\} + \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda}{T}\right)^2 \left\{u_r^2 + v_r^2 + w_r^2\right\} = \\ &\qquad = 2 \cdot \frac{1}{2} \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{A^2}{r^2} \cdot \frac{y^2+z^2}{r^2} \cos^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right). \end{aligned}\right\} \quad (1c)$$

Bezieht man den Ausdruck auf die Kugelschale vom großen Radius r, und von der Dicke dr, so wird die in dieser Kugelschicht vorhandene ganze Energie des Systemes unter 1:

$$E_r\, dr = \int_f \frac{4\pi^2}{T^2} \frac{A^2}{r^2}\, dr \frac{y^2+z^2}{r^2} \cos^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right) df_r, \qquad (1d)$$

wobei df eine um die X-Achse liegende Elementarzone der Kugelfläche bedeutet.

Setzt man

$$\cos \vartheta_r = \frac{x}{r},$$

dann wird

$$\sin^2 \vartheta_r = \frac{y^2+z^2}{r^2}, \quad df_r = 2\pi r^2 \sin \vartheta_r\, d\vartheta_r,$$

und die Energie

$$E_r\, dr = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot 2\pi A^2 dr \cdot \cos^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right) \int_0^\pi (1 - \cos^2 \vartheta_r) \sin \vartheta_r\, d\vartheta_r,$$

also:

$$E_r\, dr = \frac{32\pi^3}{3T^2} \cdot A^2 \cos^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right) dr. \qquad (1e)$$

2. Man hat aus (2a) und (2b) für das Volumenelement:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\partial \xi_{r'}}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta_{r'}}{dt}\right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta_{r'}}{\partial t}\right)^2\right\} + \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda}{T}\right)^2 \left\{u_{r'}^2 + v_{r'}^2 + w_{r'}^2\right\} = \\ &\qquad = 2\,\frac{1}{2} \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{B^2}{r^2} \cdot \frac{x^2+z^2}{r^2} \cos^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right). \end{aligned}\right\} \quad (2c)$$

Bezieht man auch hier diesen Ausdruck auf die obige Kugelschale, so wird die ganze Energie des Systemes unter 2.:

$$E_{,,}\,dr = \int_f \frac{4\pi^2}{T^2}\cdot\frac{B^2}{r^2}\,dr\cdot\frac{x^2+z^2}{r^2}\cos^2 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda}\right)df_{,,}\cdot \qquad (2\,\mathrm{d})$$

Setzt man hier

$$\cos\vartheta_{,,} = \frac{y}{r},$$

dann ist

$$\sin^2\vartheta_{,,} = \frac{x^2+z^2}{r^2}, \qquad df_{,,} = 2\pi r^2 \sin\vartheta_{,,}\,d\vartheta_{,,},$$

also wird

$$E_{,,}\,dr = \frac{32\pi^3}{3\,T^2}\cdot B^2\cos^2 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda}\right)dr\cdot \qquad (2\,\mathrm{e})$$

Nimmt man nun an, daß die Energien (1e) und (2e), die aus den einander gleichwertigen Teilen der Energie der einfallenden Welle, nämlich aus deren potentieller (rotatorischer) und aus deren kinetischer (translatorischer) Energie entstanden, ebenfalls einander gleich sind, und diese Annahme dürfte doch sehr wahrscheinlich sein, dann wird unmittelbar $A = B$. Es sind aber dann, wie in § 15, 16, 17 ausführlich dargelegt wurde, $\xi_{,}+\xi_{,,}$, $\eta_{,}+\eta_{,,}$, $\zeta_{,}+\zeta_{,,}$ und $u_{,}+u_{,,}$, $v_{,}+v_{,,}$, $w_{,}+w_{,,}$ zwei zueinander orthogonale, isogonale Vektorensysteme, welche in dieser Weise von der einfallenden, linearpolarisierten Welle erzeugt werden.

Dieser theoretische Satz erhält eine wichtige Bedeutung durch den Umstand, daß die Beobachtung die vollständige Geltung des Gesetzes der isogonalen Polarisation für den Fall feststellt, wenn linearpolarisiertes Licht normal zu den beugenden Öffnungen eines Glasgitters fällt und entweder von der beugenden Fläche unmittelbar in Luft reflektiert-gebeugt wird, oder durch diese Fläche hindurch unmittelbar in Luft gebrochen-gebeugt wird (vgl. § 65, 66 u. 78 dieser Arbeit).

Ja, dieses Gesetz hat selbst dann noch allgemein Geltung, wenn das einfallende linearpolarisierte Licht unter beliebigem Winkel auf die beugenden Öffnungen auftrifft, dessen Polarisationsebene jedoch in der Einfallsebene liegt und die Beugung wie oben stattfindet (vgl. § 54, 55, 56, 61, 64, 69 u. 80).

2. Darstellung der Kugelwellensysteme auf elektromagnetischer Grundlage.

§ 22. Allgemeines über elektromagnetische Störungen und Wellen.

Im folgenden sollen die bisher auf elastischer Grundlage betrachteten Kugelwellen (§ 14—21) mittels der elektromagnetischen Auffassung dargestellt werden; dabei beschränken wir uns auf die notwendigsten Entwicklungen und schließen uns auch hier selbst bei Behandlung schon bekannter Beziehungen keiner der in der Literatur vorfindlichen Darlegungen ganz an*, gehen jedoch bei Aufstellung neuer Kombinationen wo dies geboten erscheint, über deren Grenzen weit hinaus.

Bezeichnungen und Grundgleichungen. Es seien:

X, Y, Z die Komponenten der auf die positive elektrische Einheit wirkenden elektrischen Kraft,

$\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{Z}$ die Komponenten der elektrischen Polarisation (des elektrischen Momentes),

---

* Man sehe z. B. Lord Rayleigh: On the electromagnetic theory of light. *Philosophical Magazine* (5), vol. XII, p. 81—101, London 1881. H. A. Rowland: On the propagation of an arbitrary electro-magnetic disturbance, on spherical waves of light, and the dynamical theory of diffraction. *Philosophical Magazine.* (5). Vol. XVII, p. 413—437, London 1884; *American Journal of Mathematics,* Vol. 6, p. 359—381, 1883. H. Hertz: Gesammelte Werke, Bd. II, Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen Kraft. Nr. 9: (1888) Die Kräfte elektrischer Schwingungen, behandelt nach der Maxwellschen Theorie; p. 147—170, Leipzig 1894. H. Poincaré: Les oscillations électriques, § 45, p. 85—92, Paris 1894. W. Voigt: Kompendium der theoretischen Physik, Bd. II, p. 452—457; Leipzig 1896. A. G. Webster: Treatise on Electricity and Magnetism, § 252. p. 527—531, London 1897. H. v. Helmholtz: Vorlesungen über die elektromagnetische Theorie des Lichtes (herausgegeben von A. König und C. Runge), § 35—37, p. 121—131, Hamburg und Leipzig 1897. Ch. E. Curry, A peculiar class of waves, Festschrift, Ludwig Boltzmann gewidmet, p. 282—286, Leipzig 1904. A. Garbasso, Vorlesungen über theoretische Spektroskopie, p. 93—98, Leipzig 1906. M. Plank, Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung, p. 100—128, Leipzig 1906.

L, M, N die Komponenten der auf die positive magnetische Einheit wirkenden magnetischen Kraft,

$\mathfrak{L}, \mathfrak{M}, \mathfrak{N}$ die Komponenten der magnetischen Polarisation (des magnetischen Momentes),

ε die dielektrische Konstante
μ die magnetische Konstante
} des homogenen, isotropen Mediums,

$c = 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ = Verhältnis der elektromagnetischen Einheit der Elektrizität zur elektrostatischen.

Dann gelten, für jeden (xyz) Punkt eines ruhenden, homogenen, isotropen, dielektrisch-magnetischen Mediums die Gleichungen und Beziehungen

$$\left.\begin{aligned} \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial X}{\partial t} &= \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}, \\ \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial Y}{\partial t} &= \frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x}, \\ \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial Z}{\partial t} &= \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y}, \end{aligned}\right\} \quad (1) \qquad \left.\begin{aligned} -\frac{\mu}{c}\frac{\partial L}{\partial t} &= \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}, \\ -\frac{\mu}{c}\frac{\partial M}{\partial t} &= \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x}, \\ -\frac{\mu}{c}\frac{\partial N}{\partial t} &= \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}, \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

$$\mathfrak{X} = \frac{\varepsilon}{4\pi} X, \quad \mathfrak{Y} = \frac{\varepsilon}{4\pi} Y, \quad \mathfrak{Z} = \frac{\varepsilon}{4\pi} Z, \qquad (3)$$

$$\mathfrak{L} = \frac{\mu}{4\pi} L, \quad \mathfrak{M} = \frac{\mu}{4\pi} M, \quad \mathfrak{N} = \frac{\mu}{4\pi} N. \qquad (4)$$

Hierzu treten noch die durch Differentiierung und Addierung der ersten zwei Systeme erhaltenen Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial t} &= \frac{\varepsilon}{4\pi} \cdot \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}\right) = 0, \\ \frac{\partial \mathfrak{j}}{\partial t} &= \frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial M}{\partial y} + \frac{\partial N}{\partial z}\right) = 0, \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

welche aussagen, daß die räumliche Dichte der elektrischen und magnetischen Quanta, nämlich σ und $\mathfrak{j}$ von der Zeit unabhängig sind.

Für elektromagnetische, zeitlich-periodische Störungen müßte σ und $\mathfrak{j}$ ebenfalls zeitlich-periodisch sein; diese Forderung mit obigen Gleichungen (5) verbunden ergibt:

$$\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = 0, \text{ oder: } \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial z} = 0, \qquad (6)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial M}{\partial y} + \frac{\partial N}{\partial z} = 0, \quad \text{oder:} \quad \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial z} = 0, \tag{7}$$

schließlich mögen alle elektrischen und magnetischen Kräfte (also auch die gleichnamigen Momente) der allgemeinen Wellengleichung genügen

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{c^2}{\varepsilon \mu} \cdot \nabla^2 U, \quad \text{wobei} \quad \frac{\lambda}{T} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}. \tag{8}$$

§ 23. Die elektrischen Störungen seien gegeben. Einfacher Fall: meridionale elektrische und damit verbundene zirkumaxiale magnetische Kugelwelle.

I. Allgemeine Form der Lösungen.

In diesem Falle dient das System [§ 22, (8), (6)]:

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{X}}{\partial t^2} = \frac{\lambda^2}{T^2} \nabla^2 \mathfrak{X}, \quad \frac{\partial^2 \mathfrak{Y}}{\partial t^2} = \frac{\lambda^2}{T^2} \nabla^2 \mathfrak{Y}, \quad \frac{\partial^2 \mathfrak{Z}}{\partial t^2} = \frac{\lambda^2}{T^2} \nabla^2 \mathfrak{Z}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial z} = 0 \tag{2}$$

als Grundlage und Ausgangsbeziehungen; man kann deren Lösung in der Form schreiben:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{X}}{\varepsilon} &= \frac{\partial D}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z}, \\ \frac{\mathfrak{Y}}{\varepsilon} &= \frac{\partial D}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x}, \\ \frac{\mathfrak{Z}}{\varepsilon} &= \frac{\partial D}{\partial z} + \frac{\partial G}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y}, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

wenn dabei F, G, H der allgemeinen Wellengleichung [§ 22, (8)], D der Bedingung

$$\nabla^2 D = 0 \tag{4}$$

genügt; außerdem, weil die vier Funktionen F, G, H, D zur Bestimmung von $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ zuviel sind, mögen die ersteren drei noch der Bedingung

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = 0 \tag{5}$$

unterworfen sein; dadurch ändern sich die oben (3) ausgedrückten Werte von $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ nicht.*

* Siehe z. B. H. v. Helmholtz l. c. p. 55, Fußnote des § 22 dieser Schrift.

Betrachtet man demnach F, G, H, D als gegeben, so bestimmen sich aus ihnen nicht nur $\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{Z}$ aus obigem Ansatze (3) ebenso wie aus § 22, (3) $X = \frac{4\pi}{\varepsilon}\mathfrak{X}$ usw.; sondern auch die durch die elektrischen Störungen erregten magnetischen Kräfte und Polarisationen L, M, N und $\mathfrak{L}, \mathfrak{M}, \mathfrak{N}$ aus dem zweiten Gleichungssystem des vorigen Paragraphen, da man daraus und aus (3) hat:

$$-\frac{\mu}{c}\cdot\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{4\pi}{\varepsilon}\left(\frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial z}\right) = 4\pi\cdot\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z}\right) - 4\pi\nabla^2 F,$$

also:

$$\frac{\mu}{c}\cdot\frac{\partial L}{\partial t} = 4\pi\cdot\nabla^2 F = 4\pi\frac{\varepsilon\mu}{c^2}\cdot\frac{\partial^2 F}{\partial t^2},$$

demnach

$$L = 4\pi\frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial F}{\partial t} + \text{eine Funktion der Koordinaten.}$$

Letztere spielt indessen bei zeitlich-periodischen Störungen keine Rolle, also ist

$$\left.\begin{aligned}\frac{\mathfrak{X}}{\varepsilon} &= \frac{X}{4\pi} = \frac{\partial D}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z},\\ \frac{\mathfrak{Y}}{\varepsilon} &= \frac{Y}{4\pi} = \frac{\partial D}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x},\\ \frac{\mathfrak{Z}}{\varepsilon} &= \frac{Z}{4\pi} = \frac{\partial D}{\partial z} + \frac{\partial G}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y},\end{aligned}\right\} \quad (6) \qquad \left.\begin{aligned}\frac{\mathfrak{L}}{\mu} &= \frac{L}{4\pi} = \frac{\varepsilon}{c}\cdot\frac{\partial F}{\partial t},\\ \frac{\mathfrak{M}}{\mu} &= \frac{M}{4\pi} = \frac{\varepsilon}{c}\cdot\frac{\partial G}{\partial t},\\ \frac{\mathfrak{N}}{\mu} &= \frac{N}{4\pi} = \frac{\varepsilon}{c}\cdot\frac{\partial H}{\partial t},\end{aligned}\right\} \quad (7)$$

das System der Lösung bei mittels F, G, H, D gegebenen periodischen elektrischen Störungen.

II. Einfacher Fall: Um die Y-Achse symmetrische Kugelwellen.

Man findet ein einfaches, zur Y-Achse symmetrisches Lösungssystem für (1), (2), (6), (7) durch den Ansatz

$$F = -\frac{\partial \Phi}{\partial z}, \quad G = 0, \quad H = +\frac{\partial \Phi}{\partial x}; \qquad D = +\frac{\partial \Psi}{\partial y}, \qquad (8)$$

wobei Φ und Ψ als den Gleichungen genügend vorausgesetzt werden:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \frac{c^2}{\varepsilon\mu}\nabla^2\Phi, \qquad \nabla^2\Psi = 0. \qquad (9)$$

Damit erhält man sofort aus (6) und (7):

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{X}}{\varepsilon} &= +\frac{\partial^2(\Phi+\Psi)}{\partial x\,\partial y}, \\ \frac{\mathfrak{Y}}{\varepsilon} &= -\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}, \\ \frac{\mathfrak{Z}}{\varepsilon} &= +\frac{\partial^2(\Phi+\Psi)}{\partial z\,\partial y}, \end{aligned}\right\} \quad (10) \qquad \left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{L}}{\mu} &= -\frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial^2\Phi}{\partial z\,\partial t}, \\ \frac{\mathfrak{M}}{\mu} &= 0, \\ \frac{\mathfrak{N}}{\mu} &= +\frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\,\partial t}. \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

Für Kugelwellen kann Φ und Ψ nur von $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$ und von t abhängen; eine leichte Rechnung ergibt, genau wie in § 14, Abschnitt II:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{X}}{\varepsilon} &= +\frac{xy}{r^2}S, \\ \frac{\mathfrak{Y}}{\varepsilon} &= -\frac{x^2+z^2}{r^2}S - E, \\ \frac{\mathfrak{Z}}{\varepsilon} &= +\frac{zy}{r^2}S, \end{aligned}\right\} \quad (12) \qquad \left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{L}}{\mu} &= -\frac{z}{r}\cdot\frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial^2\Phi}{\partial r\,\partial t}, \\ \frac{\mathfrak{M}}{\mu} &= 0, \\ \frac{\mathfrak{N}}{\mu} &= +\frac{x}{r}\cdot\frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial^2\Phi}{\partial r\,\partial t}, \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

wobei

$$S = \frac{\partial^2(\Phi+\Psi)}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial(\Phi+\Psi)}{\partial r}, \qquad E = \frac{2}{r}\cdot\frac{\partial\Phi}{\partial r} - \frac{\partial^2\Psi}{\partial r^2}. \quad (14)$$

Die Richtungen der angeschriebenen Momente (also auch diejenigen der gleichnamigen Kräfte) zeigen die Beziehungen

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{X}\mathfrak{L} + \mathfrak{Y}\mathfrak{M} + \mathfrak{Z}\mathfrak{N} &= 0, \\ \mathfrak{L}x + \mathfrak{M}y + \mathfrak{N}z &= 0, \\ \mathfrak{X}x + \mathfrak{Y}y + \mathfrak{Z}z &= -\varepsilon y E. \end{aligned}\right\} \quad (14a)$$

Also sind die elektrischen und magnetischen Kräfte überall normal zu einander; die letzteren (13) sind auch normal zu r und bilden ein längs den zur Y-Achse senkrechten Parallelkreisen gerichtetes zirkumaxiales System; von den elektrischen Kräften (12) ist nur der S enthaltende Teil senkrecht zu r und bildet ein um die Y-Achse symmetrisches meridionales System.

Eine einfache Form der Funktionen Φ und Ψ, die ihren oben (9) angeschriebenen partiellen Differentialgleichungen genügen, ist

$$\Phi = \frac{1}{r}\cdot\Gamma\left(t - \frac{r}{c}\sqrt{\varepsilon\mu}\right) = \frac{1}{r}\Gamma\left(t - T\cdot\frac{r}{\lambda}\right); \qquad \Psi = \frac{H(t)}{r}. \quad (15)$$

Bildet man nun damit nach (14) S und E und bemerkt, daß bei gegen λ großen r in den nach r gebildeten Differentialquotienten

alle Glieder die nicht die zweiten Differentialquotienten von Γ enthalten, vernachlässigt werden können, so bleibt

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{X}}{\varepsilon} &= +\frac{xy}{r^2}\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial^2\Gamma}{\partial r^2}, \\ \frac{\mathfrak{Y}}{\varepsilon} &= -\frac{x^2+z^2}{r^2}\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial^2\Gamma}{\partial r^2}, \\ \frac{\mathfrak{Z}}{\varepsilon} &= +\frac{zy}{r^2}\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial^2\Gamma}{\partial r^2}, \end{aligned}\right\} \quad (16) \qquad \left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{L}}{\mu} &= -\frac{z}{r}\cdot\frac{\varepsilon}{c}\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial^2\Gamma}{\partial r\,\partial t}, \\ \frac{\mathfrak{M}}{\mu} &= 0, \\ \frac{\mathfrak{N}}{\mu} &= +\frac{x}{r}\cdot\frac{\varepsilon}{c}\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial^2\Gamma}{\partial r\,\partial t}. \end{aligned}\right\} \quad (17)$$

Man bemerkt sofort, daß die durch (8) gegebenen elektrischen Störungen in größerer Entfernung vom Erregungsorte nach (16) und (17) eine meridionale elektrische Kugelwelle und eine mit derselben untrennbar verbundene, zu dieser orthogonale magnetische zirkumaxiale Kugelwelle erzeugen, deren gemeinsame Symmetrieachse die Y-Achse ist.

Im Falle Γ eine einfach-harmonische Funktion von $\left(t-T\cdot\frac{r}{\lambda}\right)$ ist, gehen auch diese Kugelwellen in solche einfachster Art über.*

§ 24. Die magnetischen Störungen seien gegeben. Einfacher Fall: meridionale magnetische und damit verbundene zirkumaxiale elektrische Kugelwelle.

I. Allgemeine Form der Lösungen.

Wir werden in diesem Falle die Größen mittels Beistriches, von denjenigen des Falles in § 23 unterscheiden.

Hier dient das System [§ 22, (8), (7)]:

$$\frac{\partial^2\mathfrak{L}_,}{\partial t^2} = \frac{\lambda^2}{T^2}\nabla^2\mathfrak{L}_, \quad \frac{\partial^2\mathfrak{M}_,}{\partial t^2} = \frac{\lambda^2}{T^2}\cdot\nabla^2\mathfrak{M}_, \quad \frac{\partial^2\mathfrak{N}_,}{\partial t^2} = \frac{\lambda^2}{T^2}\cdot\nabla^2\mathfrak{N}_, \quad (1)$$

$$\frac{\partial\mathfrak{L}_,}{\partial x} + \frac{\partial\mathfrak{M}_,}{\partial y} + \frac{\partial\mathfrak{N}_,}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

als Grundlage; die Lösung hat auch hier die Form [§ 23, (3)]:

* Mit den Teilen der Wellenausdrücke, welche in (16) und (17) vernachlässigt wurden, weil sie bei allen beobachtbaren Lichterscheinungen unmerklich sind, beschäftigt sich Ch. E. Curry, siehe Fußnote des § 22 dieser Schrift.

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\mathfrak{L}_r}{\mu} &= \frac{\partial D_r}{\partial x} + \frac{\partial H_r}{\partial y} - \frac{\partial G_r}{\partial z}, \\ -\frac{\mathfrak{M}_r}{\mu} &= \frac{\partial D_r}{\partial y} + \frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial H_r}{\partial x}, \\ -\frac{\mathfrak{N}_r}{\mu} &= \frac{\partial D_r}{\partial z} + \frac{\partial G_r}{\partial x} - \frac{\partial F_r}{\partial y}, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

wobei F_r, G_r, H_r ebenfalls der allgemeinen Wellengleichung [§ 22, (8)]

$$\frac{\partial^2 F_r}{\partial t^2} = \frac{c^2}{\varepsilon\mu}\nabla^2 F_r,$$

und wie in § 23, (5) der Bedingung

$$\frac{\partial F_r}{\partial x} + \frac{\partial G_r}{\partial y} + \frac{\partial H_r}{\partial z} = 0, \tag{4}$$

ferner wie in § 23, (4) D_r der Beziehung:

$$\nabla^2 D_r = 0, \tag{5}$$

genügen.

Dann werden die infolge dieser magnetischen Störungen erregten elektrischen Störungen gemäß dem ersten und vierten Gleichungssystem des § 22 und dem System (3) dieses Paragraphen ausgedrückt durch

$$\frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial X_r}{\partial t} = \frac{4\pi}{\mu}\left(\frac{\partial \mathfrak{N}_r}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{M}_r}{\partial z}\right) = +4\pi\nabla^2 F_r - 4\pi\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F_r}{\partial x} + \frac{\partial G_r}{\partial y} + \frac{\partial H_r}{\partial z}\right),$$

also:

$$\frac{\varepsilon}{c}\cdot\frac{\partial X_r}{\partial t} = 4\pi\nabla^2 F_r = 4\pi\frac{\varepsilon\mu}{c^2}\cdot\frac{\partial^2 F_r}{\partial t^2},$$

demnach ebenfalls

$$X_r = 4\pi\frac{\mu}{c}\frac{\partial F_r}{\partial t} + \text{eine Funktion der Koordinaten;}$$

letztere hat jedoch für zeitlich-periodische Störungen keine Bedeutung.

Es gilt also hier, bei gegebenen magnetischen Störungen als System der Lösung

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\mathfrak{L}_r}{\mu} &= -\frac{L_r}{4\pi} = \frac{\partial D_r}{\partial x} + \frac{\partial H_r}{\partial y} - \frac{\partial G_r}{\partial z}, \\ -\frac{\mathfrak{M}_r}{\mu} &= -\frac{M_r}{4\pi} = \frac{\partial D_r}{\partial y} + \frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial H_r}{\partial x}, \\ -\frac{\mathfrak{N}_r}{\mu} &= -\frac{N_r}{4\pi} = \frac{\partial D_r}{\partial z} + \frac{\partial G_r}{\partial x} - \frac{\partial F_r}{\partial y}, \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{X}_r}{\varepsilon} &= \frac{X_r}{4\pi} = \frac{\mu}{c}\cdot\frac{\partial F_r}{\partial t}, \\ \frac{\mathfrak{Y}_r}{\varepsilon} &= \frac{Y_r}{4\pi} = \frac{\mu}{c}\cdot\frac{\partial G_r}{\partial t}, \\ \frac{\mathfrak{Z}_r}{\varepsilon} &= \frac{Z_r}{4\pi} = \frac{\mu}{c}\cdot\frac{\partial H_r}{\partial t}. \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

II. Einfacher Fall: Um die X-Achse symmetrische Kugelwellen.

Der Ansatz

$$F_{,} = 0, \quad G_{,} = + \frac{\partial \Phi_{,}}{\partial z}, \quad H_{,} = - \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \quad D_{,} = + \frac{\partial \Psi_{,}}{\partial x}, \qquad (8)$$

bildet ein Lösungssystem obiger Gleichungen, wenn:

$$\frac{\partial^2 \Phi_{,}}{\partial t^2} = \frac{c^2}{\varepsilon \mu} \nabla^2 \Phi_{,}, \qquad \nabla^2 \Psi_{,} = 0. \qquad (9)$$

Mit diesen bildet man sofort aus (6) und (7) die oben angeschriebenen Komponenten:

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\mathfrak{L}_{,}}{\mu} &= -\frac{\partial^2 \Phi_{,}}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \Phi_{,}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Psi_{,}}{\partial x^2}, \\ -\frac{\mathfrak{M}_{,}}{\mu} &= +\frac{\partial^2 (\Phi_{,} + \Psi_{,})}{\partial x \partial y}, \\ -\frac{\mathfrak{N}_{,}}{\mu} &= +\frac{\partial^2 (\Phi_{,} + \Psi_{,})}{\partial x \partial z}, \end{aligned}\right\} \quad (10) \qquad \left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{X}_{,}}{\varepsilon} &= 0, \\ \frac{\mathfrak{Y}_{,}}{\varepsilon} &= +\frac{\mu}{c} \cdot \frac{\partial^2 \Phi_{,}}{\partial z \partial t}, \\ \frac{\mathfrak{Z}_{,}}{\varepsilon} &= -\frac{\mu}{c} \cdot \frac{\partial^2 \Phi_{,}}{\partial y dt}. \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

Für Kugelwellen kann hier $\Phi_{,}$ und $\Psi_{,}$ ebenfalls nur von r und t abhängen; auch hier gibt eine einfache Rechnung, wie in § 14, Abschnitt II:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{L}_{,}}{\mu} &= +\frac{y^2 + z^2}{r^2} S_{,} + E_{,}, \\ \frac{\mathfrak{M}_{,}}{\mu} &= -\frac{xy}{r^2} S_{,}, \\ \frac{\mathfrak{N}_{,}}{\mu} &= -\frac{xz}{r^2} S_{,}, \end{aligned}\right\} \quad (12) \qquad \left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{X}_{,}}{\varepsilon} &= 0, \\ \frac{\mathfrak{Y}_{,}}{\varepsilon} &= +\frac{z}{r} \cdot \frac{\mu}{c} \cdot \frac{\partial^2 \Phi_{,}}{\partial r \partial t}, \\ \frac{\mathfrak{Z}_{,}}{\varepsilon} &= -\frac{y}{r} \cdot \frac{\mu}{c} \cdot \frac{\partial^2 \Phi_{,}}{\partial r \partial t}, \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

wobei:

$$S_{,} = \frac{\partial^2 (\Phi_{,} + \Psi_{,})}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial (\Phi_{,} + \Psi_{,})}{\partial r}, \quad E_{,} = \frac{2}{r} \cdot \frac{\partial \Phi_{,}}{\partial r} - \frac{\partial^2 \Psi_{,}}{\partial r^2}. \qquad (14)$$

Zwischen diesen Komponenten und r bestehen die Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{L}_{,} \mathfrak{X}_{,} + \mathfrak{M}_{,} \mathfrak{Y}_{,} + \mathfrak{N}_{,} \mathfrak{Z}_{,} &= 0, \\ \mathfrak{X}_{,} x + \mathfrak{Y}_{,} y + \mathfrak{Z}_{,} z &= 0, \\ \mathfrak{L}_{,} x + \mathfrak{M}_{,} y + \mathfrak{N}_{,} z &= + \mu x E_{,}. \end{aligned}\right\} \qquad (14a)$$

Also sind auch hier die magnetischen und die elektrischen Kräfte zueinander normal; letztere auch senkrecht zu r und bilden nach (13) ein um die X-Achse symmetrisches zirkumaxiales System. Von den magnetischen Kräften (12) ist nur der $S_{,}$ enthaltende

Teil normal zu r und bildet ein um die X-Achse symmetrisches meridionales System.

Auch hier kann als einfache Form von Φ_r und Ψ_r, die deren partiellen Differentialgleichungen genügt, geschrieben werden:

$$\Phi_r = \frac{1}{r} \cdot \Gamma_r \left(t - \frac{r}{c}\sqrt{\varepsilon\mu}\right) = \frac{1}{r} \cdot \Gamma_r \left(t - T\frac{r}{\lambda}\right), \quad \Psi_r = \frac{H_r(t)}{r}. \tag{15}$$

Bildet man nun mit diesen nach (14) S_r und E_r und vernachlässigt auch hier für gegen λ große r, in den nach r gebildeten Differentialquotienten alle Glieder, die nicht die zweiten Differentialquotienten von Γ_r enthalten, so bleibt:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{L}_r}{\mu} &= +\frac{y^2+z^2}{r^2} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 \Gamma_r}{\partial r^2}, \\ \frac{\mathfrak{M}_r}{\mu} &= -\frac{xy}{r^2} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 \Gamma_r}{\partial r^2}, \\ \frac{\mathfrak{N}_r}{\mu} &= -\frac{xz}{r^2} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 \Gamma_r}{\partial r^2}, \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{X}_r}{\varepsilon} &= 0, \\ \frac{\mathfrak{Y}_r}{\varepsilon} &= +\frac{z}{r} \cdot \frac{\mu}{c} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 \Gamma_r}{\partial r \partial t}, \\ \frac{\mathfrak{Z}_r}{\varepsilon} &= -\frac{y}{r} \cdot \frac{\mu}{c} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 \Gamma_r}{\partial r \partial t}. \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Diese Ausdrücke zeigen, daß die durch (8) gegebenen magnetischen Störungen in größerer Entfernung vom Erregungsorte nach (16) und (17) eine meridionale magnetische Kugelwelle und eine mit derselben untrennbar verbundene, zu dieser orthogonale, elektrische zirkumaxiale Kugelwelle erzeugen, deren gemeinsame Symmetrie-Achse die X-Achse ist.

Wenn Γ_r eine einfach harmonische Funktion von $\left(t - T \cdot \frac{r}{\lambda}\right)$ ist, so gehen auch hier diese Kugelwellen in solche einfachster Art über.*

§ 25. Physikalische Konstruierung der zirkumaxialen und der meridionalen elektromagnetischen Kugelwellen. Energie derselben.

Man setze wieder ein homogenes, isotropes, elektromagnetisches Medium voraus und nehme an, ein kleiner, kugelförmiger Teil desselben werde von äußeren Einflüssen (etwa von einem einfallenden Strahlenbündel der ursprünglichen Lichtquelle) in stationärem elektrischen, magnetischen oder elektromagnetischen Oszil-

* Vgl. Fußnote S. 173.

lationszustande erhalten; man suche den durch die eingeprägte, erzwungene Oszillation, also den durch dieses sekundäre Erregungszentrum hervorgerufenen Zustand irgend eines Punktes des sonst unbegrenzten Mediums.

Dieser Zustand muß den allgemeinen Gleichungen der elektromagnetischen Lichttheorie genügen; es sind aber auch die Grenzbedingungen an der Kugelfläche zu erfüllen.

Dieselben mögen hier, abweichend von der in solchen Fällen gebräuchlichen Art, durch folgende allgemeine und einfache Überlegungen festgesetzt werden:

Der sekundäre Erregungsraum ist selbst ein Teil des betrachteten Mediums und von ihm aus pflanzen sich die Erregungen zentral und jedenfalls den allgemeinen Gesetzen der Kontinuität gemäß fort; die äußere Einprägung in diesem sekundären Raume erzeugt nun oszillierende elektromagnetische Verschiebungen, die an der Oberfläche der gewählten Kugel keine Diskontinuität zeigen können, weil eben diese Überlegung für jede solche kleine Kugel gelten muß, deren Radius innerhalb derjenigen Grenzen liegt, für welche obige Voraussetzung berechtigt ist, deren Radius also zwischen diesen Grenzen beliebig ist.

Die Oberflächenbedingung ist also die, daß die von außen eingeprägten, fluktuierenden elektrischen oder magnetischen Zustände des Kugelraumes an dessen Grenzfläche gleich sein müssen den gleichnamigen Zuständen des umgebenden Mediums an derselben Fläche.

(Andere Auffassungen des Erregungszentrums siehe § 26.)

I. Eingeprägte elektrische Oszillation. Energie der Wellen.

Die gewählte Kugel vom Radius R zeige längs der Y-Achse den oszillatorischen elektrischen Zustand:

$$\gamma(t) = \beta \sin 2\pi \frac{t}{T}; \qquad (1)$$

dann findet jedenfalls um diese Achse Symmetrie statt und die allgemeinen Entwicklungen des § 23 Abschnitt II haben hier unmittelbar Geltung; doch wollen wir, wie in § 14 Abschnitt II, (13) hier sofort ansetzen:

$$\Phi = \frac{B}{r} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{R-r}{\lambda}\right); \quad \Psi = \frac{B'}{r} \sin 2\pi \frac{t}{T} + \frac{B''}{r} \cos 2\pi \frac{t}{T}. \qquad (2)$$

Die daraus gebildeten Ausdrücke sind ebenso wie in § 14, (16a) und (16b):

$$\left.\begin{aligned} S = +\frac{B}{r}\left(\frac{3}{r^2}-\frac{4\pi^2}{\lambda^2}\right)\sin\psi + \frac{3B}{r^2}\cdot\frac{2\pi}{\lambda}\cos\psi + \\ + \frac{3B'}{r^3}\sin\varphi + \frac{3B''}{r^3}\cos\varphi, \end{aligned}\right\} \quad (3a)$$

$$E = -\frac{2B}{r^3}\sin\psi - \frac{2B}{r^2}\cdot\frac{2\pi}{\lambda}\cos\psi - \frac{2B'}{r^3}\sin\varphi - \frac{2B''}{r^3}\cos\varphi, \quad (3b)$$

wobei auch hier

$$\psi = 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{R-r}{\lambda}\right), \qquad \varphi = 2\pi\frac{t}{T}. \quad (4)$$

Die Oberflächenbedingungen sind hier ebenfalls, wie in § 14, (17):

$$\left(\frac{\mathfrak{X}}{\varepsilon}\right)_R = 0, \quad \left(\frac{\mathfrak{Y}}{\varepsilon}\right)_R = \beta\sin 2\pi\frac{t}{T}, \quad \left(\frac{\mathfrak{Z}}{\varepsilon}\right)_R = 0. \quad (5)$$

Bildet man diese nach § 23 (12) und bemerkt, daß auch hier $\psi_R = \varphi$, so findet man wieder, wie in § 14 (18a), (13):

$$\frac{3B}{R^3}-\frac{B}{R}\cdot\frac{4\pi^2}{\lambda^2}+\frac{3B'}{R^3}=0, \quad \frac{B}{R^2}\cdot\frac{2\pi}{\lambda}+\frac{B''}{R^3}=0, \quad \frac{2B}{R^3}+\frac{2B'}{R^3}=+\beta,$$

also:

$$B = \frac{3\lambda^2 R\beta}{8\pi^2}, \quad B' = -\frac{1}{2}\beta R^3\left(\frac{3\lambda^2}{4\pi^2R^2}-1\right), \quad B'' = -\frac{3\lambda R^2\beta}{4\pi}. \quad (6)$$

Damit ist dies Problem gelöst. —

Für sehr kleine Werte von $R:\lambda$ und $\lambda:r$ bleiben nun nach § 14, II (20) und § 23 (16), (17)

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{X}}{\varepsilon} &= -\frac{3}{2}\cdot\frac{\beta R}{r}\cdot\frac{xy}{r^2}\sin\psi, \\ \frac{\mathfrak{Y}}{\varepsilon} &= +\frac{3}{2}\cdot\frac{\beta R}{r}\cdot\frac{x^2+z^2}{r^2}\sin\psi, \\ \frac{\mathfrak{Z}}{\varepsilon} &= -\frac{3}{2}\cdot\frac{\beta R}{r}\cdot\frac{zy}{r^2}\sin\psi, \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{L}}{\mu} &= -\frac{3}{2}\frac{\beta R}{r}\cdot\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\cdot\frac{z}{r}\sin\psi, \\ \frac{\mathfrak{M}}{\mu} &= 0, \\ \frac{\mathfrak{N}}{\mu} &= +\frac{3}{2}\frac{\beta R}{r}\cdot\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\cdot\frac{x}{r}\sin\psi. \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Also findet man hier aus den vorausgeschickten konkreten Bedingungen das einfach zirkumaxiale elektrische und das dazu gehörige, auf das erstere orthogonale meridionale magnetische Momentensystem, also auch Kräftesystem. —

Die auf die Volumeinheit bezogene Energie der elektrischen und der magnetischen Störungen ist bekanntlich:

$$\frac{2\pi}{\varepsilon}(\mathfrak{X}^2+\mathfrak{Y}^2+\mathfrak{Z}^2) \quad \text{und} \quad \frac{2\pi}{\mu}(\mathfrak{L}^2+\mathfrak{M}^2+\mathfrak{N}^2). \tag{9}$$

Demnach hat man in unserem Fall aus (7) und (8):

$$\frac{1}{2}\cdot 9\pi\cdot\varepsilon\frac{\beta^2R^2}{r^2}\cdot\frac{x^2+z^2}{r^2}\sin^2 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda}\right) \tag{10}$$

als Ausdruck jeder dieser beiden Energien, die also, wie hier zu erwarten war, einander gleich sind.

II. Eingeprägte magnetische Oszillation. Energie der Wellen.

Der gewählte Kugelraum vom Radius R zeige längs der X-Achse den oszillatorischen magnetischen Zustand:

$$\gamma_1(t)=\beta_1\sin 2\pi\frac{t}{T}; \tag{11}$$

dann findet jedenfalls um diese Achse Symmetrie statt, und man kann nach den Entwicklungen der §§ 14 und 24 sofort ansetzen

$$\Phi_1=\frac{B_1}{r}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{R-r}{\lambda}\right), \quad \Psi_1=\frac{B_1'}{r}\sin 2\pi\frac{t}{T}+\frac{B_1''}{r}\cos 2\pi\frac{t}{T}, \tag{12}$$

und dabei die Oberflächenbedingungen:

$$\left(\frac{\mathfrak{L}_1}{\mu}\right)_R=\beta_1\sin 2\pi\frac{t}{T}, \quad \left(\frac{\mathfrak{M}_1}{\mu}\right)_R=0, \quad \left(\frac{\mathfrak{N}_1}{\mu}\right)_R=0, \tag{13}$$

wobei, nach ganz denselben Rechnungen wie im Abschnitt I dieses Paragraphen, als strenge Werte:

$$B_1=\frac{3\lambda^2R\beta_1}{8\pi^2}, \quad B_1'=-\frac{1}{2}\beta_1R^3\left(\frac{3\lambda^2}{4\pi^2R^2}-1\right), \quad B_1''=-\frac{3\lambda R^2\beta_1}{4\pi} \tag{14}$$

sich ergeben.

Wenn nun auch hier $R:\lambda$ und $\lambda:r$ sehr klein sind, so bleibt nach § 14, II. Abschnitt, und § 24 (16) und (17):

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{L}_r}{\mu} &= -\frac{3}{2}\cdot\frac{\beta_r R}{r}\cdot\frac{y^2+z^2}{r^2}\sin\psi, \\ \frac{\mathfrak{M}_r}{\mu} &= +\frac{3}{2}\cdot\frac{\beta_r R}{r}\cdot\frac{xy}{r^2}\sin\psi, \\ \frac{\mathfrak{N}_r}{\mu} &= +\frac{3}{2}\cdot\frac{\beta_r R}{r}\cdot\frac{xz}{r^2}\sin\psi. \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{X}_r}{\varepsilon} &= 0, \\ \frac{\mathfrak{Y}_r}{\varepsilon} &= +\frac{3}{2}\cdot\frac{\beta_r R}{r}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\cdot\frac{z}{r}\sin\psi, \\ \frac{\mathfrak{Z}_r}{\varepsilon} &= -\frac{3}{2}\cdot\frac{\beta_r R}{r}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\cdot\frac{y}{r}\sin\psi. \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

Demnach ergeben die vorausgesetzten konkreten Bedingungen das einfach-meridionale magnetische und das dazu gehörige, auf das erstere orthogonale einfach zirkumaxiale elektrische Kräftesystem.

Bildet man hier die auf die Volumeinheit bezogene elektrische und magnetische Energie:

$$\frac{2\pi}{\varepsilon}(\mathfrak{X}_r^2+\mathfrak{Y}_r^2+\mathfrak{Z}_r^2) \quad \text{und} \quad \frac{2\pi}{\mu}(\mathfrak{L}_r^2+\mathfrak{M}_r^2+\mathfrak{N}_r^2), \tag{17}$$

so findet man aus (15) und (16)

$$\frac{1}{2}\cdot 9\pi\cdot\mu\,\frac{\beta_r^2 R^2}{r^2}\cdot\frac{y^2+z^2}{r^2}\sin^2 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda}\right) \tag{18}$$

als Wert jeder der beiden Energien, die also auch hier, wie zu erwarten war, einander gleich sind.

§ 26. Andere Auffassungen des sekundären Erregungszentrums. In großer Entfernung von diesem verschwindet der Einfluß seiner Form und seiner Oberflächenbedingungen; es bleibt nur der von der Art der Erregung bedingte Charakter des Lösungssystemes. Resultat: Dieselben Kugelwellen.

Die tatsächlichen Vorgänge im sekundären Zentrum sind uns gänzlich unbekannt; jedenfalls aber nicht einfach. Leicht lassen sich aus willkürlichen Voraussetzungen Probleme aufstellen, indes ist deren strenge Lösung meistens schwierig, kompliziert und für unsere Zwecke auch nicht notwendig.

I. Ein verhältnismäßig einfaches Problem ist die von H. HERTZ* herrührende Darstellung der durch eine einfache, lineare elektrische Schwingung hervorgerufenen elektrischen und magnetischen Kräfte; dasselbe benützt auch M. PLANCK*; komplizierter ist die Theorie des kugelförmigen HERTZschen Oszillators, in welcher man eine im dielektrischen Medium isolierte leitende Kugel betrachtet, die im homogenen elektrischen Felde influenziert wird; hört das elektrische Feld plötzlich auf, so gleicht sich die influenzierte Ladung der Kugel in oszillatorischer Weise aus und erzeugt im umgebenden Mittel stark gedämpfte Schwingungen, die H. POINCARÉ* verhältnismäßig einfach bestimmt. In beiden Fällen zeigen für große Entfernungen vom Erregungspunkte die elektrischen Kräfte eine meridionale, die durch erstere erregten magnetischen Kräfte eine dazu normale zirkumaxiale Anordnung, genau so, wie in (16) und (17) der §§ 23 und 24 und (7), (8), (15), (16) des § 25, nur daß im zweiten Fall ein Dämpfungsfaktor hinzutritt.

POINCARÉS Darstellung übernimmt auch A. GARBASSO* und kommt zu demselben Resultat. —

Ein analoges, jedenfalls sehr wichtiges, und im Bereiche der Wahrscheinlichkeit liegendes Problem behandelt, wie schon oben erwähnt, Lord RAYLEIGH**, indem er unter anderem ein in einem übrigens homogenen, isotropen Medium befindliches Partikelchen betrachtet, dessen dielektrische und magnetische Koeffizienten K und μ vom umgebenden Medium abweichen. Ein ebener elektromagnetischer Wellenzug, dessen elektrische Verschiebung längs der Z-Achse und dessen magnetische Verschiebung längs der Y-Achse vor sich geht, während die Welle sich längs der X-Achse fortpflanzt, treffe dieses Teilchen, welches dadurch zu einem sekundären Erregungszentrum wird.

Sind die Unterschiede der erwähnten Koeffizienten, nämlich ΔK und $\Delta \mu$, relativ nicht groß, so findet Lord RAYLEIGH*** für Punkte, die in größerer Entfernung vom Teilchen sind, die durch diese Unterschiede entstandenen elektrischen Verschiebungen in erster Annäherung:

* Siehe Fußnote des § 22 dieser Arbeit.

** Siehe § 12 dieser Arbeit und auch Fußnote des § 22.

*** l. c. p. 89, 90.

$$f_1 = \frac{\pi V}{\lambda^2 r}\left(\frac{xz}{r^2}\cdot\frac{\Delta K}{K} - \frac{z}{r}\frac{\Delta\mu}{\mu}\right)\sin\psi,$$

$$g_1 = \frac{\pi V}{\lambda^2 r}\left(\frac{yz}{r^2}\cdot\frac{\Delta K}{K}\right)\sin\psi,$$

$$h_1 = \frac{\pi V}{\lambda^2 r}\left(-\frac{x^2+y^2}{r^2}\cdot\frac{\Delta K}{K} + \frac{x}{r}\frac{\Delta\mu}{\mu}\right)\sin\psi,$$

wobei K, μ die oben erwähnten Konstanten sind, V das Volum des Partikels und $\psi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right)$ bedeutet.

Man bemerkt, daß die ersten Teile von f_1, g_1, h_1, ein um die Z-Achse meridionales, die zweiten Teile ein um die Y-Achse zirkumaxiales elektrisches Verschiebungs- also auch Kräftesystem darstellen; die zugehörigen magnetischen Verschiebungen a_1, b_1, c_1, findet man aus

$$-\frac{\mu}{c}\frac{\partial a_1}{\partial t} = \frac{\partial h_1}{\partial y} - \frac{\partial g_1}{\partial z} \text{ usw.},$$

die einfache Ausrechnung und dieselbe Annäherung ergibt ganz wie in § 19, 23, 24 für die ersten Teile von a_1, b_1, c_1, ein um die Z-Achse zirkumaxiales, für die zweiten Teile ein um die Y-Achse meridionales magnetisches Kräftesystem.

Wenn die magnetische Konstante dieselbe ist, also wenn $\Delta\mu = 0$, dann bleiben von den beiden Doppelsystemen je nur das erste übrig, und umgekehrt.

Für den Fall einer kleinen Kugel als sekundäres Erregungszentrum beweist Lord RAYLEIGH, daß bei $\Delta\mu = 0$ obiges Resultat für jeden endlichen Wert von ΔK Geltung hat.

Man sieht also, daß für größere r dieselben typischen Kugelwellen resultieren wie (16) und (17) der §§ 23 und 24, und (7), (8), (15), (16) des § 25. —

Ähnliche Betrachtungen stellt auch H. A. ROWLAND* an; er findet nach umständlichen Rechnungen, daß eine kleine, eingeprägte stationäre elektromagnetische Oszillationen zeigende Kugel im umgebenden Medium, in größerer Entfernung r elektrische und magnetische Kräfte vom selben Charakter wie obige erregt; indes muß hier bemerkt werden, daß in seinen Entwicklungen an der Oberfläche der Kugel sich naturgemäß Diskontinuitäten der Kräfte ergeben. Seine Resultate haben wir in § 13 betrachtet.

* Siehe Fußnote des § 22.

Demnach finden sich wieder dieselben typischen Kugelwellen.

Es genügt also vollkommen, wenn wir hier die allgemeinen Überlegungen eingangs des vorigen Paragraphen als Grundlage unseres physikalischen Bildes annehmen; dieselben sind einfach und in sich wohl einwandfrei und führen für größere Entfernungen vom Erregungsorte direkt zu denselben Typen der Kugelwellen, wie die übrigen, komplizierteren Annahmen*.

II. Auch die Systeme (7), (8), (15), (16) des § 25 sind, wenn man in ihnen $\frac{3}{2}\beta R$ und $\frac{3}{2}\beta, R$ einfach als Konstante A und A' betrachtet, von der Form, der Dimension und den Oberflächenbedingungen der Erregungskugel unabhängig. Man erhält dieselben nämlich unmittelbar aus den Systemen (16), (17) der §§ 23 und 24, wenn man in (15) dieser Paragraphen schreibt:

$$\Phi = \frac{1}{r} \cdot \Gamma = \frac{A}{r} \cdot \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 \cdot \sin\, 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right);$$

$$\Phi, = \frac{1}{r} \cdot \Gamma, = \frac{A,}{r} \cdot \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 \cdot \sin\, 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right).$$

Nun enthalten aber alle Entwicklungen der §§ 23 und 24 keine Spur der Form, der kleinen Dimension und der Oberflächenbedingungen des kleinen Erregungszentrums, sondern es bestimmt den Charakter der Lösungssysteme (8) in diesen beiden Paragraphen ausschließlich die Art der Erregung im sekundären Zentrum, nämlich diejenige eines translatorisch einfach oszillierenden Zustandes längs der Y- beziehungsweise längs der X-Achse.

§ 27. Elektromagnetische isogonale Systeme, dargestellt aus der Erregung einer einfallenden, linearpolarisierten elektromagnetischen Welle. Energieverhältnisse dieser Systeme.

Bei gleichzeitiger elektrischer und magnetischer Oszillation im Erregungsraume erzeugt jede für sich die in § 25 betrachteten

* Es möge noch erwähnt werden: W. Wien: Theorie eines bewegten leuchtenden Punktes. Festschrift, Ludwig Boltzmann gewidmet, p. 174—182, Leipzig 1904. Hier wird die Theorie eines in der Richtung der fortschreitenden Bewegung und eines senkrecht zu dieser Bewegungsrichtung schwingenden Hertzschen Doppelpunktes entwickelt und für größere Entfernungen die Strahlungsenergie und der Strahlendruck berechnet. Die Resultate haben inbezug auf unsere Erscheinungen geringes Interesse.

Kräftesysteme. Sind die beiden eingeprägten Oszillationen senkrecht aufeinander und wie in § 25 längs der Y-Achse, beziehungsweise der X-Achse gerichtet, dann sind die durch dieselben erregten resultierenden Komponenten der Kräfte, beziehungsweise der Momente aus § 23, 24 und 25:

$$\frac{1}{\varepsilon}(\mathfrak{X}+\mathfrak{X}_r), \quad \frac{1}{\varepsilon}(\mathfrak{Y}+\mathfrak{Y}_r), \quad \frac{1}{\varepsilon}(\mathfrak{Z}+\mathfrak{Z}_r), \tag{1}$$

$$\frac{1}{\mu}(\mathfrak{L}+\mathfrak{L}_r), \quad \frac{1}{\mu}(\mathfrak{M}+\mathfrak{M}_r), \quad \frac{1}{\mu}(\mathfrak{N}+\mathfrak{N}_r). \tag{2}$$

Man setze nun voraus, die Erregungsursache sei ein auffallender homogener linearpolarisierter Lichtstrahl: derselbe ist einem kleinen, ebenen Teile einer einfachen Kugelwelle gleich zu betrachten und es sind, den Abschnitten I und II des § 25, (9), (10); (17), (18) gemäß dessen elektrische und magnetische Energie im sekundären Erregungsraume einander gleich.

Der Ausdruck derselben für die Volumeinheit:

$$\frac{2\pi}{\varepsilon}(\mathfrak{X}^2+\mathfrak{Y}^2+\mathfrak{Z}^2), \qquad \frac{2\pi}{\mu}(\mathfrak{L}^2+\mathfrak{M}^2+\mathfrak{N}^2)$$

reduziert sich in der Erregungskugel selbst nach § 25, (5) und (13) auf:

$$\frac{2\pi}{\varepsilon}\mathfrak{Y}_R^2 = 2\pi\varepsilon\beta^2\sin^2\varphi, \qquad \frac{2\pi}{\mu}\mathfrak{L}_{rR}^2 = 2\pi\mu\beta_r^2\sin^2\varphi. \tag{3}$$

Die Gleichsetzung dieser beiden Erregungsenergien ergibt:

$$\varepsilon\beta^2 = \mu\beta_r^2, \tag{4}$$

und damit für große r nach § 25, (7) und (16); (8) und (15)

$$\left.\begin{aligned}
\frac{1}{\varepsilon}(\mathfrak{X}+\mathfrak{X}_r) &= -\frac{3}{2}\frac{\beta R}{r}\cdot\frac{xy}{r^2}\sin\psi,\\
\frac{1}{\varepsilon}(\mathfrak{Y}+\mathfrak{Y}_r) &= +\frac{3}{2}\frac{\beta R}{r}\cdot\left(\frac{x^2+z^2}{r^2}+\frac{z}{r}\right)\sin\psi,\\
\frac{1}{\varepsilon}(\mathfrak{Z}+\mathfrak{Z}_r) &= -\frac{3}{2}\frac{\beta R}{r}\cdot\left(\frac{yz}{r^2}+\frac{y}{r}\right)\sin\psi.
\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

$$\left.\begin{aligned}
\frac{1}{\mu}(\mathfrak{L}+\mathfrak{L}_r) &= -\frac{3}{2}\frac{\beta R}{r}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\left(\frac{y^2+z^2}{r^2}+\frac{z}{r}\right)\sin\psi,\\
\frac{1}{\mu}(\mathfrak{M}+\mathfrak{M}_r) &= +\frac{3}{2}\frac{\beta R}{r}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\frac{xy}{r^2}\sin\psi,\\
\frac{1}{\mu}(\mathfrak{N}+\mathfrak{N}_r) &= +\frac{3}{2}\frac{\beta R}{r}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\left(\frac{xz}{r^2}+\frac{x}{r}\right)\sin\psi.
\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Es bildet also hier sowohl die resultierende elektrische wie die resultierende magnetische Kugelwelle je ein isogonales Kräftesystem: die beiden sind zueinander orthogonal.

Anmerkung 1: Die Energiedichte (auf die Volumeinheit bezogene Energie) dieser elektrischen und dieser magnetischen isogonalen Kugelwelle im beliebigen Punkte (xyz) des Raumes, wo r/λ groß ist, hat den Wert:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{2\pi}{\varepsilon}\{(\mathfrak{X}+\mathfrak{X}_0)^2+(\mathfrak{Y}+\mathfrak{Y}_0)^2+(\mathfrak{Z}+\mathfrak{Z}_0)^2\}=\\&\quad=\frac{9}{2}\pi\frac{\varepsilon\beta^2R^2}{r^2}\left\{\frac{x^2y^2}{r^4}+\left(\frac{z}{r}+\frac{x^2+z^2}{r^2}\right)^2+\left(\frac{y}{r}+\frac{zy}{r^2}\right)^2\right\}\sin^2\psi;\end{aligned}\right\}\quad(7)$$

$$\left.\begin{aligned}&\frac{2\pi}{\mu}\{(\mathfrak{L}+\mathfrak{L}_0)^2+(\mathfrak{M}+\mathfrak{M}_0)^2+(\mathfrak{N}+\mathfrak{N}_0)^2\}=\\&\quad=\frac{9}{2}\pi\frac{\varepsilon\beta^2R^2}{r^2}\left\{\left(\frac{z}{r}+\frac{y^2+z^2}{r^2}\right)^2+\frac{x^2y^2}{r^4}+\left(\frac{x}{r}+\frac{zx}{r^2}\right)^2\right\}\sin^2\psi.\end{aligned}\right\}\quad(8)$$

Die beiden Energien sind also überall einander gleich, genau so, wie die kinetische und potentielle Energie der elastisch-isogonalen Systeme, § 20, (2).

Anmerkung 2: Es ist leicht zu beweisen, daß die Gleichsetzung des ganzen Energieflusses der durch die einfallende elektrische und der durch die einfallende magnetische Oszillation hervorgerufenen elektromagnetischen Kugelwellen ganz dasselbe Resultat ergibt, wie die Gleichsetzung der beiden einfallenden Energien.

Die folgende Betrachtung ist analog, aber nicht identisch mit der Behandlungsart der elastischen Energien im § 21.

Poyntings Ausdruck des Energieflusses ist bekanntlich

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial t}\int_\tau\left\{\frac{2\pi}{\varepsilon}(\mathfrak{X}^2+\mathfrak{Y}^2+\mathfrak{Z}^2)+\frac{2\pi}{\mu}(\mathfrak{L}^2+\mathfrak{M}^2+\mathfrak{N}^2)\right\}d\tau\cdot dt\\&\quad=4\pi c\int_f\frac{1}{\varepsilon}\mathfrak{R}\cdot\frac{1}{\mu}\cdot\mathfrak{P}\sin(\mathfrak{P},\mathfrak{R})\cos(n\,\nu)\,df\,dt,\end{aligned}\right\}\quad(9)$$

wobei dies diejenige Energie bedeutet, welche aus der, den Raum τ umschließenden Fläche f während des Zeitelementes dt austritt, $\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen, ferner $\mathfrak{R}$ das resultierende elektrische, $\mathfrak{P}$ das resultierende magnetische Moment,

ν die positive Normale der durch $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{R}$ gelegten Ebene und n die positive Normale des Flächenelements df bedeutet.

I. Bei den, durch die einfallende elektrische Oszillation erzeugten Systemen, § 25, (7), (8), (9), (10), hat man:

$$\frac{1}{\varepsilon^2}\cdot\mathfrak{R}^2=\frac{9}{4}\,\frac{\beta^2R^2}{r^2}\cdot\frac{x^2+z^2}{r^2}\sin^2\psi=\frac{\mu}{\varepsilon}\cdot\frac{1}{\mu^2}\mathfrak{P}^2, \tag{10}$$

ferner ist hier die magnetische Kraft, die elektrische Kraft und der Radius r der Kugelfläche f aufeinander gegenseitig senkrecht, so daß also nach (9) die ausgestrahlte Energie wird:

$$9\pi c\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\cdot\frac{\beta^2R^2}{r^2}\sin^2\psi\cdot dt\int_f\frac{x^2+z^2}{r^2}\,df. \tag{11}$$

II. Bei den, durch die einfallende magnetische Oszillation erzeugten Systemen, § 25, (15), (16), (17), (18), hat man

$$\frac{1}{\mu^2}\mathfrak{P}_r^2=\frac{9}{4}\cdot\frac{\beta_r^2R^2}{r^2}\cdot\frac{y^2+z^2}{r^2}\sin^2\psi=\frac{\varepsilon}{\mu}\cdot\frac{1}{\varepsilon^2}\cdot\mathfrak{R}_r^2, \tag{12}$$

ferner sind auch hier $\mathfrak{R}_r$, $\mathfrak{P}_r$ und der Radius r der Kugelfläche f aufeinander gegenseitig senkrecht, so daß die ausgestrahlte Energie:

$$9\pi c\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\cdot\frac{\beta_r^2R^2}{r^2}\sin^2\psi\,dt\int_f\frac{y^2+z^2}{r^2}\,df. \tag{13}$$

Erstreckt man die Integrationen über die ganze Kugelfläche, wie in § 21, (1d), (1e); (2d), (2e), so bleibt aus (11) und (13):

$$24\pi^2 c\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\cdot\beta^2R^2\sin^2\psi\,dt, \tag{14}$$

und

$$24\pi^2 c\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\,\beta_r^2R^2\sin^2\psi\,dt, \tag{15}$$

als Wert der ausgestrahlten ganzen Energien, deren Gleichsetzung wieder $\varepsilon\beta^2=\mu\beta_r^2$, also aus (1) und (2) wieder die obigen isogonalen elektrischen und magnetischen Systeme ergibt [§ 27, (5) und (6)]. —

Leicht kann man ferner beweisen, daß die aus der Interferenz der beiden Systeme in I. und II. des § 25, (7), (8), (15), (16), entstandenen Systeme § 27, (5) und (6) zusammengenommen die gleiche ganze Energie haben, wie die einfache Summe der ganzen Energien der beiden komponierenden Systeme; indes liegen derartige Erörterungen etwas abseits vom eigentlichen Ziele dieser Arbeit. —

III. Experimenteller Teil.

1. Rückblick auf die bisherigen unbefriedigenden Erfahrungen. Gegenstand und Ziele vorliegender Arbeit; ihre allgemeinen experimentellen Einrichtungen und Untersuchungsmethoden.

§ 28. Die bisherigen Beobachtungen beziehen sich auf sehr verschiedene Erscheinungen, können kein einheitliches Gesetz ergeben, erstrecken sich nur auf in der Einfallsebene liegende Strahlen. Bisheriger Stand der Kugelwellentheorie.

Trotz der großen Sorgfalt und Mühe, mit welcher sich die im Historischen Teil erwähnten Forscher der Untersuchung der Polarisation des gebeugten Lichtes, sowohl in experimenteller wie in theoretischer Hinsicht unterzogen, muß doch zugegeben werden, daß das gewonnene Resultat in keiner der beiden Beziehungen befriedigend ist.

Die experimentellen Erfahrungen beziehen sich auf die unter den verschiedensten Vorbedingungen entstandenen Beugungserscheinungen und konnten schon deshalb zu keinem einheitlichen Gesetz führen. Ja selbst die wichtigsten und verläßlichsten Untersuchungen sind sehr wesentlichen Unvollkommenheiten und Mängeln unterworfen; schon aus dem Grunde, weil es scheint, daß alle Beobachtungen an gebeugtem Lichte, das von optischen Gittern bei Reflexion an denselben, oder bei Durchgang durch dieselben entsteht, nur an solchen Strahlen angestellt wurden, die in der Einfalls- und zugleich Beugungsebene liegen, wobei die Furchenrichtung der benutzten geradlinigen Gitter stets senkrecht zur Einfallsebene war. Bei normaler Inzidenz war diese Richtung ebenfalls immer senkrecht zur jeweiligen Beugungsebene.

Es wurde demnach nur ein ganz geringer Teil der entstandenen oder der herstellbaren gebeugten Strahlen beobachtet; außerdem benutzte man bei solchen Versuchen, wo aus einfallendem linearpolarisiertem Lichte reflektiert-gebeugtes und durchgehend-gebeugtes Licht entstand, fast ausschließlich das Einfallsazimut von 45^0 und beschränkte auch dadurch die Mannigfaltigkeit der untersuchten Erscheinungen in oft wesentlicher Weise.*

Schon dieser Umstand, nämlich daß bisher nur der weitaus geringere Teil der herstellbaren und beobachtbaren Strahlen untersucht wurde, ist ein ganz wesentliches Hindernis der Erweiterung des Geltungsgebietes der in einzelnen Fällen gefundenen partiellen Gesetzmäßigkeiten.

Auch diejenigen Versuche, welche sich auf das, aus einfallendem unpolarisierten (natürlichen) Lichte entstandene reflektiert- oder durchgehend-gebeugte Licht beziehen, wie die in § 1. erwähnten Erfahrungen Aragos und Fraunhofers, sind teils so unbestimmt und teils von so geringer Anzahl, daß man aus ihnen Folgerungen allgemeinerer Geltung wohl kaum ziehen kann. Wenn nun schon die Erfahrungsresultate dieser Bestrebungen so sehr Verschiedenartiges zu Tage förderten: so waren doch die theoretischen Betrachtungen, mittels welcher man sich ein Bild dieser Erscheinungen zu konstruieren versuchte, noch mehr auseinander gehend.

Es muß aber konstatiert werden, daß, obwohl wir von einer befriedigenden Theorie sehr entfernt sind, dennoch, soweit die Lage der Polarisationebene der linearpolarisiert-gebeugten Strahlen in Betracht kommt, für von Glasgittern, und soweit die Phasendifferenz der elliptischpolarisiert-gebeugten Strahlen in Betracht kommt, für von photographierten (Silberkollodium-)Gittern und von Metallgittern reflektiert-gebeugtes Licht, Kugelwellen mit sehr gutem Erfolge zur Beschreibung dieser Erscheinungen Verwen-

* Nur Stokes scheint in der 11. und 12. Serie seiner Beobachtungen diesbezüglich eine Ausnahme gemacht zu haben; dieselben beziehen sich auf zwei reflektiert-gebeugte Strahlen fixer Richtung, bei welchen er das Einfallsazimut sehr bedeutend veränderte; siehe den II. Abschnitt des § 2. dieser Arbeit.

dung fanden.* Andererseits muß zugegeben werden, daß sowohl M. RÉTHY als auch W. KÖNIG der physikalischen Frage nach der Erregungsart dieser Wellen nicht näher traten, sondern dieselben einfach als mögliche Lösungen der Wellengleichungen eines inkompressiblen elastischen Mediums ihren Beschreibungen zugrunde legten.

§ 29. Gegenstand, Ausgangspunkt und Ziel vorliegender Arbeit: Untersuchung der in jeder räumlichen Richtung gebeugten Strahlen.

Die Notwendigkeit einer einigermaßen erschöpfenden, umfassenden Untersuchung wenigstens einer bestimmten Gruppe von Beugungserscheinungen ergiebt sich demnach aus den bisherigen Erfahrungen ganz von selbst; ich wählte dazu vorerst die Strahlensysteme des von Glasgittern reflektiert-gebeugten Lichtes, weil ich berechtigten Grund zu der Vermutung hatte, daß man hier einem wichtigen, unschwer beobachtbaren Phänomen gegenüberstehe, welches ich schon vor etwa dreißig Jahren nicht ganz erfolglos untersucht und M. RÉTHY annehmbar interpretiert hatte.

Es stellte sich nun vom theoretischen Standpunkte aus bald die Notwendigkeit ein, die zur Beschreibung der von mir empirisch gewonnenen Gesetze geeigneten Kugelwellen in neuer Weise zu kombinieren und dieselben überhaupt, insbesondere in bezug auf ihre Erregungsweise und ihre Energieverhältnisse auf physikalische Grundlagen zu stellen; dies geschah im vorhergehenden II. Teil dieser Arbeit.

Den eigentlichen Ausgangspunkt vorliegender Untersuchung bildete die mir selbst sehr oft aufgeworfene Frage, wie es möglich wäre, die Existenz oder Nichtexistenz der RÉTHYschen „Polarachse“ [§ 6 und 7] oder der STOKES-GLAZEBROOKschen „fixen Schwingungsrichtung“ [§ 8] mittels unmittelbarer Beobachtungen festzustellen, also etwa dadurch handgreiflich zu machen, daß man die Polarisationsrichtungen der um diese sup-

* Siehe § 6 und 9 dieser Arbeit.

ponierten Geraden herum gruppierten gebeugten Strahlen untersuchte.

Obwohl es mir gelang, freilich nach fruchtloser Aufwendung vieler Mühe zu ganz vergeblichen theoretischen Entwicklungen und numerischen Rechnungen, diese Frage in gewissen Fällen mittels einfacher Versuche zu lösen [siehe §§ 45—49 dieser Arbeit], so erwies es sich doch als sehr wünschenswert, solche allgemeine und systematische Untersuchungen anzustellen, die nicht nur dazu geeignet wären, die aus gewissen Hypothesen folgenden Schlüsse zu verifizieren oder nicht zu verifizieren, sondern die hauptsächlichst dazu dienen sollten, die bisher nur ganz lückenhaft untersuchten Erscheinungen in ihren allgemeinen charakteristischen Eigenschaften zu erkennen und damit die sichere und breitere Basis einer späteren allgemeineren Theorie zu schaffen.

Deshalb wählte ich, wie schon oben erwähnt, zum hauptsächlichsten Gegenstand vorliegender Arbeit die Untersuchung des Polarisationszustandes der von den gefurchten Flächen von Glasgittern in Luft reflektiert-gebeugten Strahlensysteme; die quantitativen Beobachtungen beziehen sich alle auf diese Erscheinung, nur im § 99 sind ergänzungsweise quantitative Beobachtungen mitgeteilt, die sich auf solche Strahlen beziehen, welche im Rauche heller Flammen suspendierte Teilchen als sekundäre Erregungszentra aussenden. Die qualitativen Beobachtungen beziehen sich auch auf in Glas reflektiert-gebeugte, auf in Luft und in Glas durchgehend-gebeugte Strahlen und auf im selben Medium gebeugte Strahlen; ich konnte die quantitative Untersuchung letzterer Erscheinungen bis jetzt physisch nicht bewältigen, weil zu deren gründlicher Ausführung wenigstens so viele Jahre mühevoller Arbeit und günstiger Beobachtungsgelegenheit nötig sein werden, wie zu den ersteren notwendig waren.

Dabei war mein Bestreben, abweichend von allen bisherigen Beobachtern, besonders dahin gerichtet, daß von dem, aus dem beliebig polarisierten unter bestimmten Einfallswinkel auf die gefurchte Fläche fallenden Lichte entstandenen reflektiert- oder gebrochen-gebeugten Strahlensysteme nicht nur die in der jeweiligen Einfallsebene liegenden, sondern hauptsächlichst auch diejenigen untersucht werden, die außerhalb dieser Ebene zu-

stande kommen, oder durch geeignete Drehung der gefurchten Fläche in ihrer eigenen Ebene hergestellt werden können*, damit ich in dieser Weise für die ganzen, an die reflektierende oder durchlassende Furchenfläche anschließenden halbkugelförmigen Räume ein allgemeines übersichtliches Bild des Polarisationszustandes der gebeugten Strahlen konstruieren könne.

Man darf wohl diese, mit reinen Glasgittern erzeugte Erscheinung aus dem Grunde als einfacher betrachten, als die mit nichtreinen, etwa geätzten Glasgittern oder mit photographierten (Silberkollodium-)Gittern oder mit Metallgittern, oder auch mit den jetzt so häufigen sonstigen Kopien feiner Gitter hervorgerufenen gebeugten Strahlensysteme, weil bei jener das gebeugte Licht fast immer linearpolarisiert ist und nur ausnahmsweise elliptische Polarisation zeigt; ja sogar im Falle einfallenden unpolarisierten (natürlichen) Lichtes ist das gebeugte Licht ganz oder teilweise linear-polarisiert; hingegen ist dasselbe bei letztern Gittern fast immer elliptisch polarisiert.

Ein anderer wesentlicher Grund, welcher mich veranlaßte, mich nur auf Glasgitter zu beschränken, lag darin, daß die Oberflächen der Furchen der photographierten und in sonstiger Weise kopierten Gitter und der Metallgitter oft regelmäßige reflektierende, glatte Flächenstreifen bilden, von welchen nun ebenfalls reflektiert- und gebrochen-gebeugtes Licht herrührt; dasselbe komponiert sich nach den Regeln der Interferenz mit demjenigen reflektiert-gebeugten Lichte, welches von den, zwischen den Furchen befindlichen ebenen, übrig gebliebenen Flächenstreifen der ursprünglich glatten Gitterfläche herrührt; in der beobachteten Erscheinung lassen sich diese beiden optischen Wirkungen nicht voneinander trennen.

Davon überzeugte ich mich durch zahlreiche, mit den verschiedensten solcher Gitter angestellte Versuche. Aber ebenso überzeugte ich mich experimentell, daß die Oberflächen der Furchen von Glasgittern nicht glatt sind, sondern unregelmäßig rauhe Flächen bilden, von welchen höchstens

* Strahlen solcher Richtung erwähnte ich schon vor mehr als zwanzig Jahren; vgl. meine in § 9 zitierte Arbeit: Kritisches zur Theorie der Polarisation des gebeugten Lichtes, letzte Alinea des dortigen § 6.

unregelmäßig diffuses Licht ausgehen kann; dasselbe kann aber die von den intakten glatten Flächenstreifen des reinen Glasgitters erzeugte Beugungserscheinung in keiner Weise beeinflussen oder gar stören. —

Ich setzte es mir nun zu einem Hauptziele, den Polarisationszustand des von reinen Glasgittern reflektiert-gebeugten Lichtes quantitativ zu untersuchen:

1. Bei einfallendem unpolarisierten (natürlichen) Lichte, bei verschiedenen Einfallswinkeln, die von der reflektierenden gefurchten Fläche aus in beliebiger Richtung (hauptsächlichst außerhalb der Einfallsebene) fortschreitenden gebeugten Strahlen.

2. Bei einfallendem linearpolarisierten Lichte, bei verschiedenen Einfallswinkeln und bei verschiedenen Einfallsazimuten, die von der reflektierenden gefurchten Fläche aus in beliebiger Richtung (hauptsächlichst außerhalb der Einfallsebene) fortschreitenden gebeugten Strahlen.

3. War ich bestrebt zu untersuchen, ob bei einer und derselben Glassubstanz der Gitter die Verschiedenheit des Furchenabstandes von merklichem Einfluß sei auf den Polarisationszustand der gebeugten Strahlen; zu diesem Zwecke variierte ich das Gitterintervall innerhalb der weitesten Grenzen der Zulässigkeit [§ 33].

§ 30. Versuchsanordnung bei Beobachtungen der Reflexionsbeugung in Luft. Einrichtung der Instrumente im allgemeinen.

Das zu den meisten qualitativen und zu allen quantitativen Beobachtungen benutzte Instrument war ein großer JAMIN-SÉNARMONT'scher Polarisationsapparat, von welchem während der zu beschreibenden Versuche die hierzu nicht notwendigen Bestandteile entfernt wurden, während andererseits ein solcher Zusatzapparat hinzutrat, mittels welchem man in jeder beliebigen Richtung in den an die reflektierend-beugende Fläche grenzenden

Halbräumen einen gebeugten Strahl herstellen und denselben beobachten konnte.

Der Spiegel eines von einem Uhrwerke getriebenen, auf einem Tischchen in einem längs Nordost-Südwest offenen Korridor frei aufgestellten SILBERMANNschen Heliostates sendete durch ein kreisrundes Diaphragma von etwa 2 cm Durchmesser ein Bündel paralleler Sonnenstrahlen in einen verfinsterten großen Saal. Darin war hinter dem Diaphragma der oben erwähnte Polarisationsapparat so aufgestellt, daß sein großer Teilkreis horizontal lag; eines der um die vertikale Achse des Apparates, also längs dieses Teilkreises horizontal drehbaren Rohre trug das linear-polarisierende, um diese Rohrachse drehbare FOUCAULTsche Prisma und außen an das Rohr befestigt dessen Positionskreis. Das Rohr selbst war während der Beobachtung an den horizontalen Teilkreis festgeklemmt.

Das Sonnenlicht fiel nun durch das äußere Diaphragma auf dieses polarisierende Prisma (den Polarisator) und gelangte nach Durchgang durch denselben durch eine unmittelbar dahinter befindliche kleine kreisrunde Öffnung von etwa 1 mm Durchmesser in die Polarisatorröhre; das reflektiert-gebeugte Bild dieses kleinen Diaphragmas wurde der Beobachtung unterzogen, wie dies weiter unten ausführlich erörtert wird.

Geschah die Beobachtung bei einfallendem linearpolarisierten Licht, so blieb der Polarisator an seinem ursprünglichen Ort in seiner Röhre; hingegen wurde derselbe bei einfallendem unpolarisierten Lichte aus dieser Röhre entfernt; aber in allen Fällen mußte das einfallende Licht durch die erwähnte, in dem der Lichtquelle zugewendeten Ende der Röhre befindliche kleine Öffnung hindurchgehen, setzte dann unter Ausschluß jeglicher optischen Zwischenmittel seinen Weg längs der Röhrenachse in Luft fort, bis es nach Austritt aus der Röhre, bei Reflexionsbeugung in Luft auf die reflektierende gefurchte Fläche fiel, deren Mittelpunkt in der vertikalen Achse des horizontalen Hauptkreises des Apparates lag. [Über die Montierung des nach jeder Richtung drehbaren Gitters siehe den nächsten Paragraphen; ebenso über die anderweitigen Beugungen durch Glasgitter die §§ 73—96.]

Der von der gefurchten Fläche reflektiert-gebeugte Strahl, den man untersuchen wollte, wurde mittels geeigneter Drehung

dieser Fläche in ihrer eigenen Ebene stets in eine zum horizontalen Hauptkreis parallele, also horizontale Richtung geleitet und gelangte so in die Beobachtungsröhre des Apparates, die ebenfalls um dessen vertikale Hauptachse drehbar ist. Das eine, dieser Achse nähere Ende der Röhre trug ein einfaches Fadenkreuz, während sich am andern Ende das um diese Röhrenachse drehbare analysierende Nicolsche Prisma (der Analysator) befand, dessen Positionskreis von außen an dieser Röhre befestigt war; unmittelbar hinter dem Nicol befand sich ebenfalls ein kleines, etwa 1 mm im Durchmesser haltendes Okular-Diaphragma, durch welches das Auge des Beobachters, mittels des Fadenkreuzes visierend, auf die reflektierend-beugende Fläche des Gitters blickte.

Wenn nun das Polarisationsazimut oder die partielle Polarisation des reflektiert-gebeugten Strahles untersucht werden sollte, blieb der Analysator in seiner Röhre; sollte jedoch das Verschwinden eines gebeugten Strahles mit freiem Auge beobachtet werden, so wurde der Analysator vorher aus der Röhre entfernt, jedoch das Okular-Diaphragma beibehalten.

§ 31. Montierung des nach jeder Richtung hin frei drehbaren Gitters, um in jeder räumlichen Richtung beobachtbare gebeugte Strahlen herstellen zu können. Die verschiedenen Positionskreise.

Zu obgenanntem Zwecke ersann ich folgenden einfachen Zusatzapparat (Fig. 7), welcher in den hiesigen Lehrwerkstätten der staatlich unterstützten mechanischen Anstalt von FERDINAND SÜSS in sorgfältiger Ausführung angefertigt wurde und sich sehr gut bewährte.

Eine innen geschwärzte Metallröhre ZZ war an einem Ende gerade-quer abgeschnitten und trug am andern Ende, von einer ringförmigen Verdickung ausgehend, einen derartigen Metallfortsatz FF, welcher anfänglich in der Richtung des Röhrenradius sich auf etwa 2,5 cm erstreckt und sich dann, dazu unter rechtem Winkel abbiegend, parallel der Röhrenachse, von dieser etwa 3 cm entfernt, nahezu 6 cm weit fortsetzt.

Letzterer Fortsatzteil ist nahe seinem Ende durchbohrt, und zwar senkrecht gegen die Fortsetzung der Röhrenachse; durch

diese Durchbohrung ragt die in derselben drehbar befestigte Achse einer kleinen Vorrichtung, die (in der Zeichnung oben) einen zum Anfassen dienenden gekerbten Drehkopf K trägt. An diese Achse, senkrecht zu derselben unterhalb des Fortsatzes, starr befestigt ist eine etwa 1,8 mm starke Metallplatte, welche senkrecht zu letzterer eine mit einer etwa 3 cm weiten Durchbohrung versehene Metallplatte QQ trägt; diese ist mit einer ganzen Kreisteilung von etwa 4 cm Durchmesser versehen.

Die Achse des Kopfes K ist stets parallel zur Ebene der Platte QQ, letztere trägt in ihrer Bohrung, senkrecht zur eigenen

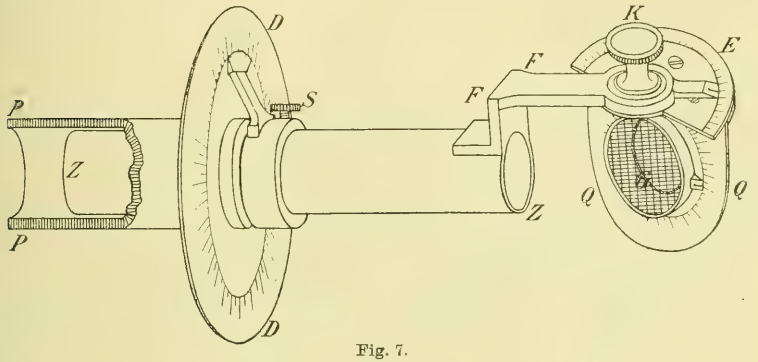


Fig. 7.

Ebene einen um seine eigene geometrische Achse drehbaren Metallring von etwa 1,5 cm Länge; in diesem Ring läßt sich ein anderer, mit ebener Flantsche versehener Ring von etwa 2,5 cm Durchmesser hineinschieben, auf dessen glatten Wulst das jeweilig benützte Gitter G geklebt wurde; die Ebene desselben enthielt stets die Achsenrichtung des Drehkopfes K.

Die leere Röhre ZZ des so konstruierten kleinen Zusatzapparates paßte nun ihrem Durchmesser nach vollkommen in dasjenige Rohr PP des Hauptapparates, welches in seinem in der linksseitigen Fortsetzung der Zeichnung gelegenen, darin nicht sichtbaren Ende zur Aufnahme des Polarisators bestimmt war; wurde nun diese Röhre ZZ in das, der vertikalen Hauptachse des Apparates nähere Ende PP des Polarisatorrohres geschoben, so wurde dadurch der ganze Zusatzapparat mit dem Hauptapparat in Verbindung gebracht und um die geometrische Achse

dieses Rohres PP, also um die Richtung des auf das Gitter einfallenden Strahles drehbar gemacht. Zur Bestimmung einer solchen Drehung diente der, von außen an das Polarisatorrohr PP befestigte metallene, mit vollständiger Kreisteilung versehene Positionskreis DD und der zugehörige mit Teilung versehene Nonius, dessen Arm aus einem, längs und um ZZ beliebig verschiebbaren Metallring herausreicht; dieser Ring konnte mittels der Klemmschraube S an die Röhre ZZ beliebig befestigt werden.

Zum tatsächlichen Gebrauch klebte ich, wie erwähnt, das zu benützende Gitter auf die glatte Flantsche des oben angedeuteten Ringes von etwa 2,5 cm Lichtenweite; dann schob ich diesen Ring in den, in der Platte QQ befindlichen drehbaren Ring des Zusatzapparates; die Lage dieses Ringes zur Platte QQ, also auch die Richtung Gitterstriche in der Gitterebene konnte aus der ganzen Kreisteilung dieser Platte und mittels dem, von diesem Ringe ausgehenden, mit einer Strichmarke versehenen Fortsätzchen bestimmt werden; wir wollen diesen Kreis QQ den Positionskreis der Furchenrichtung oder der Gitterstriche nennen.

Der in den Apparat geleitete einfallende Strahl schreitet vorerst immer längs der geometrischen Achse des Polarisatorrohres PP, also auch längs der geometrischen Achse der darin befindlichen Röhre ZZ des Zusatzapparates fort und fällt so auf die gefurchte Fläche G; zur Bestimmung des Einfallswinkels dieses Strahles auf die Gitterfläche G diente der mit Teilung versehene metallene Halbkreis E, welcher durch Anziehen einer an K angebrachten Schraube mit dem Kopfe K und der Platte QQ starr verbunden werden konnte; seine Ebene ist stets senkrecht zur Drehachse von K und parallel zur geometrischen Achse von PP und ZZ. Die am äußersten Ausläufer des Fortsatzes FF befindliche Strichmarke gestattet also den Einfallswinkel abzulesen. Wir wollen daher den Halbkreis E den Positionskreis des Einfallswinkels nennen.

Nun ist aber die Einfallsebene eine die Achse von PP und ZZ und die Normale der Gitterfläche G enthaltende Ebene; andrerseits ist die Ebene des Hauptkreises des Apparates (welcher horizontal eingestellt ist) parallel derjenigen Ebene, welche den einfallenden Strahl und den, (wie oben in der vorletzten Alinea des § 30 erwähnt) in horizontale Richtung geleiteten gebeugten Strahl

enthält; wir wollen letztere Ebene, also die Beugungsebene des jeweiligen gebeugten Strahles, die Meridianebene nennen, weil dieselbe bei der projektiven Darstellung der Ergebnisse der Beobachtung die genannte Eigenschaft besitzt. Es ist also die Gerade des einfallenden Strahles die Schnittlinie der Einfalls- und der Meridianebene, und der Winkel, den diese Ebenen miteinander bilden, wird mittels des schon oben erwähnten Kreises DD und dem zugehörigen Nonius bestimmt; wir wollen daher den Kreis DD den Positionskreis der Einfallsebene nennen.

§ 32. Allgemeines über die Beobachtungsweise reflektiert-gebeugter Strahlen: Sechs verschiedene Richtungswinkel.

Wie oben, § 30, vorletzte Alinea schon erwähnt, liegt bei der getroffenen Anordnung sowohl der einfallende wie der jeweilig untersuchte reflektiert- oder gebrochen-gebeugte Strahl stets in der jeweiligen, zum Hauptkreise des Apparates parallelen Meridianebene; gegen diese Ebene kann man nun, wie dies in § 31 ausgeführt wurde, die Einfallsebene dadurch beliebig drehen, daß man den ganzen Zusatzapparat, so wie derselbe mit seiner Leitröhre ZZ in das Polarisatorrohr PP eingeführt ist, um dessen geometrische Achse (also um die Richtung des einfallenden Strahles) beliebig dreht. Ferner kann man, wie auch schon Fig. 7 zeigte, durch Drehen der Gitterfläche G in ihrer eigenen Ebene stets erzielen, daß ein reflektiert-gebeugter Strahl von genügender Intensität ins Beobachtungsrohr gelangt, möge letzteres welch' immer für Richtung auf dem Hauptkreise haben, mit einem Worte, möge der gebeugte Strahl irgendwelche beliebige Richtung auch haben in seiner auf die Einfallsebene und auf die Gitternormale bezogenen, also mittels dieser zwei Winkelkoordinaten bestimmten Lage. Dabei ist auch noch bei einfallendem linearpolarisiertem Lichte das Einfallsazimut (also die Lage der Polarisationsebene zur Einfallsebene) ganz beliebig, während bei einfallendem unpolarisiertem (natürlichen) Lichte dieses Bestimmungsstück entfiel.

Es waren demnach bei jeder Beobachtung reflektiert-gebeugter Strahlen im allgemeinen sechs verschiedene Richtungswinkel festzustellen:

1. Das Polarisationsazimut des einfallenden Lichtes zur Einfallsebene; dazu diente der Positionskreis des Polarisators.
2. Das Polarisationsazimut des reflektiert-gebeugten Strahles zu seiner Meridianebene, also zu seiner Beugungsebene; dazu diente der Positionskreis des Analysators.
3. Der Einfallswinkel des auf die Gitterfläche auftreffenden Lichtes; dazu diente der Positionskreis E des Einfallswinkels.
4. Der Winkel zwischen dem einfallenden und dem reflektiert-gebeugten Strahle, also der Beugungswinkel; dazu diente der große Horizontalkreis des Apparates.
5. Der Winkel zwischen der Einfallsebene und der jeweiligen Meridianebene (Beugungsebene) des gebeugten Strahles; dazu diente der Positionskreis DD der Einfallsebene.
6. Der Winkel zwischen der Furchenrichtung des Gitters und derjenigen Geraden, in welcher die Einfallsebene die Gitterebene schneidet; dazu diente der Positionskreis QQ der Furchenrichtung.

Von den speziellen Beobachtungs- und Einstellungsarten, welche bei den einzelnen Untersuchungsreihen in Anwendung kamen, wird an den betreffenden Orten umständlich die Rede sein; doch möge vorgreifend erwähnt werden, daß ich in jeder der Untersuchung unterzogenen bestimmten Richtungen der reflektiert-gebeugten Strahlen fand, wie ich schon vor dreißig Jahren konstatierte [§ 6], daß deren Polarisationszustand im allgemeinen unabhängig sei von der Homogeneität der Strahlen, von der Ordnungszahl des Spektrums, zu welchem der Strahl gehört, von den Intensität des Strahles, auch davon, ob der Strahl einem einzigen Spektrum angehört oder aus der Übereinanderlagerung mehrerer Spektra entstand, ferner vom Gitterintervall.

Nur in einzelnen Fällen scheinen die gewiß nicht genau geradlinigen Grenzlinien der Gitterfurchen und der zwischen ihnen liegenden ebenen Flächenstreifen einigermaßen störend einzuwirken.

§ 33. Die benützten Gitter; deren Provenienz. Variierung des Gitterintervalles innerhalb der zulässig weitesten Grenzen.

I. Die in den folgenden Abschnitten beschriebenen Versuche wurden mit verschiedenen Glasgittern gemacht; die Furchen derselben waren auf glatte, reine Glasplatten mittels Diamantspitze geritzt.

Um von gittererzeugenden Mechanikern unabhängig zu sein, übte ich mich selbst im Anfertigen von Teilungen und konnte mit Hilfe einer guten PERREAUXschen Teilmaschine ohne Schwierigkeit Glasgitter bis zu dem Intervall von 0,004 mm. ganz gut herstellen.

Da es jedoch für den Geltungsbereich der zu erwartenden Beobachtungsresultate von der größten Wichtigkeit war, den Einfluß des Gitterintervalles zwischen den zulässig weitesten Grenzen festzustellen, wandte ich mich wegen Beschaffung von Glasgittern mit möglichst kleinem Intervall an Se. Hochwürden, den gegenwärtig in Pannonhalma (Erzabtei St. Martinsberg in Ungarn) wirkenden Benediktiner-Professor I. GREGOR PALATIN, in dessen Obhut sich die eigentümliche Teilmaschine befindet, welche seinerzeit Privateigentum weiland ANIAN JEDLIKS, ehemaligen Professors der Physik an der Universität zu Budapest, gewesen, und mit welcher derselbe in der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts viele geradlinige Gitter und Kreisgitter erzeugte.*

Der genannte Herr Fachgenosse zeigte mir nun während meines Aufenthaltes in Pannonhalma, den 15.—17. Juni 1903, nicht nur mit der größten Bereitwilligkeit die bei dieser Gelegenheit in Tätigkeit gesetzte Teilmaschine und eine große Anzahl von ihm mit derselben verfertigter geradliniger Gitter und Kreisgitter der verschiedensten Intervalle, sondern stellte mir auch alle diese Gitter mit verbindlichster Liebenswürdigkeit und mit dem Bedeuten zur Einsicht, ich möge davon die mir zur Untersuchung geeignet erscheinenden auswählen und zu diesem Zwecke behalten. Von

* Eine Mitteilung in ungarischer Sprache darüber erschien: PALATIN I. GERGELY, *Jedlik osztógépéről (Über Jedliks Teilmaschine). Mathematikai és Physikai Lapok*, Bd. II, p. 229—234, Budapest 1893.

den in dieser Weise ausgesuchten, reinen Glasgittern habe ich mehrere zu den weiter unten beschriebenen Versuchen benützt; ich konnte sonach bis auf das engste, dort vorfindliche Intervall, nämlich bis auf *0,001160* mm hinabgehen, eine Grenze, die selbst CHAPMANS und ROWLANDS Glasgitter nicht erreichen, da das Intervall ersterer 0,001 4707 mm* dasjenige letzterer 14438, 15020 und 20000 auf den englischen Zoll, also im Minimum etwa 0,001 269 mm betrug.**

Ich glaube damit an die Grenze des gegenwärtig erreichbaren Intervallminimums gelangt zu sein.

Sr. Hochwürden, dem Herrn I. GREGOR PALATIN drücke ich auch hier für seine wahrlich fast beispiellose Opferwilligkeit und Liebenswürdigkeit meinen aufrichtigsten Dank aus.

II. Der etwaige Einfluß des verschiedenen Intervalles läßt sich am besten mittels Beobachtung von Gittererscheinungen bei Gittern verschiedenen Intervalles, jedoch von derselben Substanz feststellen.

Um nun von vorneherein selbst die Möglichkeit eines Unterschiedes in der Substanz auszuschließen; andrerseits, damit die Beobachtung der von Gittern derselben Substanz, aber verschiedenen Intervalles unter möglichst denselben Umständen und auch zeitlich möglichst rasch hintereinander geschehen könne, verwendete ich bei den weiter unten mitgeteilten Beobachtungen solche Gitter

---

* Man sehe z. B. I. FRÖHLICH, *Wiedemanns Annalen der Physik und Chemie,* Bd. XV, p. 577, 578, 1882.

** Man sehe z. B. H. KAYSER, *Handbuch der Spektroskopie,* Bd. I, Diffraktionsgitter, p. 397—486, Leipzig 1900. Insbesondere ist der dort mitgeteilte Brief von AMES interessant, l. c. p. 409, Ende des Punktes 403, wo es heißt, die Anfertigung von Glasgittern sei viel schwieriger, als die von Metallgittern, deshalb habe ROWLAND nur drei Glasgitter angefertigt; eines davon geriet in Verlust, die anderen beiden seien in seinem Privatlaboratorium aufbewahrt.

Ferner: *The Physical Papers of H. A. Rowland, Collected for publication by a Comittee of the Faculty of the University.* Baltimore 1902, p. 689 bis 698; insbesonders p. 691, wo AMES ungefähr dasselbe sagt wie oben, aber die Intervalle der drei Teilmaschinen: 14438, 15020, 20000 auf den englischen Zoll anführt.

Die jetzt im Handel vorkommenden Kopien der ROWLANDschen Gitter haben das erste oder das zweite Intervall.

mit gekreuzten Furchen, deren Striche auf einer und derselben Glasfläche, senkrecht zueinander gezogen sind.

Der Typus einer von solcher Fläche unter beliebigem Winkel reflektierten oder durchgehenden Beugungserscheinung ist ein im allgemeinen schiefwinkeliges, vierarmiges, krummes Kreuz, dessen je zwei Arme, die in der Fortsetzung voneinander liegen, aus der Beugung des einen und des anderen Furchensystems (Liniensystems) entstehen; dazwischen liegen noch Strahlen geringerer Intensität, es wurden aber gewöhnlich nur die Strahlen der Achsen der Kreuzarme benützt, weil deren relative Intensität die größte war.

Wenn demnach die oben erwähnten Bedingungen erfüllt sind, wenn also das Beobachtungsrohr auf irgend einen, von der Gitterfläche bei einem Intervallsystem reflektiert-gebeugten Strahl eingestellt war, so brauchte man nur den drehbaren Ring, auf welchen das Gitter G aufgeklebt war, Fig. 7, um 90^0 zu drehen (nämlich um die Achse des Positionskreises QQ der Gitterfurchen, wodurch also die Gitterfläche G in ihrer Ebene um 90^0 gedreht wurde), um denjenigen, vom anderen Intervallsysteme erzeugten gebeugten Strahl in das Beobachtungsrohr zu leiten, der in bezug auf die Einfallsebene und die Gitternormale dieselbe Richtung wie der unmittelbar vorher beobachtete gebeugte Strahl besitzt.

Zu meinen qualitativen Versuchen benützte ich sehr viele, geradlinige, gekreuzt-geradlinige Gitter und Kreisgitter; letztere bilden eigentlich eine einzige Furche von der Gestalt einer sehr engen ARCHIMEDESschen Spirale.

Quantitative Beobachtungen geschahen mit folgenden Gittern:

1. Mit einem FRÖHLICHschen einfachen Gitter vom Intervall 0,01 mm.
2. Mit einem PALATINschen gekreuzten Gitter, mit den Intervallen von 0,001 87 und 0,04 mm; die Furchen letzteren Intervalles kreuzte ich selbst mittels Diamantspitze rechtwinklig über die des ersteren.
3. Mit einem FRÖHLICHschen rechtwinklig gekreuzten Gitter von 0,05 und 0,1 mm Intervallen.

4. Mit einem PALATINschen rechtwinklig gekreuzten Gitter mit den Intervallen 0,001 160 und 0,5 mm, die Furchen des letzteren Intervalles zog ich über die des ersteren Intervalles.

Die beiden Intervalle des letzteren gekreuzten Gitters dürften denjenigen Grenzwerten so ziemlich nahekommen, zwischen welchen man gegenwärtig Glasgitter anfertigen kann: der untere Grenzwert ist etwa das Doppelte der mittleren Wellenlänge sichtbaren Lichtes, der obere nahezu das Tausendfache; das Verhältnis der beiden Intervalle ist also etwa 430. Wenn demnach bei Anwendung der beiden Intervalle die von den beiden Teilungen hervorgerufenen reflektiert-gebeugten Strahlen unter sonst gleichen Umständen nahezu denselben Polarisationszustand zeigten: so konnte daraus mit weitestem Geltungsbereich geschlossen werden, daß dieser Zustand vom Wert des Intervalles unabhängig sei.

Aus diesem Grunde machte ich mit diesem Gitter Nr. 4 die meisten quantitativen Beobachtungen und die weiter unten mitgeteilten Zahlenreihen (mit Ausnahme derjenigen des § 99) beziehen sich ausschließlich auf die mit demselben angestellten Messungen.

§ 34. Vollständige Eliminierung des falschen Lichtes bei Reflexionsbeugung in Luft. Zeit, Ort und Anzahl der Beobachtungen. Beobachter.

I. Das von der rückwärtigen, glatten Fläche des Glasgitters reflektierte Licht, das sogenannte falsche Licht versuchte FRAUNHOFER* durch Belegung dieser Fläche mit einer Schicht von Mastixlösung zum Verschwinden zu bringen; auch K. EXNER benützte** bei seinen Versuchen mit durchgehend-gebeugtem Lichte Asphaltfirnis zu selbem Zwecke; indessen fand ich, insbesonders bei der Beobachtung des regelmäßig reflektierten Lichtes, daß diese optische Wirkung des genannten Beleges nicht nur unvollkommen, sondern auch nicht hinreichend sei. So z. B. in dem Falle, wenn linearpolarisiertes Sonnenlicht unter dem Polarisationswinkel auf die

* Fußnote und Text des § 1 dieser Schrift.

** Fußnote und Text des § 5 dieser Schrift.

gefurchte Fläche des Gitters fiel und ich das von derselben regulär reflektierte Licht mittels geeigneter Drehung des Polarisators fast ganz auslöschen konnte, zeigte es sich, daß das von der hinteren, glatten Fläche des Glasgitters reflektierte Bild des unmittelbar hinter dem Polarisator befindlichen kleinen Diaphragmas noch immer genug intensiv war, um bei einiger Unachtsamkeit ganz merkliche Störungen hervorzurufen, obwohl die mittleren Brechungsexponenten der Glassubstanz und des Beleges voneinander kaum verschieden waren.

Ich entschloß mich daher, die zu quantitativen Beobachtungen reflektiert-gebeugten Lichtes bestimmten Gitter ausschließlich diesem Zwecke zu opfern, und zwar in der Weise, daß ich ihre ursprünglich glatte, *rückwärtige Fläche* sorgfältig *matt schliff* und mit dem genannten, ganz schwarzen Lack belegte; die Folge dieses radikalen Verfahrens zeigten sich darin, wie ich mich durch zahlreiche, besonders zu diesem Zwecke angestellte Versuche überzeugte, daß es nicht möglich war, auch nur eine Spur irgend eines von dieser rückwärtigen Fläche regelmäßig reflektierten Lichtes wahrzunehmen.

Hingegen zeigt sich, daß die, durch die gefurchte Gitterfläche und durch die Glasplatte gedrungenen Sonnenstrahlen auf dieser matten und schwarz belegten Hinterfläche einen schwachen farblosen Fleck diffusen Lichtes erzeugen, welcher sich von dem gewöhnlich farbigen reflektiert-gebeugten Strahl sowohl örtlich, als auch in bezug auf seine Farbe und seinen diffusen Charakter in ganz scharfer und nie zu verkennender Weise unterschied und daher die Untersuchung des zu beobachteten Lichtes nie und in keiner Weise stören konnte.

Indes ging ich noch weiter: im benützten Beobachtungsapparate war weder Linse noch Glasplatte noch irgendwelches, von Luft verschiedenes optisches Mittel vorhanden, ausgenommen, wenn er gebraucht wurde, der Polarisator, und wenn er gebraucht wurde, der Analysator. Das Auge des Beobachters blickte durch das kleine Okular-Diaphragma am Ende des Beobachtungsrohres, visierte das am anderen Ende desselben befindliche Fadenkreuz und sah so auf die gefurchte Gitterfläche hin; es zeigte sich in dieser Rich-

tung das Bild des kleinen Diaphragmas des Polarisatorrohres und zwar im regelmäßig reflektierten oder im reflektiert-gebeugten Lichte (welch ersteres eigentlich einen speziellen Teil des letzteren bildet). Es beziehen sich demnach die unten in den §§ 35—72 mitgeteilten qualitativen und quantitativen Beobachtungsdaten ganz ausschließlich auf das von den gefurchten Flächen reflektiert-gebeugte Licht, welches sonst keinerlei fremden, störenden Einflüssen ausgesetzt war.

II. Der Gegenstand vorliegender Arbeit beschäftigte mich mit vielfachen, längeren Unterbrechungen viele Jahre hindurch; im Zusammenhange jedoch konnte ich meine ganze freie Zeit erst in den verflossenen fünf Jahren zu diesen Untersuchungen benutzen. Die Winterszeit diente zur Veranstaltung qualitativer, oft nur tastender Beobachtungen, zu theoretischen Arbeiten und numerischen Rechnungen sowie zur Ausführung von Zeichnungen und Reduktion der Beobachtungen; die Sommermonate verwendete ich jedoch fast ausschließlich zur Ausführung der Messungen mit Sonnenlicht, welches wohl stets die geeigneteste Lichtquelle zu solchen Beobachtungen sein dürfte.

Die Intensität der beobachteten gebeugten Strahlen variierte zwischen den weitesten Grenzen; es gab solche, die nur so beobachtet werden konnten, wenn ihre dem Auge fast unerträgliche Intensität durch geeignetes Drehen des Polarisators oder des Analysators passend gedämpft war; es waren aber auch manche, deren Intensität sehr gering war, so daß die Einstellung auf dieselben nur mit großer Sorgfalt und mit ganz merklicher Anstrengung des Auges des Beobachters geschehen konnte.

Die Anzahl der qualitativen Beobachtungen kann ich selbst annähernd wohl kaum angeben, jedenfalls ist sie sehr groß; die bei den quantitativen Beobachtungen ausgeführten Messungen erforderten Einstellungen und Ablesungen, deren Zahl fünfundzwanzigtausend weit überschritt.

In bezug auf die übrigen Beobachtungen, die in den §§ 73 bis 99 Erwähnung finden, die sich nicht auf in Luft reflektiert-gebeugtes Licht beziehen, sondern auf in Glas reflektiert-gebeugtes, auf in Luft und in Glas gebrochen-gebeugtes Licht, schließlich

auf von sehr kleinen (ultramikroskopischen) Teilchen gebeugtes Licht, verweise ich auf die betreffenden Stellen.

Die ganze Untersuchung geschah im physikalischen Institute der Budapester Universität; die qualitativen Beobachtungen meist in gewöhnlichen Arbeitszimmern; die Messungen und die in dieser Schrift sonst erwähnten Beobachtungen in dem im ersten Stockwerke gelegenen großen Lehrsaale, der zu diesem Zwecke jährlich in den Monaten Juni, Juli, August, in der ersten Hälfte des Monats September und auch teilweise bis Mitte Oktober zur Verfügung stand.

Es sei mir bei dieser Gelegenheit gestattet, Sr. Exzellenz Herrn wirkl. Geheimrat Professor Dr. Baron Roland Eötvös für die gütige Gewährung der Institutsräumlichkeiten und wissenschaftlichen Hilfsmittel meinen aufrichtigsten Dank auszusprechen.

Mit Ausnahme der einige Wochen dauernden quantitativen Beobachtungen im August 1905, die Herr Stefan Jakucs im durchgehend-gebeugten Lichte vollführte [§ 91] und des größeren Teiles der im § 99 in bezug auf die Polarisation des von im Rauche von Kerzenflammen schwebenden sehr kleinen, ultramikroskopischen Kohlenteilchen gebeugten (zerstreuten) Lichtes mitgeteilten Beobachtungen, welche Herr Paul Selényi im Sommer 1906 anstellte, rühren alle anderen Beobachtungen ausschließlich von mir her.

2. Das Gesetz des Polarisationskegels und des Extinktionskegels. Verallgemeinerung dieser Beziehungen.

A. Einfallendes unpolarisiertes (natürliches) Licht. Untersuchung der Auslöschung der reflektiert-gebeugten Strahlen mittels Drehung des Analysators.

§ 35. Der Einfallswinkel ist der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters. Gesetz des Hauptpolarkegels.

Läßt man auf die nach den vorhergehenden §§ 30—34 verfertigte und montierte reflektierende Gitterfläche G, Fig. 7, ein Bündel paralleler Strahlen unpolarisierten Lichtes auffallen und zwar unter dem Polarisationswinkel P der Glassubstanz des Gitters, dann zeigen

sich, wie meine hieraufbezüglichen sehr zahlreichen Beobachtungen erweisen, folgende erfahrungsgemäße Gesetzmäßigkeiten:

I. Alle diejenigen Strahlen des in dieser Weise entstandenen Systems der reflektiert-gebeugten Strahlen, welche mit dem einfallenden Strahle den Winkel $2P$, also mit seiner Fortsetzung den Winkel $180^0 - 2P$ bilden, sind linear polarisiert; ihre jeweilige Polarisationsebene ist die, den einfallenden und den jeweiligen reflektiert-gebeugten Strahl enthaltende Meridianebene also die jeweilige Beugungsebene.

Ich fand dies merkwürdige Gesetz in der Weise, daß ich bei genanntem Einfallswinkel das mit dem Analysator versehene Beobachtungsrohr vorerst auf den regelmäßig reflektierten Strahl einstellte, und diesen mit dem geeignet gedrehten Analysator auslöschte; nun wurde, bei festgeklemmtem Beobachtungsrohr, der ganze Zusatzapparat um die Achse des ebenfalls festgeklemmten Polarisationsrohres PP, Fig. 7 (dessen Polarisator jedoch jetzt nicht im Rohre war), also um die Richtung des einfallenden Strahles beliebig gedreht. Dabei sorgte ich stets dafür, daß mittels Drehung des Gitters G in seiner eigenen Ebene, ein reflektiert-gebeugter Strahl von genügender Intensität in das Beobachtungsrohr geleitet werde, ohne Rücksicht auf die Farbe, die Spektrumordnung, oder Homogeneität des Strahles; es zeigte sich nun, daß alle Strahlen solcher Richtung stets bei nahezu derselben Lage des Analysators ausgelöscht wurden, wie der regelmäßig reflektierte Strahl.

Es liegen demnach die hier erwähnten Strahlen alle längs einer Kegelfläche, deren geometrische Achse der auffallende Strahl ist, deren Generatix mit der positiven Richtung dieser Achse den Winkel $180^0 - 2P$ bildet; indessen entsprechen von dem Linienbüschel der Kegelfläche nur diejenigen Geraden wirklichen Strahlen, welche in der, der reflektierenden Seite der Gitterfläche zugewendeten Hälfte des Raumes liegen. Die Grenzen dieses jetzt betrachteten Teiles des Strahlenkegels bilden diejenigen zwei Strahlen, die rasant zur Gitterfläche fortschreiten und zwar symmetrisch zu beiden Seiten der Einfallsebene; die zu diesen Grenzstrahlen gehörigen Meridianebenen (Beugungsebenen) bilden mit der Ein-

fallsebene bei Glassubstanz gewöhnlicher Art die Winkel von etwa $+74^0$ und -74^0.

In der anliegenden Fig. 8 bedeutet* das linear-gekreuzte Blatt die reflektierende Fläche des Gitters, $\overline{IO}$ den einfallenden, $\overline{OR_0}$ den regelmäßig reflektierten Strahl; beide liegen in der Ebene der Zeichnung; $\overline{IOC_0}$ ist die geometrische Achse des Kegels, $\overline{OCS_1}$ die Schnittlinie der Einfallsebene mit der Gitterebene,

Hauptpolarkegel.

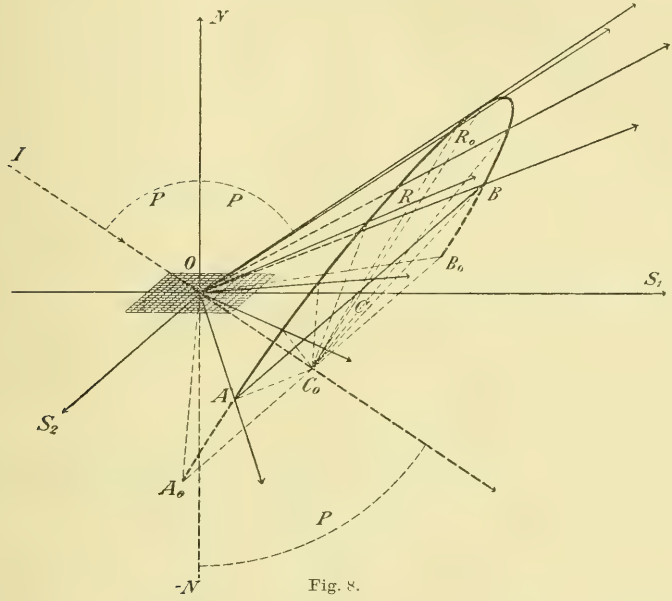


Fig. 8.

welche, der Konstruktion gemäß, mit $\overline{OR_0}$ den Winkel $90^0 - P$, und mit der Achse $\overline{OC_0}$ ebenfalls den Winkel $90^0 - P$ bildet. Zieht man ferner durch den Punkt C die zur Einfallsebene senkrechte Gerade $\overline{ACB}$, so sieht man sofort, daß der Teil $OARR_0 BCA$ des Kegels in der an die reflektierende Fläche des Gitters anliegenden Raumhälfte liegt, und die Richtung der beliebigen Generatrix $\overline{OR}$ in dem Teile $OARR_0B$ der Kegelfläche ist nun die Rich-

* Diese Figur wurde nach einem, bei den in der Fußnote des Vorwortes S. 65, 66, untere Seitenzahl [I, II] dieser Schrift erwähnten Vorlesungen vorgezeigten großen Kartonmodell gezeichnet.

tung irgend einer der oben erwähnten Strahlen, deren Polarisationsebene also die jeweilige Meridianebene (Beugungsebene) IOR ist.

Man darf wohl diesen Kegel, seiner charakteristischen Eigenschaft zufolge, den Polarisationskegel, kürzer vielleicht den Polarkegel nennen; da jedoch auch bei anderen Einfallswinkeln ähnliche Kegel auftreten, so wollen wir diesen Kegel, welcher zu dem unter dem Polarisationswinkel der Gittersubstanz einfallenden Lichte gehört, den Hauptpolarkegel nennen und die Gesetzmäßigkeit des Polarisationszustandes der längs seiner Fläche fortschreitenden Strahlen das Gesetz des Hauptpolarkegels. Die darauf bezüglichen detaillierten quantitativen Daten bringt der folgende § 36.

Es liegt die Auffassung sehr nahe, zu glauben, daß diese Erscheinung so entstehen würde, daß in diesem Falle aus dem in der Einfallsebene polarisierten regulär reflektierten Strahle $\overline{OR_0}$ die gebeugten Strahlen sich etwa so bilden würden, als wenn ein Teil des ersteren, durch Drehung samt seiner Polarisationsebene um den einfallenden Strahl $\overline{OI}$, bis in seine Beugungsrichtung $\overline{OR}$ gebeugt würde: dann würde auch immer, in Übereinstimmung mit obigem Gesetze, seine Polarisationsebene den einfallenden und den gebeugten Strahl enthalten.

Indes läßt sich diese Auffassung, daß der regelmäßig reflektierte Strahl sich zuerst bilden würde, und daß erst nach hergestelltem regelmäßig reflektierten Strahl die gebeugten Strahlen aus diesem sich bilden würden, mit der Erfahrung nicht vereinbaren, wie wir dies weiter unten, in Punkt II und III dieses Paragraphen sehen werden, in welchen unzweifelhaft festgestellt wird, das die Lichtbeugung vor der regelmäßigen Reflexion und Refraktion, oder wenigstens gleichzeitig mit derselben vor sich geht. Übrigens werden wir diese letztere Auffassung in den § 72, 81 dieser Arbeit in verschiedener Weise, und insbesondere mit einem experimentum crucis beweisen, welches für in der Einfallsebene gelegene Strahlen schon Arago vollzog [§ 1, I. Abschnitt], ohne daß er dessen eigentliche, wichtige Bedeutung erkannt hätte; siehe auch § 46 dieser Arbeit.

Naheliegend ist ferner auch die Auffassung, daß das Gesetz des Hauptpolarkegels eine Verallgemeinerung des Malus-Brewster-

schen Gesetzes sei, weil ersteres das letztere als Spezialfall enthalte. Aber auch diese Auffassung ist mit der Erfahrung unvereinbar; denn ebensowenig man das gebeugte Licht als die Verallgemeinerung des regelmäßig reflektierten Lichtes betrachten kann, ebensowenig kann das Gesetz des Hauptpolarkegels die Verallgemeinerung des MALUS-BREWSTERschen Gesetzes sein; im Gegenteil: der regelmäßig reflektierte Strahl ist bloß ein spezieller, obwohl sehr wichtiger Fall des gebeugten Strahlensystems, und das für ersteren gültige BREWSTERsche Gesetz kann ebenfalls nur ein spezieller Fall des für die Gesamtheit der gebeugten Strahlen gültigen Hauptpolargesetzes sein.

II. Alle diejenigen reflektiert-gebeugten Strahlen, welche in der Einfallsebene liegen, zeigen im allgemeinen partielle Polarisation.

Diese partielle Polarisation nähert sich um so mehr der linearen Polarisation mit der Einfallsebene als Polarisationsebene, je näher der reflektiert-gebeugte Strahl dem regelmäßig reflektierten liegt. Außerdem ist zu bemerken: diejenigen reflektiert-gebeugten Strahlen, welche in dem, zwischen dem letzteren Strahl und der Gitterfläche gebildeten spitzen Winkel liegen, besitzen eine stärkere partielle Polarisation und ist selbe stets merklich; hingegen zeigen diejenigen Strahlen, die in dem zwischen dem regelmäßig reflektierten Strahle und der Gitterfläche gebildeten stumpfen Winkel liegen, eine im allgemeinen schwächere partielle Polarisation, selbe ist für Strahlen letzterer Gattung, welche vom regelmäßig reflektiertem Strahle um mehr als 40^0 gebeugt sind, schon unmerklich, obwohl die Intensität des gebeugten Strahles selbst sehr bedeutend sein kann.

Anmerkung: Daß diejenigen der hier, und überhaupt in den folgenden Paragraphen, vorkommenden reflektiert-gebeugten oder gebrochen-gebeugten Strahlen, die ich als partiell polarisiert bezeichne, in der Tat solche, nicht aber elliptisch polarisiert sind: davon überzeugte ich mich sorgfältig in jedem einzelnen Falle durch Benützung eines BABINETschen Kompensators zu den unmittelbaren Beobachtungen.

III. Alle reflektiert-gebeugten Strahlen, mögen dieselben in irgend einer beliebigen, den einfallenden Strahl

enthaltenden Meridianebene (Beugungsebene) sich befinden, zeigen im allgemeinen partielle Polarisation; dieselbe nähert sich um so mehr der linearen Polarisation, je näher der jeweilige, reflektiert-gebeugte Strahl zu dem in seiner Meridianebene befindlichen gebeugten Strahl liegt, welcher mit dem einfallenden Strahl den Winkel $2P$ bildet; letzterer Strahl ist in seiner Meridianebene polarisiert (Punkt I dieses Paragraphen).

Auch hier muß bemerkt werden, daß bei denjenigen gebeugten Strahlen, welche in dem, zwischen dem letzteren Strahl und der Gitterfläche gebildeten spitzen Winkel, jedoch im selben Meridian liegen, die partielle Polarisation im allgemeinen stärker ist, als bei denjenigen Strahlen, die in dem, vom erwähnten Strahl und der Gitterfläche gebildeten stumpfen Winkel, jedoch im selben Meridian liegen. Ebenso gilt auch hier, daß die partielle Polarisation der letzteren Strahlen unmerklich wurde, wenn deren, vom regelmäßig reflektierten Strahle gezählte Beugung mehr als 40^0 betrug, obwohl die Intensität des gebeugten Strahles selbst noch sehr bedeutend sein konnte. —

Alle diese Beobachtungen geschahen innerhalb der vom Apparat gestatteten weitesten Winkelgrenzen, deshalb können wir nun in bezug auf das ganze Strahlensystem des bei diesem Einfallswinkel entstandenen und untersuchten reflektiert-gebeugten Lichtes das Resultat folgendermaßen aussprechen:

Trifft unpolarisiertes (natürliches) Licht unter dem Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters als Einfallswinkel, auf das Glasgitter: dann sind von den reflektiert-gebeugten Strahlen diejenigen, die längs der Hauptpolarkegelfläche fortschreiten, stets in der jeweiligen Meridianebene (in der Ebene des einfallendenund des jeweiligen reflektiert-gebeugten Strahles) polarisiert.*

Die übrigen gebeugten Strahlen zeigen im allgemeinen partielle

* In den § 40—43 werden uns die dort angeführten Beobachtungen überzeugen, daß dieses Gesetz bei demselben Einfallswinkel auch dann noch Geltung hat, wenn das einfallende Licht linearpolarisiert ist und sein Einfallsazimut beliebig ist.

Polarisation, die um so stärker ist, je näher der gebeugte Strahl zum Polarkegel liegt; die Polarisationsebene des polarisierten Teiles des Strahles ist dessen jeweilige Meridianebene.

§ 36. Quantitative Beobachtungsdaten zur Erhärtung des Gesetzes des Hauptpolarkegels. Tabelle I. Sehr genügende Übereinstimmung.

Die weiter unten folgende Zahlentabelle enthält die geordneten Beobachtungsresultate der mit dem in § 33 erwähnten PALATINschen gekreuzten Gitter mit den Intervallen 0,001160 mm und 0,5 mm angestellten Untersuchung.

Zur Deutung dieser Ergebnisse mögen folgende Bemerkungen dienen:

1. Legen wir durch den einfallenden Strahl eine zum horizontalen Hauptkreis des Apparates senkrechte Ebene, welche also den ganzen Raum halbiert, und blickt nun das in der Fortsetzung des einfallenden Strahles befindliche Auge des Beobachters gegen die Lichtquelle dieses Strahles: dann beziehen sich die Zahlenwerte der Tabelle auf diejenigen reflektiert-gebeugten Strahlen, die alle auf der linken Raumseite entstanden, die also in solchen Stellungen des Beobachtungsrohres untersucht wurden, welche sich auf der linken Hälfte des Hauptkreises befanden; demnach war hier die von der reflektierenden Fläche ausgehende nach der Reflexionsseite fortschreitende positive Normale stets in der linken Raumhälfte.

Daß die Erscheinung in der rechten Raumhälfte der ersteren symmetrisch ist, braucht wohl kaum erwähnt zu werden.

2. Es bedeutet η den Winkel, welchen die Einfallsebene mit der jeweiligen Meridianebene (also mit der, den einfallenden und den jeweiligen reflektiert-gebeugten Strahl enthaltenden Ebene) bildet; es ist dies zugleich der Winkel zwischen der Einfallsebene des Lichtes und der Ebene des horizontalen Hauptkreises des Apparates.

Dieser stets spitze Winkel ist positiv, wenn dem unter 1. erwähnten Auge des Beobachters die Einfallsebene in bezug auf die Ebene des Hauptkreises in positiver Richtung, also im Sinne des Uhrenzeigerganges, nach rechts, gedreht erscheint; diesen Winkel liest man am Positionskreis der Einfallsebene ab, § 31, 32.

3. Die Zeichen $\ddagger$ und $\dot{\ddagger}$ bedeuten, daß die Beugung des Furchenintervalles 0,5 mm. den beobachteten Strahl sichtbar macht und zwar in den beiden Fällen, wenn die zugehörige Furchenrichtung zwar in derselben reflektierenden Ebene liegt, jedoch in einer um 180° von einander verschiedenen Lage; die Mittelwerte der zu beiden gehörigen Daten sind in der Rubrik: $\ddagger$.

4. Die Zeichen $\overset{*}{\ddagger}$ und $\dot{\ddagger}$ haben dieselbe Bedeutung für das Furchenintervall 0,001 160 mm desselben Gitters; die Mittelwerte sind hier unter der Bezeichnung $\ddagger$.

5. Die Bedeutung des Winkels ε ergibt sich daraus, daß wenn ein Strahl des glänzenden Beugungskreuzes mittels geeigneten Drehens der gefurchten Fläche in ihrer Ebene in das Beobachtungsrohr geleitet ist, die Schnittlinie der Einfallsebene mit der gefurchten Fläche und die zum Intervall 0,5 mm gehörige Furchenrichtung einen Winkel bildet, der eben mit ε bezeichnet wird, und in der Ebene der Gitterfläche liegt; denselben liest man am Positionskreis der Furchenrichtung ab, § 31, 32.

Dieser Winkel ist positiv, wenn dem auf die reflektierende Gitterfläche blickenden Auge des Beobachters diese Furchenrichtung, von der erwähnten Schnittlinie an gerechnet, rechtssinnig (also im Sinne des Uhrenzeigerganges) gedreht erscheint.

Für die unter 3. genannten Strahlenpaare sollten die zu je einem und dem anderen Strahle eines solchen Paares gehörigen Winkel ε um 180° von einander verschieden sein; die zweite Rubrik der Tabelle I enthält nun die diesbezüglichen Mittelwerte der Winkel $\dot{\varepsilon}$ und $\dot{\varepsilon} - \pi$; ebenso enthält deren sechste Rubrik die Mittelwerte $\overset{*}{\varepsilon}$ und $\overset{*}{\varepsilon} - \pi$ derjenigen Winkel, die zu je einem und dem anderen Strahle der unter 4. erwähnten Strahlenpaare gehören. Die letzteren Winkel sollten von den ersteren stets um 90° verschieden sein, und genügen auch dieser Bedingung innerhalb der Grenzen der hier zu erwartenden Genauigkeit wie dies die Tabelle I zeigt.

6. Es bedeutet φ das Polarisationsazimut des jeweilig untersuchten reflektiert-gebeugten Strahles; dasselbe bestimmte sich durch diejenige Lage des Analysators, bei welcher dieser Strahl ausgelöscht wurde; in dieser Lage war der längere Durchmesser der Endfläche des analysierenden Nicols normal zur Polarisations-

ebene des Strahles; diese Lage wurde am Positionskreis des Analysators abgelesen und φ von dessen Nullpunkte ab gezählt, § 31, 32.

Jedes in der Tabelle mitgeteilte einzelne Azimut ist für jeden einzelnen Strahl das Resultat von wenigstens zehn Einstellungen und Ablesungen; davon wurden je fünf in den einander gegenüberliegenden Quadranten dieses Positionskreises gemacht; bei sehr schwachen Strahlen geschahen doppelt so viel Einstellungen und Ablesungen.

Der Winkel φ ist positiv, wenn das, in der Fortsetzung des gebeugten Strahles befindliche, gegen die Gitterfläche zu blickende Auge des Beobachters die vom Nullpunkte dieses Positionskreises gerechnete Drehung des Analysators rechtssinnig, also im Sinne des Uhrenzeigerganges sieht; negativ ist φ, wenn diese Drehung linkssinnig ist.

7. Der Winkel φ_0 bedeutet den Mittelwert derjenigen Polarisationsazimute, welche zu dem von der gefurchten Fläche regelmäßig reflektierten Lichte gehören, welches bei unverändertem Einfallswinkel, und unveränderter Lage der Ebene der reflektierenden Fläche entsteht, wenn man diese Fläche in ihrer eigenen Ebene in die Lagen $\varepsilon = 0$, 90^0, 180^0, 270^0 bringt. Alle diese Strahlen sind sehr nahezu in der Einfallsebene polarisiert, gerade so, als wenn die Fläche nicht gefurcht wäre, § 71; man muß demnach φ_0 als das Azimut des in der Einfallsebene polarisierten Strahles betrachten, bezogen auf den Nullpunkt obigen Positionskreises.

8. Der Winkel $\varphi - \varphi_0$ bedeutet daher den Winkel zwischen der Polarisationsebene und der Meridianebene (Beugungsebene) des jeweiligen gebeugten Strahles, also dessen eigentliches, von dieser letzteren Ebene an gerechnete Polarisationsazimut; dasselbe ist demnach gleich der Differenz der nach Punkt 6 uud 7 abgelesenen Azimute. —

Die dritte und vierte Rubrik der Tabelle I bezieht sich nach Punkt 3 auf die, mittels des Teilungsintervalles von 0,5 mm gebeugten Strahlen; die fünfte Rubrik enthält die Mittelwerte der beiden vorhergehenden; ebenso beziehen sich die siebente und achte, ferner die neunte Rubrik im selben Sinne auf das Intervall 0,001 160 mm; schließlich enthält die zehnte Rubrik

Tabelle I.

Zum Gesetz des Hauptpolarkegels.

Einfallendes unpolarisiertes (natürliches) Licht.

Der Einfallswinkel ist der Polarisationswinkel der Substanz des Glasgitters: $P = 56^\circ\ 15'$.

Die vom jeweiligen Meridian gerechneten Polarisationsazimute derjenigen, vom rechtwinklig gekreuzten Palatinschen Gitter mit 0,5 mm und 0,001160 mm Intervallen reflektiert-gebeugten Strahlen, die mit dem einfallenden Strahle den Winkel $2P$ bilden.

η	ε	$\varphi-\varphi_0$	$\dot{\varphi}-\varphi_0$	$\dot{\varphi}-\varphi_0$	ε	$\underset{*}{\varphi}-\varphi_0$	$\overset{*}{\varphi}-\varphi_0$	$\underset{*}{\overset{*}{\varphi}}-\varphi_0$	Mittelwert $\varphi-\varphi_0$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
− 70	− 21,5	− 0,90	− 0,73	− 0,81	+ 67,8	+ 1,57	− 0,43	+ 0,57	− 0,12
− 60	− 17,5	− 1,41	− 0,40	− 0,91	+ 71,8	+ 1,82	+ 0,07	+ 0,95	+ 0,04
− 50	− 14,5	− 1,07	− 0,23	− 0,65	+ 75,0	+ 0,72	− 0,61	+ 0,06	− 0,30
− 40	− 11,0	− 0,78	− 0,08	− 0,43	+ 78,5	+ 0,70	− 0,93	− 0,12	− 0,28
− 30	− 7,5	− 0,38	+ 0,01	− 0,19	+ 81,8	+ 0,56	+ 0,29	+ 0,43	+ 0,12
− 20	− 4,0	− 0,32	+ 0,19	− 0,07	+ 85,0	+ 0,19	− 0,46	− 0,14	− 0,11
− 10	− 1,9	+ 0,24	+ 0,20	+ 0,22	+ 88,2	+ 0,21	− 0,10	+ 0,06	+ 0,14
0	(0,0)	+ 0,18	− 0,15	+ 0,02	+ (90,0)	+ 0,11	− 0,16	− 0,03	0,00
+ 10	+ 3,0	− 0,11	+ 0,17	+ 0,03	+ 91,4	+ 0,46	+ 0,14	+ 0,30	+ 0,17
+ 20	+ 5,4	+ 0,37	+ 0,69	+ 0,53	+ 94,8	+ 1,05	+ 0,15	+ 0,60	+ 0,56
+ 30	+ 9,0	+ 0,46	+ 0,06	+ 0,26	+ 97,9	+ 0,80	− 0,82	− 0,01	+ 0,13
+ 40	+ 11,5	+ 0,71	+ 0,50	+ 0,61	+ 101,0	+ 0,92	+ 0,14	+ 0,53	+ 0,57
+ 50	+ 15,1	+ 0,40	+ 0,28	+ 0,34	+ 104,6	+ 0,54	− 0,59	− 0,03	+ 0,16
+ 60	+ 18,5	+ 0,45	+ 0,51	+ 0,48	+ 107,5	+ 0,09	+ 0,51	+ 0,30	+ 0,39
+ 70	+ 21,8	+ 0,95	+ 0,99	+ 0,98	+ 110,8	− 0,60	− 0,35	− 0,48	+ 0,25

die Mittelwerte der Daten der fünften und der neunten Rubrik.

Man ersieht aus der Tabelle sofort, daß die in je einer horizontalen Linie vorfindlichen Werte der dritten, vierten, der siebenten und achten Rubrik voneinander verhältnismäßig wenig verschieden sind, das ist: für reflektiert-gebeugte Strahlen derselben Richtung, die jedoch durch verschiedene Linien(Furchen-)systeme gebeugt wurden, hat letzterer Umstand kaum merklichen Einfluß, weil die mitgeteilten Daten erweisen, daß der Polarisationszustand solcher Strahlen derselben Richtung merklich derselbe ist, ob nun der Strahl vom Liniensystem mit dem Intervall 0,5 mm oder von

demjenigen mit etwa 430 mal engeren Intervall 0,001 160 mm gebeugt wurde.

Ebenso findet man, daß es für den Polarisationszustand des gebeugten Strahles nicht wesentlich ist, ob derselbe bei einer geeigneten Richtung der Furchen, oder bei einer in derselben reflektierend-beugenden Ebene, jedoch um 180° gedrehten Richtung dieser Furchen entstand; die zehnte Rubrik zeigt die Mittelwerte der zu diesen je vier Strahlen gehörigen Polarisationsazimute.

Bildet man den Mittelwert der Mittelangaben dieser letzten Rubrik für alle fünfzehn Richtungen, so wird derselbe abgerundet: $(-0{,}81^0 + 2{,}53^0) : 15 = 0{,}115^0 = 7'$; mit diesem Betrage weicht im Mittel die Polarisationsebene irgend eines, längs des Hauptpolarkegels fortschreitenden Strahles von seiner zugehörigen Meridianebene (Beugungsebene) ab. Man kann dies wohl noch so ausdrücken: die Mittellage der Polarisationsebenen der regelmäßig reflektierten vier Strahlen weicht nur um 7′ vom Mittelwert der Mittelwerte aller, dem Hauptpolarkegel entlang liegenden Strahlen ab; auch sieht man sogar, daß die einzelnen Daten der zehnten Rubrik von diesem 0,115° betragenden Mittelwerte im Maximum um $-0{,}41_5^0$ und $+0{,}45_5^0$ abweichen; es bleiben somit diese Abweichungen alle unter einem halben Grad. Man darf daher auf Grund der erwähnten Kriterien der Gesetzmäßigkeit und der Grenzen der Genauigkeit behaupten, daß die Genauigkeit des Gesetzes des Hauptpolarkegels nahezu gleich sei der Genauigkeit des BREWSTERschen Gesetzes für Glassubstanz.

Zu diesem Ausspruch ist man um so mehr berechtigt, weil ich mich in diesen Untersuchungen nur auf die Feststellung der allgemeinen Gesetzmäßigkeiten beschränkte, ohne dabei den etwaigen, von diesem Standpunkte aus jedenfalls untergeordneten Einfluß der Dispersion zu erforschen.

§ 37. Graphische Darstellung des Gesetzes des Hauptpolarkegels in stereographisch-horizontaler Projektion. Erstes Projektionsbild.

Im folgenden wird sich des öfteren die Notwendigkeit ergeben, die Polarisationsazimute des gesamten räumlichen Systems

der reflektiert-gebeugten Strahlen, die überhaupt aus je einem einfallenden Strahlenbündel entstehen oder herstellbar sind, auf einer Zeichnung, in einer auf einmal zu überblickenden Weise darzustellen.

Ich wählte zu diesem Zwecke die Methode der stereographischen Projektion; die mittels derselben hergestellten Figuren stellen solche Halbkugelflächen dar, deren Mittelpunkt der Auffallsort des auf die gefurchte Gitterfläche einfallenden Strahlenbündels ist. Die Kugelfläche ist, um die Richtungswinkel des einfallenden Strahles und der reflektiert-gebeugten Strahlen, sowie deren Polarisationsrichtung besser zu veranschaulichen, mit einem Systeme von Parallelkreisen und Meridiankreisen bedekt, deren Pole die Durchstoßungspunkte der Kugelfläche mit dem einfallenden Strahl und dessen Richtungsfortsetzung sind. Der Augenpunkt der Projektion ist der Durchstoßungspunkt der negativen Normale der reflektierenden Fläche mit der Kugelfläche, und die Ebene der Projektionszeichnung ist die, dem Augenpunkte diametral gegenüberliegende Tangentialebene der Kugel (also, etwa in Fig. 6, § 16, oder Fig. 16, § 54, wenn die XY-Ebene die Ebene der beugend-reflektierenden Fläche ist, bedeutet S den Augenpunkt und die durch Z gehende, zu XY parallele Ebene wäre die Ebene der Projektion).

Demnach ist die Ebene der Projektionszeichnung stets parallel der reflektierenden Gitterebene und der Mittelpunkt der Zeichnung ist die Projektion der positiven Normale dieser Gitterfläche; die Begrenzung der Zeichnung ist die Projektion der Schnittlinie der reflektierenden Gitterebene mit der Kugelfläche, also die Projektion eines größten Kreises, an dessen dem Beschauer zugewendeten Seite der Halbraum anschließt, in welchem die reflektiert-gebeugten Strahlen fortschreiten.

Diese Projektionsart hat zwei wichtige Eigenschaften, die hier zur Geltung kommen: erstens sind die Projektionen aller Kugelkreise ebenfalls Kreise; zweitens ist die Projektion eine isogonale, nämlich die Winkel, unter welchen zwei beliebige, auf der Kugelfläche liegende Kurven auf der Kugel sich schneiden, bleiben ihrer Größe nach in deren stereographischer Projektion unverändert.

Sowohl der einfallende, wie jeder reflektiert-gebeugte Strahl gehen durch das Zentrum der Kugelfläche, daher enthalten auch deren Polarisationsebenen dieses Zentrum. Diese Ebenen schneiden die Kugelflächen in größten Kreisen, welche durch die Durch-

Gesetz des Hauptpolarkegels.

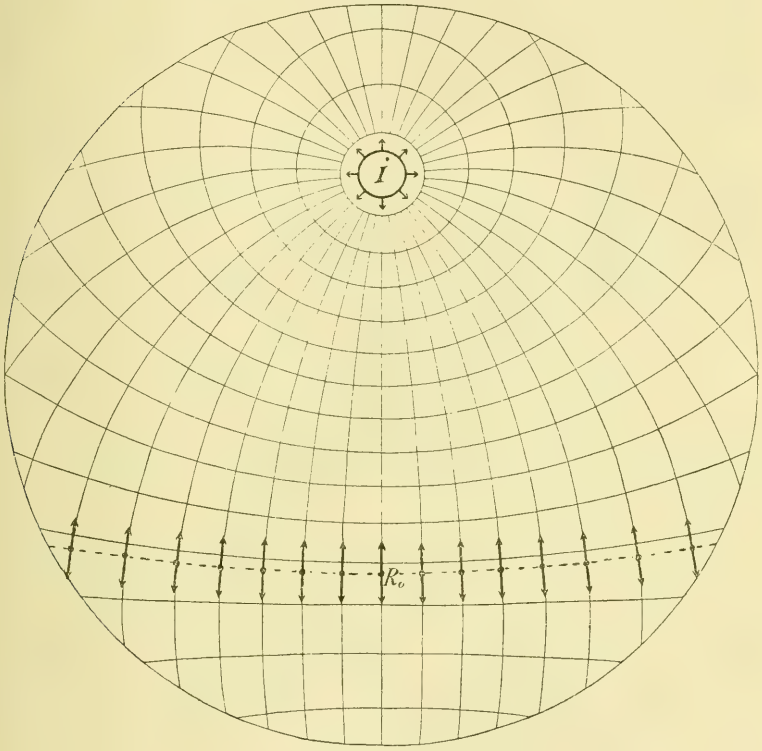


Fig. 9. Erstes Projektionsbild.

stoßungspunkte der jeweiligen Strahlen mit der Kugelfläche gehen; die in diesen Punkten an diese Kreise gezogenen Tangenten sind die Polarisationsrichtungen dieser Strahlen; der Winkel zwischen dieser Richtung und dem jeweiligen Meridiane dieses Strahles ist dessen jeweiliges Polarisationsazimut (wobei der Meridian in der jeweiligen Beugungsebene liegt und also stets den einfallenden und den reflektiert-gebeugten Strahl enthält).

Gemäß der isogonalen Projektionsart sind diese Azimute auf der Kugelfläche und in der Projektionsfigur miteinander der Reihe nach gleich; in unseren Projektionszeichnungen sind diese Polarisationsrichtungen stets mittels Pfeile kenntlich gemacht.

Alle diese Durchstoßungspunkte und Polarisationsrichtungen befinden sich auf derjenigen Hälfte der Kugelfläche, welche sich über die reflektierende Gitterfläche wölbt; diese Punkte und Richtungen werden vom Augenpunkte der Projektion aus auf die Ebene der Zeichnung projiziert. In allen unseren Projektionsbildern liegt der Augenpunkt der Projektion normal hinter der Ebene der Zeichnung und zwar in einer Entfernung, die dem Halbmesser des Grenzkreises der Zeichnung gleichkommt. Hingegen befindet sich das Auge des Beobachters, welches gegen die Zeichnung sieht und die reflektiert-gebeugten Strahlen betrachtet, vor der Ebene der Zeichnung.*

Unser erstes Projektionsbild Fig. 9, zeigt nun, bei unter dem Polarisationswinkel P einfallendem unpolarisierten (natürlichen) Lichte die Eindringungsstelle I desselben in den Kugelraum; die Austrittsstelle R_0 des regelmäßig reflektierten Lichtes aus der Kugelfläche; ferner die mittleren Polarisationsrichtungen derjenigen reflektiert-gebeugten Strahlen, die mit dem einfallenden den Winkel $2P$ bilden. Diese Richtungen sind nach den Werten der zehnten Rubrik der Tabelle I in Form zweispitziger Pfeilchen gezeichnet und fallen in der Zeichnung mit den jeweiligen Meridianen (Beugungsebenen) der Strahlen merklich zusammen und veranschaulichen in dieser Weise den Grad der Genauigkeit des Gesetzes des Hauptpolarkegels.

---

* Die hier beigegebenen Projektionsbilder verfertigte ich selbst ursprünglich im Durchmesser von teils einem halben Meter, teils von 20 cm, die ersteren wurden von den Herren Ernst Homor und Stefan Jakucs, Lehramtskanditaten und Internisten des Baron Josef Eötvös-Kollegiums allhier in der Dimension von einem Meter Durchmesser vergrößert; von diesen großen Zeichungen stellte Herr Dr. Desider Pekár sehr gelungene Photographien von 10 cm Durchmesser her. Ich sage genannten drei Herren auch hier warmen Dank für ihre mit großer Mühe verbundene Arbeit.

Die übrigen Bilder wurden von den Anstalten der bewährten Verlagshandlung B. G. Teubner verkleinert.

§ 38. Der Einfallswinkel ist beliebig; das einfallende Licht ist unpolarisiert. Allgemeines Gesetz des Polarkegels.

Verändert man den Einfallswinkel des einfallenden unpolarisierten Lichtes in beliebiger Weise, so zeigt bei jedem Einfallswinkel das dabei auftretende reflektiert-gebeugte Strahlensystem gewisse Gesetzmäßigkeiten in bezug auf seinen Polarisationszustand. Wir wollen diese Beziehungen qualitativ ausdrücken, weil dabei fast immer partielle Polarisation auftritt.

Auf Grundlage vieler Beobachtungen, welche ich mit mehreren Glasgittern, insbesonders mit dem im § 33 erwähnten, senkrecht gekreuzten PALATINschen Gitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm anstellte, und dabei Strahlen aller vier Arme des Beugungskreuzes benützte, fand ich, und zwar unabhängig von der Lichtintensität, folgende Gesetzmäßigkeiten:

I. Für die in der Einfallsebene gebeugten Strahlen:

a) Bei beliebigem Einfallswinkel ist derjenige, in der Einfallsebene gebeugte Strahl, der mit dem einfallenden den Winkel $2P$, mit seiner Fortsetzung den Winkel $180^0 - 2P$ bildet, fast vollständig linearpolarisiert; seine Polarisationsebene ist die Einfallsebene.

Ich änderte den Einfallswinkel i unter den erwähnten Bedingungen innerhalb der Grenzen der Zulässigkeit vom Werte $i = 2P - 90^0$ bis $i = 90^0$, und fand dabei, daß der, im Falle $i = 2P - 90^0$ auftretende, mit dem einfallenden den Winkel $2P$ bildende rasant-gebeugte Strahl fast vollständig linearpolarisiert ist; ebenso ist im Falle $i = 90^0$, also bei rasant-einfallendem Lichte derjenige gebeugte Strahl, welcher mit dem einfallenden den Winkel $2P$ bildet, noch genügend linearpolarisiert; die Polarisation ist jedoch am vollkommensten, wenn $i = P$.

b) Bei beliebigem Einfallswinkel zeigen alle, in der Einfallsebene reflektiert-gebeugten Strahlen im allgemeinen partielle Polarisation, die der vollkommenen linearen Polarisation umso näher kommt, je näher der reflektiert-gebeugte Strahl zu derjenigen Richtung liegt, die mit dem ein-

fallenden den Winkel $2P$ bildet, und je näher der Einfallswinkel dem Polarisationswinkel ist.

Es ist hier zu bemerken, daß nur solche reflektiert-gebeugte Strahlen vollständig linearpolarisiert sein können, deren Richtung entweder genau den Winkel $2P$ mit dem einfallenden Strahl bildet, oder von dieser Richtung nur um wenige Grade abweicht.

II. Für beliebig gebeugte Strahlen.

Die hierher gehörigen Beobachtungen erstrecken sich auf die räumliche Gesamtheit der reflektiert-gebeugten Strahlen.

a) Bei beliebigem Einfallswinkel sind diejenigen, übrigens in beliebigen Meridianebenen gebeugten Strahlen, welche mit dem jeweiligen einfallenden Strahl den Winkel $2P$, mit dessen Fortsetzung den Winkel $180^0 - 2P$ bilden, nahezu vollständig linearpolarisiert, und zwar sehr angenähert in der Ebene des jeweiligen Meridians.

Demnach gehört zu jedem Einfallswinkel eine solche Kegelfläche, deren Generatrix mit dem einfallenden Strahl den Winkel $2P$ bildet; die längs dieser Kugelfläche fortschreitenden Strahlen sind in ihrer jeweiligen Meridianebene (Beugungsebene) polarisiert.

Diese Kegelflächen kann man wohl Polarisationskegel, kurz Polarkegel nennen.

Derjenige Teil der Mantelfläche des Polarkegels, dessen Gerade Strahlen vorstellen können, hängt stets vom jeweiligen Einfallswinkel ab; dieser kann zwischen den schon oben erwähnten Grenzen $i = 2P - 90^0$ und $i = 90^0$ verändert werden.

Im ersten Grenzfalle $i = 2P - 90^0$ liegt der ganze Kegel auf der jenseitigen Seite der reflektierenden Gitterfläche und berührt gerade die Ebene der letzteren, so daß gerade der, mit dem einfallenden den Winkel $2P$ bildende gebeugte Strahl längs der reflektierenden Gitterfläche rasant fortschreitet; auf diesen einzigen Strahl reduziert sich in diesem Falle der reale Teil des Polarkegels.

Im Falle $i = P$ bildet die in der Einfallsebene liegende Generatrix der Kegelfläche mit der reflektierenden Ebene den Winkel $90^0 - P$; der reale Teil der Mantelfläche liegt zwischen dieser Ebene und der erwähnten Generatrix, indes die Kegelachse mit der Rückseite der reflektierenden Fläche ebenfalls den Winkel $90^0 - P$ bildet, § 35, Fig. 8.

Schließlich, im zweiten Grenzfalle $i = 90^0$, bei rasantem Einfall, liegt die Kegelachse längs der reflektierenden Fläche und es kommt demnach die Hälfte der Mantelfläche des Kegels in realer Weise zur Geltung.

Anmerkung: Strenge genommen scheinen die Polarisationsebenen der hier unter II a) betrachteten Strahlen nicht immer genau mit der jeweiligen Meridianebene (Beugungsebene) zusammenzufallen; wiederholte, sorgfältige Beobachtungen führten mich zu folgender Erfahrung:

1. Wenn das, von der Meridianebene gerechnete Azimut der Einfallsebene*, η negativ und der Einfallswinkel i kleiner ist als der Polarisationswinkel P: dann scheint die Polarisationsebene des gebeugten Strahles in bezug auf dessen jeweilige Meridianebene bis auf einige Grade rechtssinnig gedreht; ist hingegen η negativ und der Einfallswinkel i größer als P: dann scheint die Polarisationsebene des gebeugten Strahles in bezug auf dessen jeweilige Meridianebene linkssinnig gedreht.

2. Ist η positiv und $i > P$ dann zeigt sich die Polarisationsebene des Strahles um einige Grade von der zugehörigen Meridianebene rechtssinnig, wenn $i < P$, linkssinnig gedreht.

Diese geringfügigen Drehungen scheinen mit dem absolutem Werte von η etwas zu wachsen.

b) Bei beliebigem Einfallswinkel zeigen alle Strahlen des räumlich reflektiert-gebeugten Strahlensystems partielle Polarisation, welche der vollständigen, linearen Polarisation um so näher kommt, je näher der Strahl zur jeweiligen Polarkegelfläche liegt und je näher der Einfallswinkel dem Polarisationswinkel ist. Der polarisierte Teil des jeweiligen Strahles ist im allgemeinen in genügender Annäherung in der jeweiligen Meridianebene (Beugungsebene) polarisiert.

Diese partielle Polarisation ist jedoch für solche Strahlen, die von der jeweiligen Polarkegelfläche etwa um 40^0 oder darüber abstehen, so gering, daß selbe unmerklich ist, obwohl die Intensität des gebeugten Strahles selbst noch sehr bedeutend sein kann.

§ 39. Zusammenfassung der Resultate der §§ 35—38. Wichtige Bemerkung bezüglich der normalen Inzidenz.

Man kann die allgemeinen Eigenschaften der in den vorhergehenden vier Paragraphen behandelten Erscheinungen wie folgt zusammenfassen:

* Siehe z. B. § 36, Punkt 2 und ebendort Tabelle I.

1. Unpolarisiertes Licht falle unter beliebigem Winkel auf ein Glasgitter: von den räumlich reflektiert-gebeugten Strahlen sind die längs der jeweiligen Polarkegelfläche fortschreitenden linearpolarisiert und zwar sehr nahezu in der jeweiligen Meridianebene (Beugungsebene); die Polarisierung ist am vollständigsten und deren Ebene ist genau die jeweilige Meridianebene, wenn der Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Gittersubstanz ist. Jeder nicht längs der jeweiligen Polarkegelfläche reflektiert-gebeugte Strahl zeigt partielle Polarisation; sein polarisierter Teil ist sehr näherungsweise in der jeweiligen Meridianebene polarisiert und zwar um so vollständiger, je näher der Strahl zur jeweiligen Polarkegelfläche liegt.

Gebeugte Strahlen, die vom einfallenden Strahl nur um etwa 70^0 oder darunter abstehen, zeigen nur mehr unmerkliche Polarisation. —

2. Wir haben hier noch eine wichtige ergänzende Erfahrung anzuführen: es zeigt nämlich die Beobachtung, daß die letzterwähnte Eigenschaft bei normaler Inzidenz ohne jegliche Beschränkung gültig ist.

Ich überzeugte mich nämlich durch besonders zu diesem Zwecke angestellte Untersuchungen, daß bei normaler Inzidenz unpolarisierten Lichtes auf das reflektierende Glasgitter kein einziger der räumlich reflektiert-gebeugten Strahlen auch nur eine merkliche Spur von Polarisation zeigt.

B. Einfallendes linearpolarisiertes Licht. Untersuchung der Auslöschung der reflektiert-gebeugten Strahlen mit freiem Auge durch Drehung des Polarisators.

§ 40. Der Einfallswinkel ist der Polarisationswinkel der Glasgittersubstanz. Gesetz des Hauptextinktionskegels.

In den folgenden § 40—43 beschreibe ich diejenigen Versuche, welche sich auf die, dem Gesetze des Polarkegels gewissermaßen reziproke oder inverte Erscheinung beziehen und die demnach zu bestimmten, dem ersteren Gesetze reziproken Gesetzmäßigkeiten führen.

In bezug auf die räumlich reflektiert-gebeugten Strahlen, die bei dem durch den Polarisator linearpolarisierten auf die Gitterfläche fallenden Lichte entstehen und so bei entferntem Analysator, also unmittelbar ins Auge des Beobachters gelangen, fand ich auf Grund sehr zahlreicher Beobachtungen folgende Gesetzmäßigkeiten:

I. Alle diejenigen Strahlen des in dieser Weise entstandenen Systems der räumlich reflektiert-gebeugten Strahlen, welche mit dem einfallenden Strahl den Winkel $2\,P$, mit seiner Fortsetzung den Winkel $180^0 - 2\,P$ bilden, können durch geeignete Drehung des Polarisators um den einfallenden Strahl als Achse stets ganz ausgelöscht werden; aber in der jeweiligen Auslöschungslage des Polarisators ist dessen Polarisationsebene nicht immer normal zur jeweiligen Meridianebene (Beugungsebene) des betrachteten gebeugten Strahles, sondern dieselbe hat eine andere, bestimmte Gesetzmäßigkeit.

Letztere zeigt sich nun in folgenden Beziehungen: Wird der regelmäßig-reflektierte Strahl in der angedeuteten Weise ausgelöscht, so ist dabei die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes senkrecht zur Einfallsebene; erstere enthält also die Normale der letzteren Hingegen ist bei Auslöschung eines solchen reflektiert-gebeugten Strahles, von dessen Meridianebene aus die Einfallsebene (für ein gegen die Lichtquelle blickendes Auge) rechtssinnig gedreht erscheint, das ist, für welche der Winkel η [§ 36, Punkt 2] positiv ist: die Polarisationsebene des auslöschenden Polarisators und mit ihm also auch die des einfallenden Lichtes, von der Normale der jeweiligen Meridianebene (Beugungsebene) aus gerechnet, rechtssinnig gedreht und umgekehrt.

Da bei dem mehrfach erwähnten Gitter $P = 56^0\,15'$, so kann, wie eine einfache, sphärisch-trigonometrische Rechnung ergibt, der Winkel η zwischen den Grenzen $-\,73^0\,55'$ und $+\,73^0\,55'$ liegen; während nun η dieses Intervall durchläuft, ändert sich die Abweichung der Polarisationsebene des auslöschenden Polarisators von der Normalen der jeweiligen Meridianebene ziemlich regelmäßig von $-23{,}5^0$ bis $+23{,}5^0$.

Dieses Gesetz ist gewissermaßen, jedoch nicht genau reziprok

zum Gesetz des Hauptpolarkegels; dasselbe enthält das umgekehrte MALUS-BREWSTERsche Gesetz als einen ganz speziellen Fall; auch hier kann man, aus denselben Gründen, die wir bei Betrachtung des Gesetzes des Hauptpolarkegels angeführt haben [§ 35, Abschnitt I], das gegenwärtige Gesetz nicht als eine Verallgmeinerung des umgekehrten MALUS-BREWSTERschen Gesetzes auffassen; das Nähere gibt § 41.

Der geometrische Ort der hier erwähnten, ganz auslöschlichen, gebeugten Strahlen ist die Hauptpolarkegelfläche; da indes die Rolle dieser Fläche hier eine andere ist als im vorigen Gesetze, so wollen wir dieselbe bei unserer jetzt betrachteten Erscheinung die Fläche des Auslöschungs(Extinktions-)kegels nennen, und die mit derselben hier verbundene gesetzmäßige Beziehung das Gesetz des Hauptextinktionskegels.

Bemerkung: In diesem Abschnitt B [§ 40—43] vermeide ich es absichtlich vom Polarisationszustand des reflektiert-gebeugten Lichtes zu sprechen, davon wird im Abschnitt III, 3 [§ 44—72] ganz ausführlich, qualitativ und besonders quantitativ die Rede sein; doch möge hier schon erwähnt werden, welches Azimut auch das einfallende linearpolarisierte Licht haben möge: die Strahlen, die längs der Mantelfläche des Hauptpolarkegels oder des Hauptextinktionskegels fortschreiten, sind stets in ihrer jeweiligen Meridianebene (Beugungsebene) polarisiert. Wenn wir nun, dem jetzt erwähnten letzterem Gesetze gemäß die soeben genannten gebeugten Strahlen mittels Drehung des Polarisators auslöschen, so braucht die Polarisationsebene des letzteren nicht, wie man etwa apriori anzunehmen geneigt wäre, senkrecht zur Meridianebene gerichtet sein; eben die oben mitgeteilte Erfahrung zeigt, daß die Abweichung von dieser normalen Richtung sich bis auf $\pm 23^0 \cdot 5$ erstrecken kann.

II. Alle diejenigen reflektiert-gebeugten Strahlen, die in der Einfallsebene liegen, zeigen im allgemeinen, bei Drehung des Polarisators ein Lichtmaximum und ein Lichtminimum. Das Minimum des regelmäßig reflektierten Strahles kann näherungsweise gleich Null genommen werden, die Minima der übrigen hier erwähnten Strahlen liegen um so näher der Null, je näher der gebeugte Strahl dem regelmäßig reflektierten Strahle liegt, und umgekehrt.

Im allgemeinen ist hier ebenfalls zu bemerken, daß diejenigen reflektiert-gebeugten Strahlen, die in dem, vom regelrecht reflektiertem Strahl und der reflektierenden Ebene gebildeten spitzen Winkel liegen, ein dunkleres Minimum zeigen, als die-

jenigen gebeugten Strahlen, die in dem supplementären stumpfen Winkel liegen. In bezug auf letztere gilt die Erfahrung: wenn dieselben vom regelmäßig reflektierten Strahle, gegen den einfallenden zu gerechnet, etwa um 40°, oder noch darüber abweichen: zeigt sich bei Drehung des Polarisators keine merkliche Intensitätsänderung des Strahles, obwohl dessen Intensität selbst noch ganz bedeutend sein kann.

Bei den hier, unter II. betrachteten Strahlen ist die Polarisationsebene des auf das jeweilige Lichtminimum eingestellten Polarisators stets senkrecht zur Einfallsebene.

III. Alle reflektiert-gebeugten Strahlen, mögen dieselben in irgend einer beliebigen, den einfallenden Strahl enthaltenden Meridianebene (Beugungsebene) sich befinden, zeigen im allgemeinen, bei Drehung des Polarisators je ein Lichtmaximum und ein Minimum. Für längs der Extinktionskegelfläche fortschreitende Strahlen kann dies Minimum gleich Null genommen werden; für die übrigen Strahlen ist dies Minimum um so näher der Null, je näher der jeweilige gebeugte Strahl zu dieser Fläche liegt; die Polarisationsebene des auf das Minimum irgend eines Strahles eingestellten Polarisators hat im allgemeinen, näherungsweise eine solche Lage, bei welcher die Auslöschung des im selben Meridian befindlichen, jedoch längs der Extinktionsfläche fortschreitenden Strahles stattfindet.

Auch hier gilt die allgemeine Erfahrung, daß diejenigen gebeugten Strahlen, die in dem, zwischen dem letzerwähnten Strahl und der reflektierenden Gitterfläche gebildeten, jedoch im selben Meridiane befindlichen spitzen Winkel liegen, eine stärkere Verdunkelung zeigen, als die im selben Meridiane jedoch auf der anderen Seite des erwähnten in der Extinktionsfläche schreitenden Strahles liegenden Strahlen. Die Verdunkelung der letzteren Strahlen wird unmerklich, wenn deren Winkelabstand vom ersteren Strahl 40° und darüber beträgt, obwohl die Intensität des gebeugten Strahles selbst noch immer sehr bedeutend sein kann.

Faßt man die im gegenwärtigen Paragraphen mitgeteilten Erfahrungen, die aus den, innerhalb der weitesten Grenzen angestellten Beobachtungen folgten, zusammen, so kann man sagen:

Fällt linearpolarisiertes Licht unter dem Polarisationswinkel der Glasgittersubstanz auf dessen gefurchte Fläche und gelangen die von derselben räumlich reflektiert-gebeugten Strahlen unmittelbar in das Auge des Beobachters: dann kann man die längs der Hauptextinktionsfläche fortschreitenden Strahlen mittels Drehung des Polarisators ganz auslöschen; es ist dann die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes von der Normale der Meridianebene (Beugungsebene) des jeweiligen gebeugten Strahles rechtssinnig oder linkssinnig gedreht, je nachdem die Einfallsebene von dieser Meridianebene rechtssinnig oder linkssinnig gedreht erscheint; die erstere Abweichung wächst mit der letzteren Drehung.

Alle übrigen gebeugten Strahlen zeigen während der Drehung des Polarisators im allgemeinen je ein Lichtmaximum und ein Minimum; letzteres ist der Null um so näher, je näher der gebeugte Strahl zur Hauptextinktionsfläche liegt und umgekehrt; bei Einstellung auf das Minimum irgend eines gebeugten Strahles hat die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes nahezu dieselbe Lage, wie diejenige, bei welcher der in derselben Meridianebene, jedoch längs der Extinktionsfläche schreitende gebeugte Strahl ausgelöscht erscheint.

Bildet der gebeugte Strahl mit dem einfallenden einen Winkel von $2P - 40^0$ oder darunter: dann tritt bei Drehung des Polarisators eine merkliche Intensitätsänderung nicht auf, obzwar die Intensität selbst noch sehr bedeutend sein kann.

§ 41. Quantitative Beobachtungsdaten zur Erhärtung des Gesetzes des Hauptextinktionskegels. Tabelle II. Projektive Darstellung des Gesetzes: Zweites Projektionsbild.

Die hier folgende Tabelle II enthält die geordneten Beobachtungsresultate der Untersuchungen, die ich mittels des im § 33 erwähnten gekreuzten PALATINschen Glasgitters vom Intervalle 0,5 mm und 0,001 160 mm diesbezüglich angestellt habe.

In bezug auf die in dieser Tabelle vorkommenden Zeichen

muß bemerkt werden, daß die im § 36 unter 1., 2., 3., 4. und 5. festgesetzten Bezeichnungen auch hier Geltung haben; bezüglich der übrigen ist zu bemerken:

6. Es bedeutet ψ dasjenige Polarisationsazimut des einfallenden Lichtes, bei welchem der jeweilige gebeugte Strahl ausgelöscht ist; dabei sind die brechenden Kanten des Polarisationsprismas stets parallel zur Polarisationsebene des durch jenes gedrungenen einfallenden Strahles; dieser Winkel ψ wurde am Positionskreis des Polarisators abgelesen und von dessen Nullpunkt ab gezählt.

Die Zunahme dieses Winkels ist positiv, wenn dem in der Fortsetzung des einfallenden Strahles befindlichen Auge des Beobachters, welcher gegen die Lichtquelle zu blickt, diese Zunahme (die Drehung des Polarisators) rechtssinnig (also im Sinne des Uhrenzeigerganges) erscheint, und umgekehrt.

7. Es bedeutet ψ_0 diejenigen Mittelwerte der Polarisationsazimute des einfallenden Lichtes, bei welchen der von der gefurchten Gitterfläche direkt reflektierte Strahl ausgelöscht wird, wenn bei ungeändertem Einfallswinkel P die Furchenrichtung des Gitters mit der Schnittlinie der Einfalls- und Gitterebene in der reflektierenden Ebene die Winkel $\varepsilon = 0, 90, 180$ und 270^0 bildet, dabei sind, wie unter 6., die Auslöschungsazimute verstanden. In diesen Fällen ist der einfallende Strahl sehr nahezu senkrecht zur Einfallsebene polarisiert, und es bedeutet somit ψ_0 das Polarisationsazimut des zur Einfallsebene senkrecht polarisierten einfallenden Lichtes; dasselbe wird wie ψ in 6. bestimmt.

8. Nach den vorigen beiden Punkten bedeutet also $\psi - \psi_0$ den Winkel zwischen der Polarisationsebene des den jeweiligen gebeugten Strahl auslöschenden Polarisators, also der Polarisationsebene des einfallenden Lichtes, und der Normalen der Meridianebene (Beugungsebene) dieses Strahles; derselbe ist gleich der Differenz der nach Punkt 6 und 7 abgelesenen Azimute.

Nach Punkt 3 des § 36 bezieht sich die dritte und vierte Rubrik auf die vom Furchensystem 0,5 mm erzeugten reflektiert-gebeugten Strahlen; die fünfte Rubrik enthält deren jeweilige Mittelwerte; ebenso hat die siebente, achte und neunte Rubrik dieselbe Bedeutung für das Furchensystem 0,001 160 mm; schließ-

Tabelle II.

Zum Gesetz des Hauptextinktionskegels.
Einfallendes linearpolarisiertes Licht.

Der Einfallswinkel ist der Polarisationswinkel der Substanz des Glasgitters: $P = 56^0\ 15'$.

Die von der Normale der jeweiligen Meridianebene (Beugungsebene) gerechneten Polarisationsazimute desjenigen einfallenden Lichtes, bei welchem der vom gekreuzten Palatinschen, mit den Furchensystemen 0,5 mm und 0,001 160 mm versehenen Gitter reflektiert-gebeugte, mit dem einfallenden den Winkel $2P$ bildende jeweilige Strahl ausgelöscht erscheint.

η	ε	$\psi_{\cdot}-\psi_0$	$\dot{\psi}-\psi_0$	$\dot{\psi}_{\cdot}-\psi_0$	ε	$\psi_{*}-\psi_0$	$\overset{*}{\psi}-\psi_0$	$\overset{*}{\psi}_{*}-\psi_0$	Mittelwert: $\psi-\psi_0$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
− 70	− 22,3	− 21,38	− 25,09	− 23,24	+ 67,8	− 18,19	− 26,15	− 22,17	− 22,71
− 60	− 18,3	− 16,12	− 18,92	− 17,52	+ 71,3	− 10,57	− 16,65	− 13,61	− 15,57
− 50	− 14,8	− 11,02	− 11,84	− 11,43	+ 74,8	− 7,74	− 11,65	− 9,70	− 10,57
− 40	− 11,8	− 6,24	− 7,93	− 7,08	+ 77,0	− 3,30	− 6,30	− 4,80	− 5,94
− 30	− 9,0	− 1,17	− 1,97	− 1,57	+ 79,8	+ 0,53	− 4,47	− 1,97	− 1,77
− 20	− 6,1	− 0,22	+ 0,25	+ 0,02	+ 83,0	+ 0,33	− 2,25	− 0,96	− 0,47
− 10	− 5,1	+ 0,05	+ 0,09	+ 0,07	+ 84,4	− 1,04	− 0,90	− 0,97	− 0,45
0	− (0,0)	+ 0,14	− 0,05	+ 0,05	+ (90,0)	− 0,33	+ 0,23	− 0,05	0,00
+ 10	+ 4,9	+ 0,05	+ 0,44	+ 0,25	+ 95,0	+ 1,15	+ 0,48	+ 0,82	+ 0,54
+ 20	+ 6,9	− 0,32	+ 0,78	+ 0,23	+ 96,2	+ 2,76	− 0,18	+ 1,29	+ 0,76
+ 30	+ 8,5	+ 3,20	+ 1,48	+ 2,34	+ 98,1	+ 3,86	+ 0,08	+ 1,97	+ 2,16
+ 40	+ 11,7	+ 6,84	+ 4,69	+ 5,77	+ 101,1	+ 7,39	+ 2,71	+ 5,05	+ 5,41
+ 50	+ 14,5	+ 12,53	+ 11,53	+ 12,03	+ 104,0	+ 12,14	+ 8,02	+ 10,08	+ 11,06
+ 60	+ 18,5	+ 15,52	+ 14,90	+ 15,21	+ 107,8	+ 19,41	+ 12,70	+ 16,06	+ 15,64
+ 70	+ 22,3	+ 19,45	+ 17,42	+ 18,44	+ 111,4	+ 25,62	+ 19,08	+ 22,35	+ 20,40

lich enthält die zehnte Rubrik die Mittelwerte der Daten der fünften und neunten Rubrik.

Der Tabelle gemäß zeigen die Werte der dritten und vierten, ebenso der siebenten und achten Rubrik untereinander Abweichungen, die besonders bei größern Werten von η mehrere Grade ausmachen; dies scheint einesteils daraufhin zu deuten, daß bei dieser Erscheinung, bei ein und demselben Furchensystem das Auslöschungsazimut merklich verschieden ist, wenn das Furchensystem einmal nach einer bestimmten Richtung in der fixen reflektierenden Ebene, das andere Mal in derselben Ebene von dieser

Richtung um 180° gedreht ist. Andrerseits scheint sich hier auch der Einfluß des Intervalls ein wenig bemerkbar zu machen.

Indes zeigt sich, daß die Mittelwerte der fünften und neunten Rubrik im Durchschnitt geringere, jedoch nicht ganz zu vernach-

Gesetz des Hauptextinktionskegels.

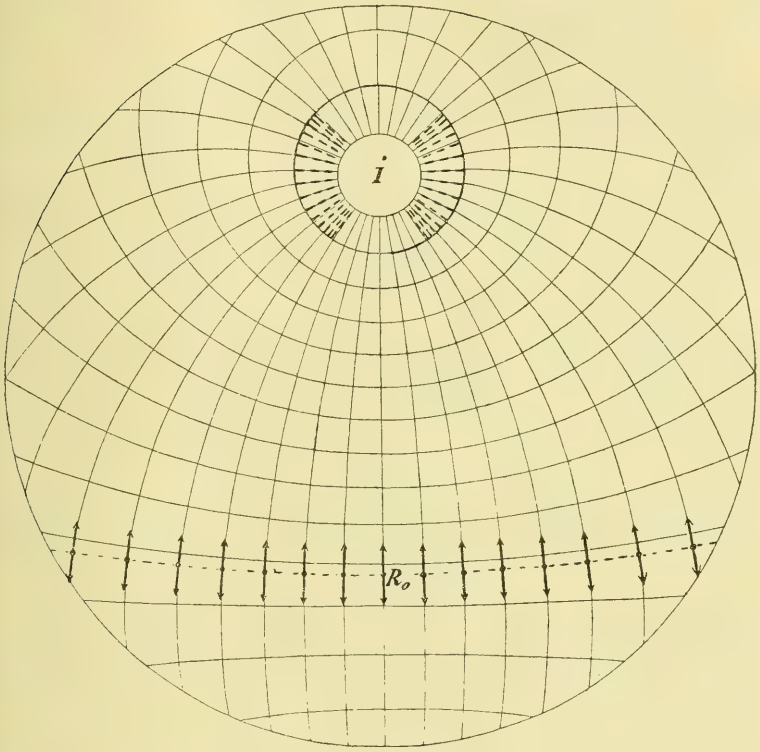


Fig. 10. Zweites Projektionsbild.

lässigende Abweichungen voneinander haben; die Mittelwerte der zehnten Rubrik zeigen einen genügend regelmäßigen Gang.

Bildet man nämlich den Durchschnitt dieser letztern Mittelwerte in bezug auf die beobachteten fünfzehn Richtungen, so findet man $(-57{,}48^0 + 55{,}97^0) : 15 = -0{,}10^0 = -6'$; mit diesem Werte unterscheidet sich der resultierende Mittelwert der Auslöschungsazimute des einfallenden Lichtes von demjenigen Azimut,

bei welchem das einfallende Licht senkrecht zur Einfallsebene polarisiert ist; die relative Geringfügigkeit dieser Abweichung dürfte wohl als ein bemerkenswertes Kriterium der Regelmäßigkeit der verhältnismäßig großen Winkeldifferenzen zu betrachten sein.

Zur graphischen Veranschaulichung dieses Extinktionsgesetzes diene das hier beigegebene zweite Projektionsbild Fig. 10, dessen Koordinatensystem dasselbe ist, wie im ersten Projektionsbild, § 37, Fig. 9.

Hier jedoch stellen die durch den Eintrittspunkt I des einfallenden Lichtbündels gerichteten gestrichelten Linien* die jeweilige Polarisationsebene des auslöschenden Polarisators dar und zwar: Die mittlere gestrichelte Linie, welche auf dem mittleren Meridian IR_0, also zur Einfallsebene senkrecht ist, stellt die zum reziproken MALUS-BREWSTERschen Gesetz gehörige Auslöschungspolarisationsebene dar; die von ersterer rechtssinnig und linkssinnig gedreht erscheinenden gestrichelten Linien stellen der Reihe nach diejenigen Auslöschungspolarisationsebenen dar, welche zu den längs der Hauptextinktionskegelfläche, jedoch in den vom mittleren an rechtssinnig und linkssinnig der Reihe nach aufeinander folgenden Meridianen fortschreitenden Strahlen gehören. [Diese Strahlen sind stets in ihrer jeweiligen Beugungsebene (Meridianebene) polarisiert; ihre Polarisationsrichtungen sind durch die zweispitzigen Pfeilchen dargestellt; siehe auch § 40, I., Bemerkung.]

Die Zeichnung macht die stets zunehmende Abweichung der Auslöschungspolarisationsebene von der Normale der jeweiligen Meridianebene ersichtlich.

§ 42. Der Einfallswinkel ist beliebig. Das einfallende Licht ist linearpolarisiert. Allgemeines Gesetz des Extinktionskegels.

Die reflektiert-gebeugten Strahlen gelangten auch bei den jetzt zu beschreibenden Beobachtungen von der gefurchten Gitterfläche unmittelbar in das Auge des Beobachters; ihre Intensität wurde durch Drehen des Polarisators geändert; im übrigen hat die in der Einleitung des § 38 erwähnte Bemerkung Geltung.

* Dieselben sind, um Undeutlichkeit zu vermeiden, nicht durch I gezogen.

I. Für in der Einfallsebene gebeugte Strahlen.

a) Bei beliebigem Einfallswinkel können alle diejenigen reflektiert-gebeugten Strahlen, die mit dem einfallenden Strahl den Winkel $2P$, mit seiner Fortsetzung den Winkel $180^0 - 2P$ bilden, durch geeignete Drehung des Polarisators sehr bedeutend verdunkelt werden; die Polarisationsebene des auf das Intensitätsminimum eingestellten Polarisators ist senkrecht zur Einfallsebene.

Der Einfallswinkel i konnte unter der genannten Bedingung von $i = 2P - 90^0$ bis $i = 90^0$ geändert werden; wenn nun der gebeugte Strahl mit dem einfallenden den Winkel $2P$ bildet, dann ist im Grenzfalle $i = 2P - 90^0$ die Auslöschung des gebeugten, hier rasanten Strahls fast vollkommen; ferner ist im Falle des rasant einfallenden Lichtes $i = 90^0$ die Verdunkelung stets sehr kräftig; dieselbe kann vollständig genannt werden, wenn $i = P$.

b) Bei beliebigem Einfallswinkel zeigen die in der Einfallsebene nach beliebiger Richtung gebeugten Strahlen bei Drehung des Polarisators im allgemeinen partielle Verdunkelung, die umso vollkommener ist, je näher die Richtung des Strahles zu der, mit dem einfallenden den Winkel $2P$ bildenden Richtung und je näher der Einfallswinkel zum Polarisationswinkel ist; die Polarisationsebene des auf das Minimum eingestellten Polarisators ist senkrecht zur Einfallsebene.

Auch hier muß bemerkt werden, daß von den reflektiert-gebeugten Strahlen nur diejenigen völlige Verdunkelung zeigen, deren Richtung mit dem einfallenden Strahl entweder genau den Winkel $2P$ bildet, oder von dieser Richtung nur um wenige Grade abweicht.

II. Für beliebig gebeugte Strahlen.

Die hierher gehörigen Beobachtungen erstrecken sich ebenfalls auf die räumliche Gesamtheit der reflektiert-gebeugten Strahlen.

a) Bei beliebigen Einfallswinkeln zeigen alle diejenigen, übrigens in beliebigen Meridianen reflektiert-gebeugten Strahlen, die mit dem jeweiligen einfallenden Strahl den Winkel $2P$, mit seiner Fortsetzung den Winkel

$180^0 - 2P$ bilden, bei Drehung des Polarisators sehr kräftige Verdunkelung; letztere wird vollständig, wenn der Einfallswinkel gleich wird dem Polarisationswinkel. Die Polarisationsebene des auf diese allgemeine Verdunkelung irgend eines Strahles eingestellten Polarisators zeigt sehr nahezu dieselbe Lage, bei welcher der im selben Meridian, jedoch längs der Hauptextinktionsfläche fortschreitende Strahl ausgelöscht wird.

Die so gekennzeichnete Kegelfläche, welche also um den jeweiligen einfallenden Strahl als geometrische Achse, mit der dazu um den Winkel $2P$ geneigten Generatrix konstruiert werden kann, darf man wohl, ihrer erwähnten optischen Eigenschaft gemäß, den Auslöschungs(Extinktions)kegel nennen. Von dieser Fläche hat nur der auf der reflektierenden Seite der Gitterebene liegende Teil eine reale Bedeutung; der andere Teil kommt hier nicht zur Geltung.

Da nun solche Strahlen, die mit dem einfallenden den Winkel $2P$ bilden, nur zwischen den Grenzwerten der Einfallswinkel $i = 2P - 90^0$ und $i = 90^0$ entstehen können, so sind auch hier die realen Teile der Mantelfläche des Extinktionskegels sehr verschieden.

Im ersten Grenzfalle, wo $i = 2P - 90^0$, reduziert sich diese Mantelfläche auf eine einzige Gerade, nämlich auf den rasant in der Einfallsebene fortschreitenden gebeugten Strahl.

Im Falle $i = P$ entsteht die Hauptextinktionsfläche, deren in der Einfallsebene liegende Generatrix mit der Gitterfläche den Winkel $90^0 - P$, mit der Achse des Kegels jedoch den doppelten Winkel, nämlich $180^0 - 2P$ bildet; deshalb kommt hier auch nur der kleinere Teil der Mantelfläche zur Geltung, welche zwischen der genannten Generatrix und der Gitterfläche liegt, § 35, Fig. 8.

Im zweiten Grenzfalle, wo $i = 90^0$, liegt die Kegelachse in der reflektierenden Gitterebene, und es kommt die Hälfte der Mantelfläche zur Geltung.

b) Bei beliebigem Einfallswinkel zeigen alle Strahlen des räumlich reflektiert-gebeugten Strahlensystems bei Drehung des Polarisators, partielle Verdunkelung, welche umso vollkommener ist, je näher der gebeugte Strahl der jeweiligen Extinktionsfläche liegt und je näher der Einfallswinkel

zum Polarisationswinkel liegt; doch ist der Einfluß des erstern Umstandes im allgemeinen bedeutender als der des letztern. Die Lage der Polarisationsebene des auf das Minimum der Verdunkelung eingestellten Polarisators ist nahe zu derjenigen Lage, bei welcher ein im selben Meridiane, aber längs der jeweiligen Extinktionsfläche fortschreitender gebeugter Strahl ausgelöscht erscheint.

Bildet der gebeugte Strahl mit dem einfallenden einen Winkel von etwa 70^0 oder darunter: dann ist während der Drehung des Polarisators die Verdunkelung unmerklich, obwohl die Intensität des gebeugten Strahles selbst noch sehr bedeutend sein kann.

§ 43. Zusammenfassung der Resultate der §§ 40—42. Wichtige Bemerkung in bezug auf die normale Inzidenz.

Man kann die in den vorangehenden §§ 40—42 behandelten Erfahrungen in folgender Weise vereinigt ausdrücken:

1. Linearpolarisiertes Licht falle unter beliebigem Einfallswinkel auf die gefurchte Fläche des Glasgitters; es können dann von den mit freiem Auge beobachteten räumlich reflektiert-gebeugten Strahlen diejenigen, die längs der zum jeweiligen Einfallswinkel gehörigen Extinktionsfläche fortschreiten, durch Drehung des Polarisators ausgelöscht werden. Die Polarisationsebene des auslöschenden Polarisators erscheint von der Normale der jeweiligen Meridianebene (Beugungsebene) rechtssinnig oder linkssinnig gedreht, je nachdem die Einfallsebene von dieser Meridianebene aus rechtssinnig oder linkssinnig gedreht erscheint.

Die Auslöschung ist am vollkommensten, wenn der Einfallswinkel gleich ist dem Polarisationswinkel der Gittersubstanz.

Alle andern gebeugten Strahlen zeigen bei Drehung des Polarisators nur partielle Verdunkelung, die sich der vollkommenen um so mehr nähert, je näher der gebeugte Strahl zur jeweiligen Extinktionsfläche liegt. Die Lage der Polarisationsebene des auf das Minimum eingestellten Polarisators ist im allgemeinen näherungsweise dieselbe, wie die-

jenige, bei welcher der in derselben Meridianebene, jedoch längs der Extinktionsfläche fortschreitende Strahl ausgelöscht erscheint.

Die partielle Verdunkelung ist unmerklich, wenn der reflektiert-gebeugte Strahl mit dem einfallenden einen Winkel von 70^0 oder darunter bildet. —

2. Auch hier haben wir eine wichtige, ergänzende Erfahrung anzuführen: es zeigt nämlich die Beobachtung, daß die letzterwähnte Eigenschaft bei normaler Inzidenz ohne jegliche Beschränkung Geltung hat.

Ich überzeugte mich nämlich durch besonders zu diesem Zwecke angestellte Untersuchungen, daß bei normaler Inzidenz linearpolarisierten Lichtes auf das reflektierende Glasgitter kein einziger der räumlich reflektiert-gebeugten Strahlen bei Drehung des Polarisators auch nur eine Spur von Verdunkelung zeigt.

3. Einfallendes linearpolarisiertes Licht: quantitative Untersuchung des Polarisationsazimuts der reflektiert-gebeugten Strahlen mittels Analysators. Die Gesetze der zirkumpolaren und der zirkumaxialen Polarisation; der isogonalen und der stereographisch-parallelen Polarisation.

§ 44. Vorbemerkungen:
Die räumlich reflektiert-gebeugten Strahlen sind im allgemeinen linearpolarisiert. Die beobachteten Strahlensysteme. Erkennung der allgemeinen Gesetzmäßigkeiten.

In den folgenden §§ 44—72 beschreibe ich die in der Überschrift dieses Abschnittes genannten Untersuchungen und gebe die tabellarisch geordneten Beobachtungsresultate derselben, sowie deren Vergleichung mit dem Vektorensystem gewisser Arten von physikalisch möglichen einfachen Kugelwellen, die in den §§ 14—27 ausführlich behandelt wurden.

Vor allen muß ich jedoch die Bemerkung vorausschicken, daß die so entstandenen Strahlen im allgemeinen mittels Drehung des Analysators ausgelöscht werden können, daß sie also linearpolarisiert sind; die Auslöschung kann für fast alle Strahlen eine vollkommene genannt werden; aus-

nahmsweise war die Auslöschung einzelner Strahlen, wenn auch nicht ganz, so doch nahezu vollständig. Infolge dieser Erfahrung, ferner aus dem Grunde, weil vorliegende Untersuchung sich vorerst mit dem allgemeinen Rahmen und den charakteristischen Hauptzügen der hier zu erwartenden allgemeinen Gesetzmäßigkeiten zu beschäftigen hatte, durfte ich von der sehr geringen, teils partiellen, teils elliptischen Polarisation der erwähnten wenigen Strahlen absehen. Demnach untersuchte ich alle hier beobachteten Strahlen, als ob dieselben ausnahmslos linearpolarisiert wären und dürften die weiter unten mitgeteilten quantitativen Daten die tatsächlichen Polarisationszustände mit sehr großer Annäherung und dem dabei nach Maßgabe der Schärfe der sich hier bildenden Erscheinung erreichbaren Grad der Genauigkeit darstellen.

Die Beobachtungen selbst erstrecken sich auf eine ganze Schar von räumlichen Systemen reflektiert-gebeugter Strahlen und bilden den eigentlichen Hauptinhalt des experimentellen Teils dieser Arbeit. Es wurde nämlich für eine Reihe verschiedener Einfallswinkel das Einfallsazimut nach bestimmten Intervallen geändert und das in jedem einzelnen Falle entstandene räumlich-gebeugte Strahlensystem in der Weise untersucht, daß eine, in bezug auf gleichmäßige räumliche Verteilung passend ausgewählte, genug zahlreiche Strahlengruppe mit dem Analysator beobachtet wurde.

Wie aus den, in den folgenden Paragraphen mitgeteilten Tabellen ersichtlich, erstrecken sich nun die Beobachtungsreihen auf die meiner Ansicht nach wichtigsten Einfallswinkel und Einfallsazimute, und zwar:

1. Einfallswinkel $i = 56^0\ 15'$, also der Polarisationswinkel der Glasgittersubstanz; dabei: Einfallsazimut 90^0; 105^0 und 75^0; 45^0, 15^0, 0^0.
2. Einfallswinkel $i = 68^0\ 45$; Einfallsazimut 90^0.
3. „ $i = 50^0\ 00'$; „ 90^0.
4. „ $i = 43^0\ 45'$; „ 90^0.
5. „ $i = 80^0$; „ $90^0, 45^0, 0^0$.
6. „ $i = 30^0$; „ $90^0, 45^0, 0^0$.
7. „ $i = 0^0$; (Einfallsebene und Einfallsazimut unbestimmt).

Die hierauf bezüglichen etwa 25 000 quantitativen Beobachtungen führten zur Auffindung sehr schöner, zum Teil unerwarteter, im allgemeinen jedoch bisher unbekannter, einfacher Gesetzmäßigkeiten allgemeiner Natur, welche die räumliche Verteilung der Polarisationszustände der von Glasgittern reflektiert-gebeugten Strahlensysteme beherrschen. Dieselben genügen vollkommen, um das ganze Bild der hier entstehenden Erscheinung in seinen Hauptzügen wohl erkennen zu lassen, und zwar auch in der Art seiner Abhängigkeit vom Einfallswinkel und vom Einfallsazimut, so daß man wohl behaupten darf, daß mit diesen Beobachtungen die allgemeine, erfahrungsgemäße quantitative Kenntnis obgenannter Erscheinungsgruppe in ihren charakteristischen Eigenheiten gewonnen wurde.

Dieselben scheinen jedenfalls dahin zu deuten, daß die gewöhnliche Lichtreflexion an ebenen Glassubstanzen eine Erscheinung viel komplizierterer Natur ist, als man bisher anzunehmen gewohnt war.

Es sei gestattet, hier zu bemerken, daß bei den in diesem III., 3. Teil behandelten Beobachtungen diejenigen, welche sich auf Strahlen von genügender Intensität bezogen, keinerlei Schwierigkeiten darboten; hingegen war die quantitative Untersuchung der lichtschwachen Strahlen oft mit großer Mühe und mehrfachen Wiederholungen verbunden (vgl. Punkt II des § 34).

Die Beobachtungen geschahen in der in den §§ 30—34 erwähnten Weise, nämlich derart, daß hier bei jeder Beobachtung sowohl der Polarisator als auch der Analysator in Anwendung kam; mittels Drehung des letzteren wurde der jeweilige, gebeugte Strahl ausgelöscht; aus dieser Lage des Analysators wurde das Polarisationsazimut des Strahles bestimmt.

A) Der Einfallswinkel ist der Polarisationswinkel der Glasgittersubstanz.

§ 45. Einfallswinkel $= P$; Einfallsazimut $= 90^0$. Auffindung der „Polarachse“, der „fixen Schwingungsrichtung“.

I. Wie schon in § 29 erwähnt, bildete den Ausgangspunkt meiner diesbezüglichen Überlegungen die Betrachtung der Frage, ob die von RÉTHY in seinen Darstellungsschemen (§ 6) postulierte

„Polarachse“, nämlich eine auf die Polarisationsrichtungen sämtlicher gebeugten Strahlen senkrechte bestimmte Richtung im Raume, welche nach der STOKES-GLAZEBROOKschen Auffassung (§ 8) die stationäre „fixe Schwingungsrichtung“ der oszillierenden Teilchen an der Gitterfläche sein sollte, eine wirklich vorhandene Eigenschaft sei, deren Existenz mittels der Polarisationsrichtungen einer großen Anzahl von in den verschiedensten räumlichen Richtungen gebeugter Strahlen direkt und überzeugend nachgewiesen werden könnte?

Nach vielen Überlegungen, nach Anwendung verschiedener theoretischer und numerischer Versuche und Analogien kam ich zu der Überzeugung, daß eine derartige Richtung, wenn sie überhaupt vorhanden wäre, jedenfalls die Eigenschaft zeigen müßte, daß derjenige von der Gitterfläche reflektiert-gebeugte Strahl, der in der Richtung dieser Polarachse oder der fixen Schwingung fortschreitet, aus folgenden Gründen die Lichtintensität Null haben müßte:

Setzt man nämlich voraus, die Polarisationsebenen der um diese fixe Richtung liegenden gebeugten Strahlen hätten in der Tat die hypothetisch angenommene zirkumaxiale Verteilung im Raume: so müßte die Lage der Polarisationsebene des in dieser fixen Richtung fortschreitenden gebeugten Strahles unbestimmt werden, denn jede, diese Richtung, also diesen Strahl enthaltende Ebene wäre gleichermaßen berechtigt, Polarisationsebene dieses Strahles zu sein.

Indes gibt es erfahrungsgemäß überhaupt keinen in dieser unbestimmten Weise polarisierten Strahl; nimmt man jedoch an, die Intensität dieses in der fixen Richtung fortschreitenden Strahles sei Null: so verschwindet dieser Widerspruch und die Schwierigkeit ist beseitigt.

Nun haben wir aber schon in den §§ 40 und 41 die merkwürdige Erfahrung gemacht, daß es nach dem Gesetze des Hauptextinktionskegels ganze Scharen von aus einfallendem linearpolarisierten Licht entstandenen reflektiert-gebeugten Strahlen gibt, die bei je einer zugehörigen Lage des Polarisators einzeln ausgelöscht erscheinen. Ebenso fanden wir in § 42 das allgemeine Gesetz des Extinktionskegels, wonach also zu jedem Einfalls-

winkel je eine Schar von Strahlen gehören, die bei je einer geeigneten Lage des Polarisators einzeln ausgelöscht erscheinen.

Von diesen Strahlen konnte man es daher erwarten, daß sie für das bei ihrer jeweiligen Extinktion auftretende System der räumlich reflektiert-gebeugten Strahlen, in die Richtung der jeweiligen Polarachse oder der fixen Schwingung fallen würden.

II. Zur qualitativen Untersuchung dieser empirischen Erwartung diente ein altes, A. JEDLIKsches, auf Glas gefurchtes Kreisgitter von etwa 0,012 52 mm Intervall, deren einzelne Furchenbreite im Durchschnitt etwa 0,004 mm betrug. Es wurde nämlich linearpolarisiertes AUER-Licht unter dem Polarisationswinkel der Gittersubstanz, der hier etwa 56° 10′ betrug, bei zur Einfallsebene normalem Einfallsazimut auf die Gitterfläche geleitet; die reflektiert-gebeugten Strahlen bildeten nun auch objektiv sehr wohl sichtbare Kegelflächen, deren gemeinsame geometrische Achse die Richtung des regelmäßig reflektierten, bei unserer Anordnung jedoch ausgelöschten Strahles bildete. Auf dem Auffangeschirm ordneten sich die Strahlen dieses Kegelsystems nach ebenfalls sehr gut beobachtbaren farbigen, konzentrischen, elliptischen Ringen an.

Da nun die Intensität des bei dieser Anordnung direkt reflektierten Strahles fast Null war, konnte auch dessen Polarisationszustand nicht wohl untersucht werden; die Strahlen der Beugungsringe beobachtete ich vorerst mit einem, in bloßer Hand gehaltenen, gefaßten Nicol als Analysator, durch dessen Drehung der jeweilig beobachtete Strahl ausgelöscht werden konnte.

Wenn ich nun mit dem Nicol in der Hand durch dasselbe stets nach der Reflexionsstelle des Gitters blickte, dabei jedoch mit dem Nicol um die erwähnte dunkle Richtung des regelmäßig reflektierten ausgelöschten Strahles herumging und zwar im Sinne des Uhrenzeigerganges: so zeigte es sich, daß ich, damit der dabei jeweilig beobachtete gebeugte Strahl stets ausgelöscht erscheine, den Analysator um seine eigene Achse ebenfalls im Sinne des Uhrenzeigerganges drehen mußte und zwar in der Weise, daß, während ich mit der Achse des Nicols längs eines ganzen glänzenden Beugungskegels (um die erwähnte dunkle Richtung) einen

ganzen Umlauf vollzog: auch die Polarisationsebene des gebeugten Strahles eine vollständige Rotation zeigte.*

Ich wiederholte diesen Versuch mit zahlreichen andern Kreisgittern aus Glas, auch mit den in § 33 erwähnten; ich konnte aber immer wieder nur dieselbe Erscheinung beobachten.

Demnach erwiesen diese so sehr leicht anzustellenden qualitativen Beobachtungen die Richtigkeit meiner oben begründeten und ausgesprochenen Vermutung; um indessen etwaige Einwendungen von vorneherein zu entkräften, ersetzte ich, bei im sonstigen unveränderter Anordnung, die Kreisgitter durch geradlinige Glasgitter, die alle in der in § 31 erwähnten Weise montiert waren. Dieselben konnten also mittels Drehen in ihrer reflektierenden Ebene in jeglicher räumlicher Richtung gebeugte Strahlen senden; insbesondere benutzte ich die in § 33 angeführten geradlinigen Gitter; aber auch in allen diesen Fällen konnte ich wieder nur dieselbe Erscheinung konstatieren.

§ 46. Fortsetzung. Experimentum crucis: Das reflektiert-gebeugte Licht entsteht nicht aus dem regelmäßig reflektierten. Formelle Übereinstimmung mit Réthys und Stokes-Glazebrooks Formeln.

a) Es wird durch die im vorigen Paragraphen festgestellte Tatsache außer jeden Zweifel gestellt, daß die reflektiert-gebeugten Strahlen nicht aus dem regelmäßig reflektierten Strahl entstehen können; es ist nämlich die Intensität des letzteren in unserm Falle, möge derselbe von der gefurchten Gitterfläche oder von einer glatten Glasfläche reflektiert sein, stets sehr gering, während die Intensität der reflektiert-

* Ich erkannte diese Erscheinung mit völliger Gewißheit zuerst am 11. Februar 1903, etwa gegen 6 Uhr abends; gerade um diese Zeit sollte der Nestor der ungarländischen Naturforscher, Carl v. Than, die erste Serie der sogenannten Markusovszky-Jubiläumsvorlesungen beginnen, welche die neueren Fortschritte der theoretischen Chemie zum Gegenstand hatten; ich wohnte der ersten Vorlesung bei, kehrte jedoch nach derselben in mein Arbeitszimmer zurück, um diesen merkwürdigen Versuch mehrfach zu wiederholen: aber die Natur antwortete mir immer in der gleichen Weise auf die ihr gestellte Frage.

gebeugten Strahlen ziemlich, mitunter ganz bedeutend sein kann, besonders in größerem Winkelabstande vom dunklen, regelmäßig reflektierten Strahl.

Wenn wir demnach die reguläre Reflexion des auf die Gitterfläche einfallenden Strahles und dessen Beugung an derselben Fläche als voneinander getrennt sich vollziehende Vorgänge betrachten würden*, so müßten wir sagen, daß das Licht, bevor es zur Beugungsfläche gelangt, vorerst Beugung und erst nachher Reflexion erleidet.

Da indes meine weiter unten mitgeteilten experimentellen Erfahrungen mich zu der Ansicht führten, daß die Vorgänge der Reflexion und der Beugung eigentlich einem einzigen unteilbaren Prozesse angehören und dessen voneinander untrennbare zwei Teile bilden; und da ich auf diesen Gegenstand später ganz ausführlich zurückkommen muß (§ 72, 81), so beschränke ich mich hier nur auf die Konstatierung der unter a) erwähnten Erfahrungstatsache.

b) Die Erscheinung stellt es außer Zweifel, daß in diesem Falle die zuerst von RÉTHY (§ 6) benutzte Auffassung der „Polarachse“ von der Erfahrung in formell glänzender Weise bestätigt wird; der regulär reflektierte dunkle Strahl ist hier die Polarachse, zu deren Richtung die Polarisationsrichtungen der gebeugten Strahlen ziemlich nahezu senkrecht sind, wie dies die Zahlenwerte des folgenden Paragraphen quantitiv zeigen.

Andrerseits, wenn man die STOKES-GLAZEBROOKsche Auffassung [§ 8] betrachtet, so bemerkt man sofort, daß die dort vorkommende „fixe Schwingungsrichtung“ hier nichts anderes ist, als die Richtung des regelmäßig reflektierten dunkeln Strahles. Aber diese Richtung stimmt in unserm Falle, bei der

* STOKES stellt die beobachteten Polarisationsazimute des durchgehend gebeugten Lichtes mittels seines Kosinusgesetzes, ferner mittels der FRESNELschen Voraussetzung der Transversalität der linearpolarisierten Schwingung zur Polarisationsebene und schließlich mittels der Hypothese dar, daß das gegen das Gitter zu fortschreitende einfallende Licht, bevor es die Furchenfläche erreicht, in Elementarwellen zerfällt, die dann nach den gewöhnlichen Gesetzen der geometrischen Optik und den FRESNELschen Refraktionsformeln Brechung erleiden; den ganzen Vorgang nennt STOKES „irreguläre Brechung“; siehe die diesbezügliche Darstellung in § 3, ferner § 81 dieser Arbeit.

genannten Auffassung mit der Schwingungsrichtung des regelmäßig in die Glassubstanz gebrochenen Strahles überein; es ist nämlich bei senkrecht zur Einfallsebene polarisiertem, unter dem Polarisationswinkel P einfallendem Lichte der regelmäßig gebrochene Strahl senkrecht auf dem regelmäßig reflektierten; ferner liegt nach FRESNELS Voraussetzung die transversale Schwingung dieses gebrochenen Strahles in der Einfallsebene.

Demnach ist die beobachtete Erscheinung nicht nur eine formell glänzende Bekräftigung der Endformel der STOKES-GLAZEBROOKschen Auffassung, sondern sie hätte auch eine höchst interessante physikalische Bedeutung, wenn die Möglichkeit vorhanden wäre, daß in diesem Falle die reflektiert-gebeugten Strahlen aus dem regulär gebrochenen entstehen könnten.

Indes werden wir in den §§ 54, 55, 56, 61, 64, 65 u. 69 Erscheinungen kennen lernen, die mit diesen einfachen RÉTHYschen und den STOKES-GLAZEBROOKschen Resultaten in unüberbrückbarem Widerspruche stehen.

[Wir werden in § 81 und 84 eine der hier erwähnten ganz analoge Erscheinung im gebrochen-gebeugten Lichte kennen lernen: nämlich, daß im Falle totaler Reflexion an einem Glasgitter, wobei sich also kein regelmäßig gebrochener Strahl bilden kann, trotzdem ein ganzes System gebrochen-gebeugter Strahlen entsteht, deren Intensität mitunter ganz bedeutend sein kann.]

Es muß indes ganz ausdrücklich bemerkt werden, daß die oben konstatierte Gesetzmäßigkeit sich nur auf die Verteilung der Polarisationsebenen im Raume bezieht, hingegen auf die Intensität der Strahlen im allgemeinen nicht gültig ist; letztere zeigen selbst längs eines von Kreisgittern entstandenen glänzenden Beugungsringes, § 45, II, oft sehr bedeutende Helligkeitsunterschiede. Bei Beugungskegeln von mäßiger Öffnung haben die senkrecht zur Einfallsebene gebeugten Strahlen die größte Intensität, die in der Einfallsebene gebeugten die geringste.

§ 47. Das Gesetz der zirkumpolaren Polarisation. Dessen Bekräftigung durch quantitative Daten: Tabelle IIIa. Projektive Darstellung des Gesetzes. Drittes Projektionsbild.

Die in den beiden vorigen Paragraphen behandelte Erscheinung der räumlichen Verteilung der Polarisationsebenen der unter den genannten Bedingungen reflektiert-gebeugten Strahlen gehört im allgemeinen der zirkumaxialen Anordnung an, §§ 7, 14, 23—26;

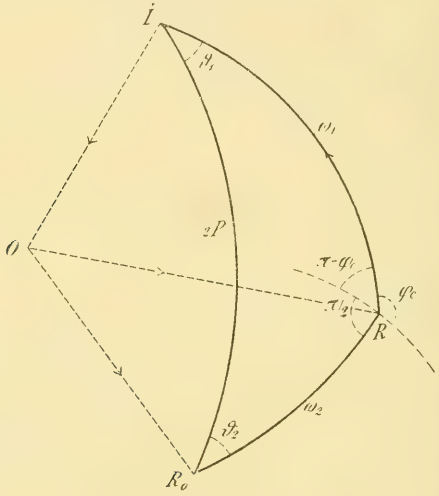


Fig. 11.

da indes hier der unter dem Polarisationswinkel regelmäßig reflektierte Strahl die Symmetrieachse dieser Verteilung zu sein scheint, welch letztere ihr Analogon in dem Gang der Zirkumpolarsterne um den Pol findet: schlage ich vor, die in diesem speziellen Falle sich zeigende Anordnung der Polarisationsebenen des Systems der reflektiert-gebeugten Strahlen das Gesetz der zirkumpolaren Polarisation zu nennen.

Die folgende Tabelle IIIa enthält die geordneten Resultate der Beobachtungsdaten, die sich auf das öfter erwähnte PALATINsche gekreuzte Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm beziehen.

Es bedeuten darin ϑ und ω im allgemeinen die sphärischen Koordinaten des jeweiligen, reflektiert-gebeugten Strahles $\overline{OR}$, Fig. 11; dabei sind hier die Winkelkoordinaten vom einfallenden Strahl $\overline{IO}$ und von der Einfallsebene IOR_0 so zu rechnen, daß ϑ_1 den Winkel zwischen der Einfallsebene IOR_0 und dem jeweiligen Meridian IOR bedeutet; derselbe ist positiv, wenn für ein auf die Zeichnung blickendes Auge der Strahl OR von dieser Einfallsebene rechtsliegend erscheint und umgekehrt; ferner ist ω_1 der Winkel zwischen dem einfallenden Strahle $\overline{IO}$ und dem gebeugten Strahle $\overline{OR}$; es liegt ω_1 stets im jeweiligen Meridian also in der jeweiligen Beugungsebene von $\overline{OR}$.

Ebenso bedeuten ϑ_2 und ω_2 die spährischen Koordinaten desselben gebeugten Strahles $\overline{OR}$ in bezug auf den regelmäßig reflektierten Strahl OR_0; wie aus Fig. 11 ersichtlich, ist ϑ_2 mit ϑ_1 zugleich positiv oder negativ.

Schließlich bedeutet φ das vom jeweiligen Meridian $\widehat{RI}$ gerechnete Polarisationsazimut des reflektiert-gebeugten Strahles $\overline{OR}$; dabei haben die Zeichen:

$$\ddot{\ddagger},\ \dot{\ddagger},\ \ddagger,\ \overset{*}{\ddagger},\ \overset{*}{\ddagger},\ \ddagger;\quad \ddot{\varphi},\ \dot{\varphi},\ \dot{\varphi};\quad \overset{*}{\varphi},\ \overset{*}{\dot{\varphi}},\ \overset{*}{\ddot{\varphi}},$$

ganz dieselbe Bedeutung wie im § 36 und darin in Tabelle I festgesetzt wurde.

Die Daten der fünften und sechsten, der achten und neunten Rubrik zeigen untereinander stellenweise größere Differenzen, die man wohl kaum Beobachtungsfehlern zuschreiben kann. Die in der siebenten und zehnten Rubrik enthaltenen Mittelwerte scheinen in deutlicherer Weise den Einfluß des Furchenintervalles zu zeigen, welcher hier unzweifelhaft, wenn auch in verhältnismäßig geringem Maße hervortritt; doch ist derselbe größer, als die hier erlaubten Beobachtungsfehler; indes wäre es sehr schwierig, irgend eine Regelmäßigkeit dieses Einflusses nachzuweisen.

Trotzdem sind jedoch diese Abweichungen verhältnismäßig nicht bedeutend und sind auch nicht imstande den Typus der Erscheinung zu verändern; die Mittelwerte der elften Rubrik, die aus den Werten der siebenten und zehnten Rubrik entstanden, weichen von den letzteren ebenfalls nicht sehr ab.

Tabelle IIIa.

Zum Gesetz der zirkumpolaren Polarisation.
Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Glasgittersubstanz: $P = 56°15'$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes ist senkrecht zur Einfallsebene.

Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen.

ϑ_1	ω_1	ϑ_2	ω_2	φ	$\dot{\varphi}$	$\dot{\varphi}$	$\overset{*}{\varphi}$	$\overset{*}{\varphi}$	$\overset{*}{\varphi}$	Mittelwert φ
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
00,0	87,5	00,0	25,0	91,3	91,7	91,5	91,0	91,5	91,3	91,4
+ 17,4	94,1	+ 45,0	25,0	141,1	140,8	141,0	142,1	138,1	140,1	140,6
+ 26,8	110,3	+ 90,0	25,0	175,3	174,4	174,9	177,8	169,8	173,8	174,4
+ 22,5	128,5	+ 135,0	25,0	205,2	205,3	205,3	210,4	199,4	204,9	205,1
0,00	137,5	+ 180,0	25,0	269,7	269,8	269,8	269,8	269,6	269,7	269,7
— 22,5	128,5	+ 225,0	25,0	333,3	332,5	332,9	338,8	327,6	333,2	333,1
— 26,8	110,3	+ 270,0	25,0	366,9	365,2	366,1	372,3	362,1	367,2	366,7
— 17,4	94,1	+ 315,0	25,0	401,0	398,9	400,1	402,6	397,3	400,0	400,0
+ 130,0	37,5	+ 38,7	138,2	214,0	213,0	213,5	219,3	216,5	217,9	215,7
+ 105,0	37,5	+ 41,2	116,7	189,4	190,8	190,1	194,9	195,7	195,3	192,7
+ 90,0	37,5	+ 39,7	107,7	172,3	176,7	174,5	180,7	182,1	181,4	178,0
+ 90,0	77,5	+ 78,4	94,8	168,1	170,2	169,2	180,2	182,8	181,5	175,4
+ 70,0	37,5	+ 35,2	96,4	157,9	155,3	156,6	164,1	162,3	163,2	159,9
+ 70,0	80,0	+ 72,6	75,8	156,3	153,9	155,1	170,4	164,5	167,4	161,3
+ 70,0	112,5	+ 115,0	64,0	172,1	161,8	167,0	176,6	174,0	175,3	171,2
+ 45,0	37,5	+ 25,6	84,6	135,3	133,8	134,6	138,9	138,2	138,6	136,6
+ 45,0	87,5	+ 66,3	50,5	152,1	147,9	150,0	160,3	157,4	158,9	154,5
+ 45,0	127,5	+ 121,8	40,8	183,0	182,7	182,9	188,1	180,9	184,5	183,7
00,0	37,5	00,0	75,0	91,5	90,7	91,1	90,8	90,7	90,8	91,0
— 45,0	37,5	— 25,6	84,6	408,8	407,2	408,0	402,9	401,8	402,4	405,2
— 45,0	87,5	— 66,3	50,5	390,7	387,8	389,3	385,6	382,3	384,0	386,7
— 45,0	127,5	— 121,8	40,8	354,6	353,5	354,1	359,3	348,3	353,8	354,0
— 70,0	37,5	— 35,2	96,4	385,7	384,5	385,1	379,6	377,6	378,6	381,9
— 70,0	80,0	— 72,6	75,8	387,8	386,9	387,4	373,4	372,6	373,0	380,2
— 70,0	112,5	— 115,0	64,0	372,3	375,9	374,1	366,4	361,1	363,8	369,0
— 90,0	37,5	— 39,7	107,7	369,0	367,1	368,1	362,2	360,0	361,1	364,6
— 90,0	77,5	— 78,4	94,8	374,8	368,4	371,6	361,4	358,3	359,9	365,8
— 105,0	37,5	— 41,2	116,7	354,3	355,2	354,8	348,7	346,5	347,6	351,2
— 130,0	37,5	— 38.7	138,2	327,2	329,1	328,1	321,8	320,3	321,0	324,6

Unter Benützung der Werte dieser letzten Rubrik entstand nun die Figur 12, das dritte Projektionsbild, dessen Netz in der in § 37 erwähnten stereographischen Projektion, das System der Meridiane $\vartheta_1 = \text{const.}$ und das der Parallelkreise $\omega_1 = \text{const.}$ bildet und zwar bezogen auf den Durchstoßungs-

Gesetz der zirkumpolaren Polarisation.

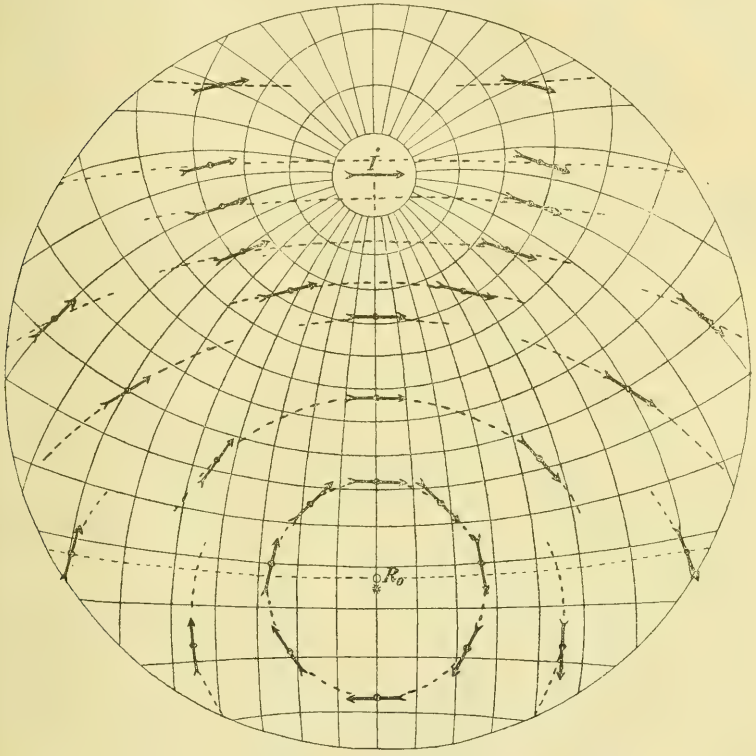


Fig. 12. Drittes Projektionsbild.

punkt I des einfallenden Strahles IO als Pol dieser sphärischen Koordinaten.

Der an dem Austrittspunkte eines jeden reflektiert-gebeugten Strahles gezeichnete Pfeil bedeutet dessen Polarisationsrichtung auf der Kugelfläche; die Zeichnung läßt die zirkumpolare Anordnung dieser Richtungen sofort unzweifelhaft erkennen.

Der regelmäßig reflektierte Strahl ist $\overline{OR_0}$, dessen Austrittspunkt also R_0 ist; man konstruiere nun um R_0 als Pol Parallelkreise der Kugelfläche, die durch die Austrittspunkte (Beobachtungsorte) der jeweilig untersuchten reflektiert-gebeugten Strahlen gehen; es sind dies die in der Zeichnung gestrichelt angedeuteten Kreise und Kreisbogen; wenn nun die Polarisationsrichtungen auf den ausgelöschten Strahl $O\bar{R}_0$ als „Polarachse" dieser Anordnung genau senkrecht wären: so müßten die Pfeile die jeweiligen Tangenten dieser Bogen sein; es ist dies auch in genügender Annäherung der Fall; inbezug auf die Abweichungen siehe den folgenden § 48.

§ 48. Vergleichung der quantitativen Daten der zirkumpolaren Polarisation mit den strengen Bedingungen der einfach-zirkumaxialen Anordnung: Tabelle IIIb. Die Übereinstimmung ist im allgemeinen genügend.

Nach der RÉTHYschen, der STOKES-GLAZEBROOKschen Auffassung, §§ 6, 8, ferner nach der strengeren elastischen und der elektro-magnetischen Kugelwellentheorie, §§ 14, 23—26, wäre man wohl versucht, anzunehmen, daß die im vorigen Paragraphen betrachtete und dargestellte erfahrungsgemäße Anordnung der Polarisationsebenen des reflektiert-gebeugten Lichtes eine um die Richtung $O\bar{R}_0$ des direkt reflektierten, dunkeln Strahles genau zirkumaxiale Anordnung sei.

Es müßte dann die Polarisationsrichtung des beliebigen, reflektiert-gebeugten Strahles $\overline{OR}$ auf der Kugelfläche stets senkrecht sein auf den jeweiligen Bogen $\widehat{R_0R}$, Fig. 11, weil in diesem Falle die Polarisationsrichtungen nach den um R_0 als Pol konstruierten Parallelkreisen angeordnet sein müßten.

Aber man kann dann den Winkel $\varphi_{calc}=\varphi_c$, welchen der durch R gehende, in Fig. 11 gestrichelt gezeichnete Parallelkreis mit dem jeweiligen Meridian $\widehat{RI}$ in R bildet, mittels der Bestimmungsstücke des sphärischen Dreiecks IR_0R leicht ausdrücken, so daß man dadurch in die Lage gesetzt ist, den aus dieser Rechnung folgenden, strengen theoretischen Wert des Polarisationsazimutes φ_c mit dessen tatsächlichem Beobachtungswert unmittelbar zu vergleichen.

Bevor wir den hierzu dienenden Ausdruck anschreiben, möge bemerkt werden, daß durch Einstellung des Apparates auf $\overline{OR}$ gewöhnlich entweder die Koordinaten ϑ_1, ω_1, oder die Koordinaten ϑ_2, ω_2 des gebeugten Strahles OR bekannt sind; die Kenntnis der übrigen beiden ist teils notwendig (nämlich des anderen ϑ's) teils wegen der Kontrole wünschenswert (nämlich des anderen ω's).

Im ersten Falle gilt:

$$\left.\begin{aligned} \cos\omega_2 &= \cos 2P\cos\omega_1 + \sin 2P\sin\omega_1\cos\vartheta_1, \\ \sin\vartheta_1\operatorname{cotg}\vartheta_2 &= \operatorname{cotg}\omega_1\sin 2P - \cos 2P\cos\vartheta_1. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Im zweiten Fall:

$$\left.\begin{aligned} \cos\omega_1 &= \cos 2P\cos\omega_2 + \sin 2P\sin\omega_2\cos\vartheta_2, \\ \sin\vartheta_2\operatorname{cotg}\vartheta_1 &= \operatorname{cotg}\omega_2\sin 2P - \cos 2P\cos\vartheta_2. \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Schließlich, Fig. 11,

$$\cos\left(3\frac{\pi}{2} - \varphi_c\right) = -\cos\vartheta_1\cos\vartheta_2 + \sin\vartheta_1\sin\vartheta_2\cos 2P,$$

oder:

$$\sin\varphi_c = \cos\vartheta_1\cos\vartheta_2 - \sin\vartheta_1\sin\vartheta_2\cos 2P. \quad (3)$$

In den Tabellen IIIa und IIIb beziehen sich die Daten der ersten acht Zeilen auf solche acht gebeugte Strahlen, die ich absichtlich, als um die Achse OR_0 symmetrisch gelegen ausgewählt hatte; für diese waren also ϑ_2 und ω_2 bekannt und aus ihnen bestimmten sich aus (2) ϑ_1 und ω_1. Die übrigen einundzwanzig Strahlen wählte ich so, daß sie möglichst gleichmäßig über der Kugelfläche verteilt seien, für diese waren also ϑ_1 und ω_1 bekannt, aus ihnen rechnete ich aus (1) ϑ_2 und ω_2; schließlich wurde für alle Strahlen nach (3) das theoretische Azimut φ_c berechnet.

Die Tabelle IIIb läßt nun die Resultate der angedeuteten Vergleichung erkennen: die ersten beiden Rubriken enthalten die Winkelkoordinaten ϑ_2 und ω_2 des jeweilig beobachteten gebeugten Strahles in bezug anf den Pol R_0 nach Fig. 11; die dritte Rubrik die nach (3) berechneten Werte der theoretisch zu erwartenden Polarisationsazimute $\varphi_{calc} = \varphi_c$; die vierte und fünfte Rubrik zeigt den Unterschied zwischen den Werten der siebenten, bezüglich der zehnten Rubrik der Tabelle IIIa, also zwischen den Mittelwerten der zu je einem Gitterintervall gehörigen Azimute und den erwähnten

Tabelle IIIb.

Zum Gesetz der zirkumpolaren Polarisation.

Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters: $P = 56^0\,15'$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes ist senkrecht zur Einfallsebene.

Quantitative Vergleichung der Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen mit den strengen Werten des Gesetzes der Zirkumpolarisation.

Die supponierte Symmetrieachse ist die Richtung des regelmäßig reflektierten, ausgelöschten Strahles, dessen Winkelkoordinaten: $\vartheta_1 = 0$, $\omega_1 = 112{,}5^0$.*

ϑ_2	ω_2	φ calc.	$\varphi - \varphi$ calc.	$\varphi - \varphi$ calc. *	Mittelwert $\varphi - \varphi$ calc.
0	0	0	0	0	0
00,0	25,0	90,0	— 1,5	— 1,3	— 1,4
+ 45,0	25,0	130,9	— 10,1	— 9,2	— 9,7
+ 90,0	25,0	170,1	— 4,8	— 3,7	— 4,3
+ 135,0	25,0	213,4	+ 8,1	+ 8,5	+ 8,3
+ 180,0	25,0	270,0	+ 0,2	+ 0,3	+ 0,3
+ 225,0	25,0	326,7	— 6,2	— 6,5	— 6,4
+ 270,0	25,0	369,9	+ 3,8	+ 2,7	+ 3,2
+ 315,0	25,0	409,1	+ 9,1	+ 9,1	+ 9,1
+ 38,7	138,2	198,6	— 14,4	— 19,3	— 17,1
+ 41,2	116,7	177,2	— 12,9	— 18,1	— 15,5
+ 39,7	107,7	165,9	— 8,6	— 15,5	— 12,1
+ 78,4	94,8	158,0	— 11,2	— 23,5	— 17,4
+ 35,2	96,4	150,9	— 5,7	— 12,3	— 9,0
+ 72,6	75,8	153,6	— 1,5	— 13,8	— 7,7
+ 115,0	64,0	169,7	+ 2,7	— 5,6	— 1,5
+ 25,6	84,6	131,0	— 3,6	— 7,6	— 5,6
+ 66,3	50,5	147,9	— 2,1	— 11,0	— 6,6
+ 121,8	40,8	188,2	+ 5,3	+ 3,7	+ 4,5
00,0	75,0	90,0	— 1,1	— 0,8	— 1,0
— 25,6	84,6	409,0	+ 1,0	+ 6,6	+ 3,8
— 66,3	50,5	392,2	+ 2,9	+ 8,2	+ 5,5
— 121,8	40,8	351,8	— 2,3	— 2,0	— 2,2
— 35,2	96,4	389,1	+ 4,0	+ 10,5	+ 7,2
— 72,6	75,8	386,5	— 0,4	+ 13,5	+ 6,4
— 115,0	64,0	370,2	— 3,6	+ 6,7	+ 1,5
— 39,7	107,7	374,2	+ 6,1	+ 13,1	+ 9,6
— 78,4	94,8	382,0	+ 10,4	+ 22,1	+ 16,2
— 41,2	116,7	362,8	+ 8,0	+ 15,2	+ 11,6
— 38,7	138,2	341,4	+ 13,3	+ 20,4	+ 16,8

* Würde man die Richtung der supponierten Symmetrieachse um etwa 2^0 zum einfallenden Strahl näher liegend annehmen, so würden die ersten acht Beobachtungsdaten merklich besser stimmen, als in der gegebenen Tabelle; hingegen bliebe der Grad der Übereinstimmung der übrigen Daten fast unverändert.

Werten von φ_c; schließlich enthält die letzte, sechste Rubrik den Unterschied zwischen der letzten Rubrik der Tabelle IIIa, also zwischen den bei beiden Intervallen gebildeten, resultierenden Mittelwerten des beobachteten Azimutes, und den Werten von φ_c.

Unter den auftretenden Abweichungen kommen auch solche von beträchtlichem Werte vor; keine der letzten drei Rubriken der Tabelle IIIb ist frei von solchen scheinbaren Unregelmäßigkeiten; die größeren Abweichungen kommen jedoch in der vorletzten Rubrik vor und beziehen sich auf solche Strahlen, die vom engeren Gitterintervall Beugung erlitten.

Trotzdem sind selbst diese beträchtlichen Abweichungen nicht imstande, den Typus des allgemeinen zirkumpolaren Gesetzes der Polarisationsrichtungen wesentlich zu verzerren; dies zeigt besonders das dritte Projektionsbild, Fig. 12, welches die größeren Abweichungen zwar bemerklich macht, aber doch die Geltung dieses Gesetzes in seinen Hauptzügen ganz unzweifelhaft zur Anschauung bringt. —

Die Abweichungen selbst dürften auf drei Hauptursachen zurückzuführen sein: der erste Grund mag im Einfluß des Gitterintervalles liegen; derselbe ist jedenfalls geringfügig. Der zweite Grund dürfte in dem erfahrungsgemäßen Bestreben der Polarisationsrichtungen zu suchen sein, sich bei Strahlen, die nahe zum einfallenden fortschreiten, zur Polarisationsrichtung des einfallenden Strahles parallel zu stellen. Man kann diese Eigenschaft auch aus dem dritten Projektionsbild erkennen: betrachtet man etwa den Kranz gebeugter Strahlen, die im Winkelabstand von 37,5° um den einfallenden liegen, und setzt man die Meridiane, in welchen diese Strahlen liegen, bis I fort, so sieht man sofort, daß je ein Meridian die Polarisationsrichtung des einfallenden und des jeweiligen reflektiert-gebeugten Strahles unter nahezu demselben Winkel schneidet, mit einem Worte, für die, nahe um den einfallenden Strahl liegenden reflektiert gebeugten Strahlen gilt das Gesetz der isogonalen Polarisation [§ 65].

Der dritte Grund zeigt sich unverkennbar darin, daß das Gesetz des Hauptpolarkegels auch hier zur Geltung kommt [§§ 35, 36, 37], und zwar in der auch schon am angeführten Ort

erwähnten Form, nämlich, welcher Natur auch das unter dem Winkel P einfallende Licht sei: diejenigen reflektiert-gebeugten Strahlen, die mit dem einfallenden den Winkel $2P$ bilden, sind in der jeweiligen Meridianebene (Beugungsebene) linearpolarisiert. In unserem Projektionsbild ist der um I als Pol konstruierte, durch R_0 gehende Polarkreis als gestrichelter Bogen angedeutet; derselbe ist hier die Schnittlinie der Hauptpolarkegelfläche mit der Kugelfläche. Die Abweichungen der Polarisationsrichtungen der längs dieser Hauptfläche fortschreitenden Strahlen vom genauen Gesetze der zirkumpolaren Polarisation sind ersichtlich gegen die jeweiligen Meridiane zu gerichtet.

§ 49. Physikalische Deutung des Gesetzes der zirkumpolaren Polarisation: Unter Voraussetzung elastischer oder elektromagnetischer Kugelwellen liegt der Lichtvektor senkrecht zu seiner Polarisationsebene.

Die §§ 45—48 erweisen zur Genüge, daß die erfahrungsgemäße Anordnung der Polarisationsrichtungen der reflektiert-gebeugten Strahlen im hier betrachteten Falle im großen und ganzen dem zirkumaxialen Systeme entspricht.

Wenn man auch jetzt noch nicht imstande ist, eine völlig genaue Theorie dieser und der weiter unten zu beschreibenden Erscheinungen zu geben, so muß doch zugegeben werden, wie immer auch das formulierte Resultat einer solchen Theorie beschaffen sein möge: daß in dessen Ausdrücken das Gesetz der zirkumpolaren Polarisation als dominierendes Hauptglied aufzutreten hat.

Betrachtet man demnach die Erscheinung in erster Annäherung als durch ein zirkumaxiales System dargestellt, so läßt dasselbe nach den § 7, 14—27, folgende verschiedene Deutungen zu.

1. In der elastisch-festen Auffassung:

α) Nimmt man an, der Lichtvektor liege in der jeweiligen Polarisationsebene, so ist unsere Beobachtung ebenso in Übereinstimmung mit dem einfachen zirkumaxialen Schwingungssystem, wie mit dem einfachen meridionalen Oszillationssystem; nur daß im ersten Falle die elastische Elongation, im zweiten Falle die elastische Drehung

mit dem Lichtvektor im gebeugten Lichte zu identifizieren wäre.

Diese Möglichkeiten scheinen indes nicht wahrscheinlich zu sein, weil der erregende Lichtvektor des auf die sekundäre Erregungsstelle auffallenden Lichtes doch wohl von derselben allgemeinen Natur sein dürfte, wie im daraus entstandenen gebeugten Lichte, während doch hier im ersten Falle eine rotatorische, im zweiten Falle eine translatorische Oszillation die erregende Störung bildet, § 14, und der daraus entstandene Lichtvektor der gebeugten Strahlen im ersten Falle eine translatorische, im zweiten Falle eine rotatorische Oszillation zu sein hätte.

β) Nimmt man an, der Lichtvektor liege senkrecht zur jeweiligen Polarisationsebene, so ist unsere Beobachtung ebenso in Übereinstimmung mit dem einfachen zirkumaxialen Schwingungssystem, wie mit dem einfachen meridionalen Oszillationssystem; nur daß im ersten Falle die elastische Rotation, im zweiten Falle die elastische Elongation mit dem Lichtvektor im gebeugten Lichte zu identifizieren wäre.

Diese Möglichkeiten haben viel mehr Wahrscheinlichkeit für sich, weil in beiden Fällen die Natur des sekundär-erregenden Vektors mit der des Lichtvektors im gebeugten Lichte übereinstimmen würde.

2. In der elektromagnetischen Auffassung:

α) Nimmt man an, der Lichtvektor liege in der jeweiligen Polarisationsebene, so ist unsere Beobachtung ebenso in Übereinstimmung mit einer zirkumaxialen-magnetischen, wie mit einer zirkumaxialen-elektrischen Kugelwelle; im ersteren Falle wäre die sekundär erregende Störung eine elektrische und der Lichtvektor im gebeugten Lichte eine magnetische oszillatorische Kraft; im letzteren Falle wäre die sekundär erregende Störung eine magnetische und der Lichtvektor im gebeugten Lichte eine elektrische oszillatorische Kraft.

Indes gelten auch hier die oben unter 1. α) erwähnten Gründe, welche es höchst unwahrscheinlich machen, daß der erregende Vektor des einfallenden Lichtes in der sekundären Er-

regungsstelle eine elektrische, der Vektor des daraus entstandenen Lichtes eine magnetische Kraft sei, oder umgekehrt.

β) Nimmt man an, der Lichtvektor liege senkrecht zur jeweiligen Polarisationsebene, so ist unsere Beobachtung ebenso in Übereinstimmung mit einer meridional-elektrischen, wie mit einer meridional-magnetischen Kugelwelle; im ersteren Falle wäre sowohl die sekundär erregende Störung, als auch der Lichtvektor im gebeugten Lichte eine elektrische oszillatorische Kraft; im zweiten Falle wären beide von der Natur einer magnetischen oszillatorischen Kraft.

Diese Möglichkeiten haben aus den, oben unter 1. β) erwähnten Gründen viel mehr Wahrscheinlichkeit für sich. —

Man darf demnach schließen: Betrachtet man die zirkumpolare Polarisation als die Wahrnehmung elastischer oder elektromagnetischer Kugelwellen und nimmt an, der erregende Lichtvektor am Beugungsorte sei von derselben Natur, wie der daraus entstandene Vektor im gebeugten Lichte: dann kann auch der Lichtvektor nicht anders als senkrecht zur Polarisationsebene gerichtet sein.

Dabei kann der Lichtvektor noch immer beliebig als elastische Elongation oder Rotation, oder als elektrische oder magnetische Kraft aufgefaßt werden.

Die soeben ausgesprochene Schlußfolgerung ist nur unter den vorangeschickten Voraussetzungen eine zwingende; wir werden aber in den §§ 69, 80, 91 und 93 Erscheinungen und Beobachtungen mitteilen, aus welchen man ohne jegliche Voraussetzung die obige Folgerung in ganz zwingender Weise ziehen darf.

§ 50. Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Glasgittersubstanz. Einfallsazimut 105° und 75°. Asymmetrische vollständige Zirkumpolarisation. Tabelle IVa und Va. Viertes Projektionsbild.

Da sich meine im § 45 begründete Vermutung in bezug auf die „fixe Richtung“ in den §§ 45—49 so schön bewährt hatte, versuchte ich nun selbe auf den Fall auszudehnen, in welchem

bei demselben Einfallswinkel, jedoch bei verändertem Einfallsazimut reflektiert-gebeugte Strahlen entstehen. War meine Vermutung auch hier richtig, so mußte die „fixe Richtung“ jetzt mit derjenigen Generatrix der Hauptextinktionsfläche, §§ 40, 41, zusammenfallen, längs welcher der fortschreitende reflektiert-gebeugte Strahl bei dem jeweiligen Einfallsazimut ausgelöscht erscheint.

Diese Richtung läßt sich aber sofort der Tabelle II [§ 41]

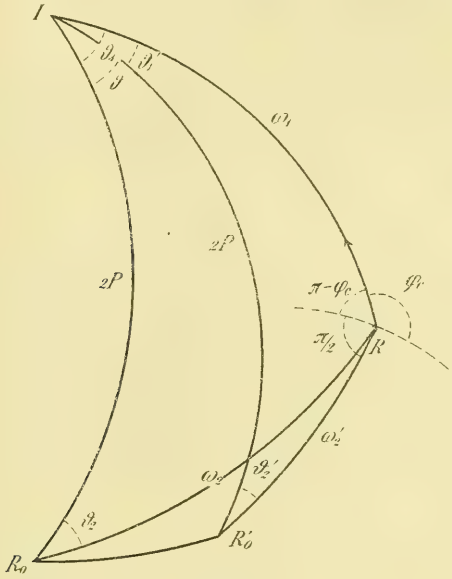


Fig. 13.

entnehmen; man sieht auch aus der letzten Rubrik derselben, und aus Fig. 10, daß so lange das Einfallsazimut etwa zwischen den Winkelgrenzen 70° und 110° bleibt, der jeweilig ausgelöschte Strahl der Hauptextinktionsfläche um nicht mehr als etwa um 0,5° abweicht von dem zur Polarisationsebene des auslöschenden Polarisators normalen Meridian.

Ich benutzte nun solches einfallendes Licht, dessen Einfallsazimut 105°, beziehungsweise 75° betrug; es sollte demnach die jeweilige „fixe Richtung“ diejenige Generatrix OR_0' der Hauptfläche sein (Fig. 13 und 14), welche, vom regelmäßig reflektierten Strahle OR_0 gerechnet, im ersten Falle in dem rechts-

Tabelle IVa und Va.

Asymmetrische vollständige Zirkumpolarisation.

Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters: $P = 56^0\,15'$.

Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen.

IVa. Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet mit der Einfallsebene den Winkel 105°, also $\Theta = +15^0$.

ϑ_1'	ω_1	ϑ_2'	ω_2'	$\underset{\cdot}{\overset{\cdot}{\#}}$ $\underset{\cdot}{\varphi}$	$\dot{\#}$ $\dot{\varphi}$	$\#$ $\underset{\cdot}{\dot{\varphi}}$	$\underset{*}{\#}$ $\underset{*}{\varphi}$	$\overset{*}{\#}$ $\overset{*}{\varphi}$	$\#$ $\overset{*}{\underset{*}{\varphi}}$	Mittelwert φ
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
00,0	87,5	00,0	25,0	92,1	93,1	92,6	93,6	94,9	94,3	93,5
+ 17,4	94,1	45,0	25,0	135,9	133,6	134,8	139,7	136,5	138,1	136,5
+ 26,8	110,3	90,0	25,0	167,9	166,2	167,1	171,4	164,5	168,0	167,6
+ 22,5	128,5	135,0	25,0	205,6	208,6	207,1	206,4	192,9	199,7	203,4
00,0	137,5	180,0	25,0	269,0	269,8	269,4	266,8	274,6	270,7	270,1
— 22,5	128,5	225,0	25,0	329,4	329,7	329,6	335,3	320,3	327,8	328,7
— 26,8	110,3	270,0	25,0	363,1	364,0	363,6	367,7	360,1	363,9	363,8
— 17,4	94,1	315,0	25,0	403,7	396,8	400,3	406,5	401,8	404,2	402,3

Va. Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet mit der Einfallsebene den Winkel 75°, also $\Theta = -15^0$.

ϑ_1'	ω_1	ϑ_2'	ω_2'	$\underset{\cdot}{\overset{\cdot}{\#}}$ $\underset{\cdot}{\varphi}$	$\dot{\#}$ $\dot{\varphi}$	$\#$ $\underset{\cdot}{\dot{\varphi}}$	$\underset{*}{\#}$ $\underset{*}{\varphi}$	$\overset{*}{\#}$ $\overset{*}{\varphi}$	$\#$ $\overset{*}{\underset{*}{\varphi}}$	Mittelwert φ
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
00,0	87,5	00,0	25,0	90,4	89,3	89,9	88,5	87,2	87,9	88,9
+ 17,4	94,1	45,0	25,0	143,0	140,2	141,6	139,4	134,8	137,1	139,4
+ 26,8	110,3	90,0	25,0	177,1	176,6	176,9	180,0	172,5	176,3	176,6
+ 22,5	128,5	135,0	25,0	208,2	207,3	207,8	215,7	200,2	207,9	207,9
00,0	137,5	180,0	25,0	260,5	267,6	264,1	268,9	262,0	265,5	264,8
— 22,5	128,5	225,0	25,0	324,2	329,5	326,9	343,0	330,9	337,0	332,0
— 26,8	110,3	270,0	25,0	372,0	370,8	371,4	378,1	368,5	373,3	372,4
— 17,4	94,1	315,0	25,0	411,6	404,9	408,3	407,6	401,9	404,8	406,6

seitigen $\vartheta_1 = +15^0$, im zweiten Falle in dem linksseitigen $\vartheta_1 = -15^0$ Meridian liegt.

Die quantitativen Beobachtungen vollführte ich für je acht symmetrisch um die jeweilige „fixe Richtung“ liegende Strahlen; dieselben ergaben die völlige Richtigkeit meiner Vermutung, wie

Asymmetrische vollständige Zirkumpolarisation.

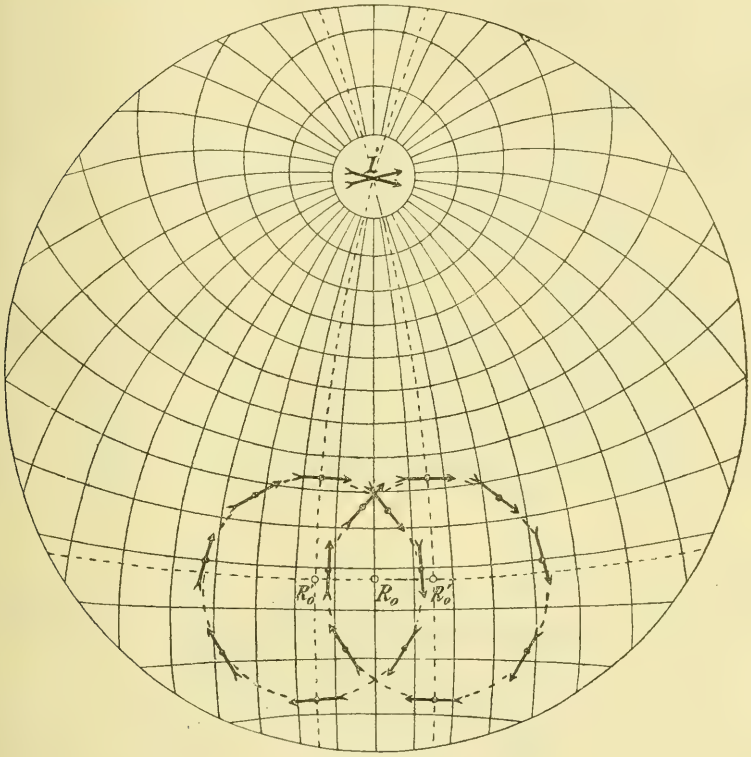


Fig. 14. Viertes Projektionsbild.

dies die Tabellen IVa und Va und das vierte Projektionsbild Fig. 14 ersichtlich machen, in welchem R_0 den regelmäßig reflektierten Strahl, R_0' und R_0' die Austrittspunkte der beiden supponierten fixen Richtungen bezeichnen.

Die so ausgedrückte Erfahrung stellt also das Auftreten der vollständigen zirkumpolaren Polarisation in diesen Fällen ganz

unzweifelhaft fest und zwar im allgemeinen mit derselben Annäherung, wie im Falle des normalen Einfallsazimutes; wir müssen demnach das genannte Gesetz als solches betrachten, welches gültig ist, wenn das Einfallsazimut innerhalb der Grenzen 75^0 bis 105^0 liegt.

In den Tabellen IVa und Va und in der Fig. 13 zählt man die Winkelkoordinaten ϑ_1 und ω_1 des gebeugten Strahles $\overline{OR}$ von $\overline{IO}$ und $\widehat{IR_0}$ an, ϑ_1' von IR_0' an, die Koordinaten ϑ_2 und ω_2 von $\overline{OR_0}$ und $\widehat{R_0 I}$; schließlich ϑ_2' und ω_2' von $\overline{OR_0'}$ und $\widehat{R_0' I}$. Hier ist OR_0' die in diesem Falle supponierte fixe Richtung, also die hierzu gehörige Generatrix der Hauptextinktionsfläche, längs welcher der jeweilig ausgelöschte Strahl fortschreitet. Die übrigen Rubriken haben dieselbe Bedeutung wie die gleichnamigen Rubriken der Tabelle IIIa; schließlich bedeutet Θ den Winkel, mit welchem das Einfallsazimut 90^0 überschreitet.

Wir beschränken uns in diesen beiden Fällen auf die hier mitgeteilten Daten; diejenigen der letzten Rubrik der beiden Tabellen wurden zur Konstruktion des vierten Projektionsbildes Fig. 14 benutzt, welches wohl keiner weitern Erläuterung bedarf. Eine größere Anzahl von Strahlen der beiden Systeme hätte das Bild nur kompliziert und seine ohnehin schlagende Beweiskraft nicht vermehrt.

§ 51. Fortsetzung. Vergleichung der Zahlenwerte der Tabellen IVa und Va mit den strengen Bedingungen des Gesetzes der Zirkumpolarisation: Tabelle IVb und Vb. Genügende Übereinstimmung.

Betrachtet man Fig. 13 und Fig. 11, so sieht man sofort, daß die Winkel der Fig. 13, nämlich ϑ_1', ω_1; ϑ_2', ω_2' und φ_c mit einander genau in derselben Weise zusammenhängen, wie die Winkel in der Fig. 11, nämlich ϑ_1, ω_1; ϑ_2, ω_2 und φ_c. Benützt man auch hier den im § 48 gebrauchten Vorgang, so wird der Mechanismus der Berechnung:

$$\left.\begin{aligned} \cos\omega_1 &= \cos 2P\cos\omega_2' + \sin 2P\sin\omega_2'\cos\vartheta_2', \\ \sin\vartheta_2'\operatorname{cotg}\vartheta_1' &= \operatorname{cotg}\omega_2'\sin 2P - \cos 2P\cos\vartheta_2', \\ \sin\varphi_c &= \cos\vartheta_1'\cos\vartheta_2' - \sin\vartheta_1'\sin\vartheta_2'\cos 2P. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Tabelle IVb und Vb.

Asymmetrische vollständige Zirkumpolarisation.

Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters: $P = 56^0\ 15'$.

Quantitative Vergleichung der Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen mit den strengen Werten des Gesetzes der Zirkumpolarisation.

IVb. Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet mit der Einfallsebene den Winkel 105^0. — Winkelkoordinaten der supponierten Symmetrieachse: $\vartheta = +15^0$, $\omega_1 = 112{,}5^0$.

ϑ_2'	ω_2'	φ calc.	$\varphi - \dot{\varphi}$ calc.	$\varphi - \overset{*}{\varphi}$ calc.	$\varphi - \varphi$ calc.
0	0	0	0	0	0
00,0	25,0	90,0	— 2,6	— 4,3	— 3,5
45,0	25,0	130,9	— 3,9	— 7,2	— 5,6
90,0	25,0	170,1	+ 3,0	+ 2,1	+ 2,6
135,0	25,0	213,4	+ 6,3	+ 13,7	+ 10,0
180,0	25,0	270,0	+ 0,6	— 0,7	— 0,1
225,0	25,0	326,7	— 2,9	— 1,1	— 2,0
270,0	25,0	369,9	+ 6,3	+ 6,0	+ 6,2
315,0	25,0	409,1	+ 8,8	+ 4,9	+ 6,9

Vb. Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet mit der Einfallsebene den Winkel 75^0. — Winkelkoordinaten der supponierten Symmetrieachse: $\vartheta = -15^0$, $\omega_1 = 112{,}5^0$.

ϑ_2'	ω_2'	φ calc.	$\varphi - \dot{\varphi}$ calc.	$\varphi - \overset{*}{\varphi}$ calc.	$\varphi - \varphi$ calc.
0	0	0	0	0	0
00,0	25,0	90,0	+ 0,1	+ 2,1	+ 1,1
45,0	25,0	130,9	— 10,7	— 6,2	— 8,5
90,0	25,0	170,1	— 6,8	— 6,2	— 6,5
135,0	25,0	213,4	+ 5,7	+ 5,5	+ 5,6
180,0	25,0	270,0	+ 5,9	+ 4,5	+ 5,2
225,0	25,0	326,7	— 0,2	— 10,3	— 5,3
270,0	25,0	369,9	— 1,5	— 3,4	— 2,5
315,0	25,0	409,1	+ 0,8	+ 4,3	+ 2,6

Da hier, wie aus den Tabellen und dem Projektionsbild, Fig. 14, ersichtlich, die mitgeteilten Daten sich auf symmetrisch um die jeweilige supponierte Symmetrieachse $\overline{OR_0'}$ gelegene acht Strahlen beziehen, so waren in Fig. 13 und Gleichungssystem (1) dieses Paragraphen die Koordinaten ϑ_2' und ω_2' als bekannt anzunehmen und aus ihnen ϑ_1' und ω_1 zu berechnen. Noch ist zu bemerken, daß hier $\varphi_{calc} = \varphi_c$ denjenigen Winkel bedeutet, welchen der um den Pol R_0' gezogene, durch den Austrittspunkt R des gebeugten Strahles gehende, gestrichelt gezeichnete Parallelkreis mit dem Meridiane $\widehat{RI}$ bildet, Fig. 13.

Mittels des Gleichungssystemes (1) konnte demnach die gewünschte Vergleichung vollzogen werden. Die Einrichtung der Tabellen IVb und Vb ist dieselbe, wie die der Tabelle IIIb im § 48; ja es zeigen sogar die auftretenden Abweichungen, wenigstens im allgemeinen, hier denselben Gang wie dort, ohne daß es übrigens möglich schiene, den Einfluß des Gitterintervalls numerisch genau feststellen zu können.

Das vierte Projektionsbild, Fig. 14, zeigt sofort, daß die Polarisationsrichtungen der je acht Strahlen in genügender Annäherung die um die beiden Pole R_0' und R_0' mit dem Winkelradius von 25° gezogenen Parallelkreise tangieren.

Schließlich gelten auch hier die Überlegungen und Schlüsse des § 49.

§ 52. Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters; Einfallsazimut 45°. Asymmetrische partielle Zirkumpolarisation. Tabelle VIa. Fünftes Projektionsbild.

Um nun einesteils die in den § 45—51 mitgeteilten Beobachtungen fortzusetzen, andernteils um meine im § 45 begründete Vermutung, die sich in den beschriebenen Erscheinungen der erwähnten Paragraphen gut bewährt hatte, noch weiter zu erproben, stellte ich bei noch immer unverändertem Einfallswinkel $i = P$, jedoch bei dem Einfallsazimut 45° fernere Untersuchungen an, deren Gang im allgemeinen mit dem der Beobachtungen der erwähnten Paragraphen übereinstimmt.

Die in diesem Falle zu erwartende fixe Richtung oder Symmetrieachse wäre hier, der im § 45 ausgeführten Überlegung gemäß, diejenige Generatrix der Hauptextinktionsfläche, längs welcher der fortschreitende gebeugte Strahl bei der in der Überschrift umschriebenen Anordnung verschwindet; es ist dies aber, wie aus Tabelle II, § 41 ersichtlich, diejenige Richtung in dieser Fläche, welche mit der Einfallsebene den Winkel von etwa -61^0 bildet.

Wir lassen nun in der Tabelle VIa die in diesem Falle gewonnenen geordneten Beobachtungsdaten folgen; in derselben bedeuten ϑ_1 und ω_1 die auf den Pol I und den Einfallsmeridian $\widehat{IR_0}$ bezogenen Winkelkoordinaten des beliebigen reflektiert-gebeugten Strahles $\overline{OR}$, Fig. 13; dabei ist, wie diese Fig. zeigt, $\vartheta_1' = \vartheta_1 - \vartheta$, und ϑ der Winkel zwischen der Einfallsebene IOR_0 und dem die Symmetrieachse $\overline{OR_0'}$ enthaltenden Meridian $\widehat{IR_0'}$; hier, Fig. 15, ist $\vartheta = -61^0$. Im übrigen ist die Einrichtung dieser Tabelle mit derjenigen der Tabellen IVa und Va in § 50 übereinstimmend.

Die ersten fünf Strahlen der Tabelle VIa liegen symmetrisch im Winkelabstande von 25^0 um diejenige Richtung herum, deren Winkelkoordinaten in bezug auf I und $\widehat{R_0 I}$ sind: $\vartheta = -45^0$, $\omega = 2P$; der Austrittspunkt dieser Richtung ist also der Schnittpunkt des Meridianes $\vartheta = -45^0$ mit der Schnittlinie der Hauptextinktionsfläche: diese beiden Kurven sind im Projektionsbild, Fig. 15, punktiert gezeichnet, ihr Schnittpunkt als kleiner Kreis und der um diesen als Pol gehende Parallelkreis mit dem Radius von 25^0 Winkelöffnung ebenfalls als ein punktierter Kreis.

Die übrigen drei symmetrischen Strahlen konnten wegen ihrer großen Rasanz und Lichtschwäche nicht beobachtet werden.

Die andern Strahlen wählte ich einer passenden räumlichen Verteilung gemäß aus.

Das fünfte Projektionsbild hat dasselbe Koordinatennetz wie die vorigen vier Projektionsbilder, Figg. 9, 10, 12, 14; es bedeutet hier I den Eintrittspunkt des einfallenden, R_0 den Austrittspunkt des regelmäßig reflektierten Strahles; durch den Austrittspunkt jedes reflektiert-gebeugten Strahles ist nach den Winkelwerten der letzten Rubrik der Tabelle VIa ein ausgezogener Pfeil gezeichnet, welcher die Polarisationsrichtung des jeweiligen Strahles veranschaulicht.

Tabelle VIa.

Asymmetrische partielle Zirkumpolarisation.

Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters: $P = 56^0\ 15'$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet mit der Einfallsebene den Winkel 45°.

Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen.

ϑ_1	ω_1	ϑ_2'	ω_2'	φ	$\dot{\varphi}$	$\dot{\varphi}$	$\overset{*}{\varphi}$	$\overset{*}{\varphi}$	$\overset{*}{\varphi}$	Mittelwert φ
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
— 45,0	87,5	+ 34,0	29,5	123,2	113,8	118,5	103,3	97,2	100,3	109,4
— 27,6	94,1	+ 65,2	37,2	143,5	141,8	142,7	142,1	142,4	142,3	142,5
— 18,2	110,3	+ 95,1	39,8	174,9	174,8	174,9	173,4	175,5	174,5	174,7
— 22,5	128,5	+ 107,9	34,5	200,7	202,6	201,7	192,1	204,0	198,1	199,9
— 62,4	94,1	— 4,5	18,4	92,7	78,2	85,5	73,3	57,8	65,6	75,6
— 71,8	37,5	— 6,8	75,6	68,9	64,2	66,6	57,1	53,6	55,4	61,0
— 71,8	77,5	— 17,9	36,6	75,0	75,1	75,1	59,9	53,3	56,6	65,9
— 90,0	60,0	— 29,2	59,5	54,7	53,9	54,3	35,3	33,1	34,2	44,3
— 100,0	40,0	— 24,2	9,7	42,0	40,5	41,3	27,7	24,2	26,0	33,7
— 45,0	37,5	+ 10,0	76,3	96,5	93,4	94,9	84,4	84,6	84,5	89,7
— 45,0	62,5	+ 29,4	33,9	103,7	100,2	102,0	86,7	85,9	86,3	94,2
— 18,2	37,5	+ 24,6	83,7	122,4	118,6	120,5	114,0	114,0	114,0	117,3
— 18,2	77,5	+ 54,4	54,6	136,3	135,5	135,9	132,8	136,1	134,5	135,2
00,0	37,5	+ 32,2	91,8	134,9	137,2	136,1	134,2	131,0	132,6	134,4
00,0	87,5	+ 75,5	65,1	161,0	160,2	160,6	163,3	155,1	159,2	159,9
00,0	112,5	+ 103,8	55,9	180,1	180,0	180,1	179,9	180,1	180,0	180,1
00,0	137,5	+ 133,2	54,2	197,7	199,2	198,5	190,4	201,4	195,9	197,2
+ 30,0	37,5	+ 39,9	108,3	161,0	160,0	160,5	160,4	159,1	159,8	160,2
+ 30,0	87,5	+ 88,1	91,9	171,8	170,6	171,2	173,7	170,0	171,9	171,6
+ 30,0	137,5	+ 135,4	74,3	184,6	183,3	184,0	186,0	182,7	184,4	184,2
+ 60,0	37,5	+ 40,4	126,4	185,7	183,7	184,7	184,2	181,2	182,7	183,7
+ 60,0	87,5	+ 100,4	126,3	177,0	173,9	175,5	183,1	179,9	181,5	178,5
+ 60,0	117,5	+ 128,4	104,2	174,5	173,7	174,1	180,9	178,0	179,5	176,8
+ 110,0	40,0	+ 12,2	151,6	223,5	222,1	222,8	222,6	222,3	222,5	222,7

Ferner ist im Bilde R_0' der Austrittspunkt der supponierten Symmetrieachse, also des bei dieser Anordnung ausgelöschten Strahles; ferner sind kleine Pfeile, welche Tangenten der um R_0' als Pol beschriebenen, durch die Austrittspunkte R des jeweilig

Asymmetrische partielle Zirkumpolarisation.

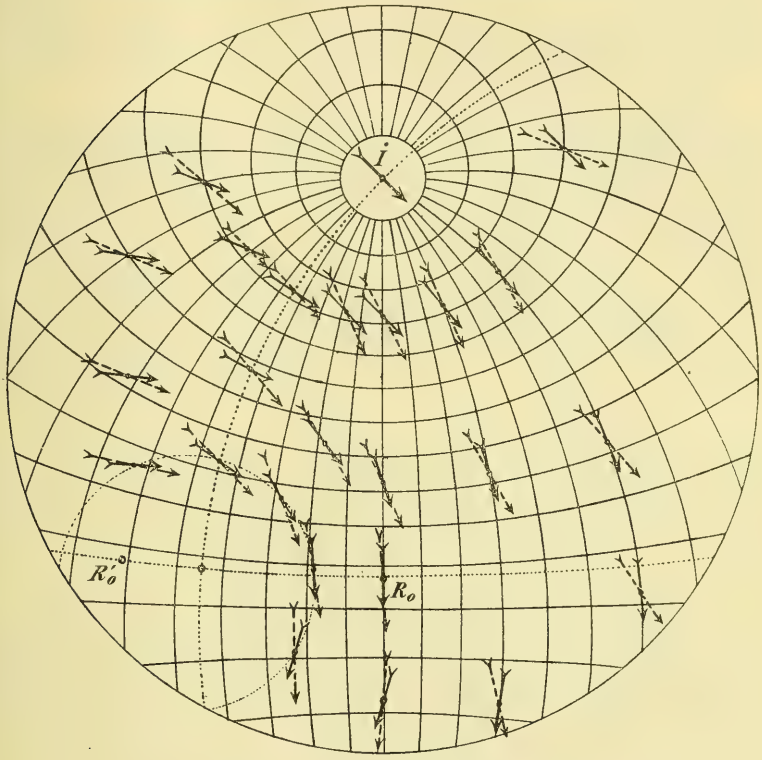


Fig. 15. Fünftes Projektionsbild.

reflektiert-gebeugten Strahles gehenden Parallelkreise sind, ebenfalls gestrichelt gezeichnet; dieselben stellen das um R_0' zirkumaxiale Richtungssystem dar.

Sowohl die Tabelle VIa als auch das fünfte Projektionsbild lassen erkennen, daß hier eine vollständige, nämlich 360° betragende Zirkumpolarisation nicht beobachtet wurde; es ist fraglich, ob es möglich gewesen wäre, durch Wahl von Strahlen, die zu R_0' näher liegen, eine vollständige Zirkumpolarisation

festzustellen, weil diese Strahlen zu lichtschwach scheinen, um eine einwurfsfreie Beobachtung zu gestatten.

Doch kann man wohl sagen, daß die Übereinstimmung der Beobachtungsresultate mit dem oberwähnten zirkumaxialen Richtungssystem, wenigstens in den charakteristischen Hauptzügen, im allgemeinen vorhanden sei. Hingegen schmiegt sich der um oben erwähnten Schnittpunkt beschriebene punktierte Kreis den Erfahrungsresultaten weniger gut an.

Die Abweichungen vom einfachen zirkumaxialen System können füglich auf dieselben drei Gründe zurückgeführt werden, die am Ende des § 48 Erwähnung fanden; dieselben sind: 1. Einfluß des Gitterintervalls; 2. für die nahe um den einfallenden Strahl liegenden Strahlen das Gesetz der isogonalen Polarisation § 65; 3. für Strahlen, die in der Nähe der Hauptpolarfläche verlaufen, das Gesetz des Hauptpolarkegels, §§ 35, 36, 37. Das Projektionsbild zeigt diese letztern zwei Einflüsse ganz unzweifelhaft.

§ 53. Fortsetzung. Vergleichung der Zahlenwerte der Tabelle VIa mit den strengen Bedingungen des Gesetzes der Zirkumpolarisation: Tabellen VIb und VIc. Bedeutendere Abweichungen.

Auch hier gilt die Fig. 13 des § 50; doch sind hier $\vartheta_1' = \vartheta_1 - \vartheta$ und ω_1 die gewählten, ϑ_2', ω_2', φ_c die zu bestimmenden Werte, so daß also der Mechanismus der Berechnung nach § 48, 1., 2., 3. und der Fig. 13, der folgende wird:

$$\left.\begin{aligned} \cos\omega_2' &= \cos 2P\,\cos\omega_1 + \sin 2P\,\sin\omega_1\,\cos\vartheta_1', \\ \sin\vartheta_1'\,\operatorname{cotg}\vartheta_2' &= \sin 2P\,\operatorname{cotg}\omega_1 - \cos 2P\,\cos\vartheta_1', \\ \sin\varphi_c &= \cos\vartheta_1'\,\cos\vartheta_2' - \sin\vartheta_1'\,\sin\vartheta_2'\,\cos 2P, \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

welcher nun die gewünschte Vergleichung ermöglicht.

Die Einrichtung dieser Tabelle ist in jeder Beziehung dieselbe, wie die der Tabellen IVb und Vb, § 51; die Abweichungen der Beobachtungsresultate sind besonders für größere ω_2' ganz beträchtlich; trotzdem sind auch diese nicht imstande, den zirkumpolaren Charakter der Erscheinung zu verwischen, obwohl, wie

Tabelle VIb.

Asymmetrische partielle Zirkumpolarisation.

Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters: $P = 56^0\ 15'$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet mit der Einfallsebene den Winkel 45^0.

Quantitative Vergleichung der Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Gitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen mit den strengen Werten des Gesetzes der Zirkumpolarisation. — Winkelkoordinaten der supponierten Symmetrieachse: $\vartheta = -61^0$, $\omega_1 = 112{,}5^0$.

ϑ_2'	ω_2'	φ calc.	$\varphi - \dot{\varphi}$ calc.	$\varphi - \overset{*}{\varphi}$ calc.	$\varphi - \varphi$ calc.
0	0	0	0	0	0
+ 34,0	29,5	121,2	+ 2,7	+ 20,9	+ 11,8
+ 65,2	37,2	147,2	+ 4,5	+ 4,9	+ 4,7
+ 95,1	39,8	168,9	— 6,0	— 5,6	— 5,8
+ 107,9	34,5	180,8	— 20,9	— 17,3	— 19,1
— 4,5	18,4	85,8	+ 0,3	+ 20,2	+ 10,3
— 6,8	75,6	79,5	+ 12,9	+ 24,1	+ 18,5
— 17,9	36,6	73,3	— 1,8	+ 16,7	+ 7,4
+ 10,0	76,3	99,0	+ 4,1	+ 14,5	+ 9,3
+ 29,4	33,9	117,2	+ 15,2	+ 30,9	+ 23,0
+ 24,6	83,7	129,2	+ 8,7	+ 15,2	+ 12,0
+ 54,4	54,6	140,3	+ 4,4	+ 5,8	+ 5,1
+ 32,2	91,8	144,0	+ 7,9	+ 11,4	+ 9,7
+ 75,5	65,1	153,6	— 7,0	— 5,6	— 6,3
+ 103,8	55,9	171,8	— 8,3	— 8,2	— 8,2
+ 133,2	54,2	185,5	— 13,0	— 10,4	— 11,7
+ 39,9	108,3	166,6	+ 6,1	+ 6,8	+ 6,4
+ 88,1	91,9	157,6	— 13,6	— 14,3	— 14,0
+ 135,4	74,3	163,3	— 20,7	— 21,1	— 20,9
+ 40,4	126,4	190,3	+ 5,6	+ 7,6	+ 6,6
+ 100,4	126,3	155,5	— 20,0	— 26,0	— 23,0
+ 128,4	104,2	144,8	— 29,3	— 34,7	— 32,0
+ 12,2	151,6	197,7	— 25,1	— 24,8	— 25,0
— 29,2	59,5	58,6	+ 4,3	+ 24,4	+ 14,3
— 24,2	9,7	53,8	+ 12,5	+ 27,8	+ 20,1

Tabelle VIc.

Asymmetrische partielle Zirkumpolarisation.

Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters: $P = 56^{0}\,15'$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet mit der Einfallsebene den Winkel 45^{0}.

Quantitative Vergleichung der Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen mit den strengen Werten des Gesetzes der Zirkumpolarisation. — Winkelkoordinaten der supponierten Symmetrieachse: $\vartheta = -45^{0}$, $\omega = 112{,}5^{0}$.

ϑ_2'	ω_2'	φ calc.	$\varphi - \dot{\varphi}$ calc.	$\varphi - \overset{*}{\varphi}$ calc.	$\varphi - \varphi$ calc.
0	0	0	0	0	0
0,0	25,0	90,0	— 28,5	— 10,3	— 19,4
+ 45,0	25,0	130,9	— 11,8	— 11,4	— 11,6
+ 90,0	25,0	169,8	— 5,1	— 4,7	— 4,9
+ 135,0	25,0	213,4	+ 11,7	+ 15,3	+ 13,5
— 45,0	25,0	47,7	— 37,7	— 17,9	— 27,8
— 16,3	78,6	64,9	— 1,7	+ 9,5	+ 3,9
— 39,8	46,3	52,8	— 22,3	— 3,8	— 13,1
0,0	75,0	90,0	— 4,9	+ 5,5	+ 0,3
0,0	40,0	90,0	— 12,0	+ 3,7	— 4,2
+ 16,3	78,6	115,1	— 5,4	+ 1,1	— 2,2
+ 39,8	46,3	127,2	— 8,7	— 7,3	— 8,0
+ 25,6	84,6	131,0	— 5,1	— 1,6	— 3,4
+ 66,3	50,5	147,8	— 12,2	— 11,4	— 11,8
+ 99,0	42,6	171,0	— 9,1	— 9,0	— 9,1
+ 135,8	43,3	198,6	+ 0,1	+ 2,7	+ 1,4
+ 37,7	98,7	154,5	— 6,0	— 5,3	— 5,7
+ 81,8	76,3	156,3	— 14,9	— 15,6	— 15,7
+ 131,9	63,8	174,1	— 9,9	— 10,3	— 10,1
+ 47,4	116,7	174,4	— 10,3	— 8,3	— 9,3
+ 93,5	104,8	157,3	— 18,2	— 24,2	— 21,2
+ 121,0	92,0	169,5	— 4,6	— 10,0	— 7,3
+ 36,1	141,2	212,2	— 10,6	— 10,3	— 10,5
— 52,8	68,0	40,0	— 14,3	+ 5,8	— 4,3
— 31,8	87,3	40,7	— 0,6	+ 14,7	+ 7,0

schon erwähnt, infolge der Nähe der fixen Richtung $\overline{OR_0'}$, Fig. 15, zum Rande des Beobachtungsraumes, wegen Lichtschwäche nur ein Teil der zirkumpolaren Strahlen beobachtet werden konnten.

Aber auch hier, wie bei den in den früheren Paragraphen mitgeteilten Beobachtungen, kommt das Gesetz der Hauptextinktionsfläche zur Geltung.

Anmerkung. 1. Nicht überflüssig scheint hier die Bemerknng zu sein, daß in dem Falle, wenn man die Bestimmung der „fixen Richtung", der Symmetrieachse, auf Grund von nur in einem Meridian gemachten Beobachtungen versuchen würde (wie dies Réthy und Glazebrook inbezug meiner im Jahre 1876 in der Einfallsebene ausgeführten Beobachtungen in den Jahren 1880 und 1885 taten, und damals hätte man dies doch nicht wohl anders tun können): so würde man aus den zu je einem Meridian gehörigen Resultaten stets andere, von einander ganz wesentlich abweichende Symmetrieachsen erhalten.

So würden z. B. die drei Strahlen, die in dem Meridian $\vartheta_1 = 60^0$ liegen, deren Polarisationsrichtungen also, wie dies die Tabelle VIa und das fünfte Projektionsbild, Fig. 15, zeigt, fast genau in diesem Meridian liegen, eine solche Symmetrieachse ergeben, welche die durch O gehende Normale dieses Meridians wäre; diese aber weicht von der hier der Rechnung zugrunde gelegten supponierten Symmetrieachse ganz beträchtlich, um mehr als 30^0 ab und wäre zur Darstellung der ersten sechs Polarisationsrichtungen der Tabelle ganz ungeeignet.

2. Daß man wohl kaum eine Symmetrieachse finden kann, welche besser geeignet wäre, die Beobachtungen des vorigen Paragraphen darzustellen, ist aus Tabelle VIc ersichtlich.

Zur Berechnung dieser Tabelle ist hier die Richtung $\vartheta = -45^0$, $\omega = 2P = 112{,}5^0$ als Symmetrieachse angenommen, also diejenige Richtung, in welcher die auf die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes senkrechte gestrichelte Meridianebene die Hauptextinktionsfläche schneidet (Fig. 15, fünftes Projektionsbild, wo der Austrittspunkt dieser Richtung als kleiner Kreis bezeichnet ist). Man hat demnach in der Formel $\vartheta_1' = \vartheta_1 - \vartheta$ für ϑ nicht, wie bei Berechnung der Tafel VIb, -61^0, sondern jetzt -45^0 zu setzen und so das Gleichungssystem (1) dieses Paragraphen anzuwenden.

Man sieht, daß hier die in der Nähe der Symmetrieachse liegenden Strahlen viel schlechter, die entfernteren besser dargestellt sind als in Tabelle VIb; ganz befriedigend ist aber keine der beiden Darstellungen.

§ 54. Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Gittersubstanz. Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes fällt in die Einfallsebene. Das Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation, im Gegensatze zur zirkumpolaren Anordnung. Tabelle VIIa. Sechstes Projektionsbild.

Wir ändern nun, bei stets festgehaltenem Einfallswinkel das Einfallsazimut, indem wir dieses fortwährend verkleinern; bevor dasselbe Null wird, bei dem Werte von 15° machte ich eine vollständige Beobachtungsserie, die indes erst im § 57, aus den dort angeführten Gründen behandelt wird, obwohl sie eigentlich den Übergang zu den hier, bei dem Einfallsazimut Null auftretenden Erscheinungen bildet.

Man übersieht nun leicht, daß in diesem Falle die im § 45 gepflogenen Überlegungen nicht mehr gelten können, weil die längs der Hauptextinktionsfläche fortschreitenden Strahlen nur innerhalb der Grenzen $\eta = +74^0$ und $\eta = -74^0$ auftreten und beobachtet werden können, §§ 35, 36, Fig. 8. Innerhalb dieses Intervalles bildet die Polarisationsebene des auslöschenden Polarisators nach Tabelle II, § 41, mit der Normale der Einfallsebene einen Winkel der sich mit η von $+50^0$ bis -50^0 ändert, § 41, Fig. 10. Wenn demnach bei dem Einfallswinkel P die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes mit der Einfallsebene einen Winkel von 40^0, und darunter bildet: so kann überhaupt kein längs der Hauptfläche fortschreitender ausgelöschter Strahl entstehen, denn derselbe müßte auf der nicht reflektierenden Seite der Gitterfläche fortschreiten, was einfach unmöglich ist.

Ich konnte also in dem, in der Überschrift dieses Paragraphen genannten Falle das Auftreten des Gesetzes der zirkumpolaren Anordnung der Polarisationsrichtungen nicht erwarten; doch noch weniger war ich auf die überraschend einfache Gesetzmäßigkeit der Polarisationsebenen vorbereitet, die nicht nur im gegenwärtigen Falle zu Tage tritt, sondern, wie sich später [§§ 54, 61, 64, 65, 66] herausstellen wird, sich stets zeigt, wenn in der Einfallsebene polarisiertes Licht unter beliebigem Einfallswinkel auf die reflektierende Gitterfläche fällt.

Die folgende Tabelle VIIa enthält die Resultate der hierhergehörigen Beobachtungen; ihre Einrichtung und die Bedeutung der Zeichen ist dieselbe, wie die der Tabellen IIIa bis VIa, mit dem einzigen Unterschiede, daß hier, da in unserem Falle keine Symmetrieachse vorhanden ist, die Notwendigkeit der Winkelkoordinaten ϑ_2, ω_2, also auch von ϑ'_2, ω'_2 entfällt.

Die Beobachtungen und ihre Reduktion geschahen ganz nach

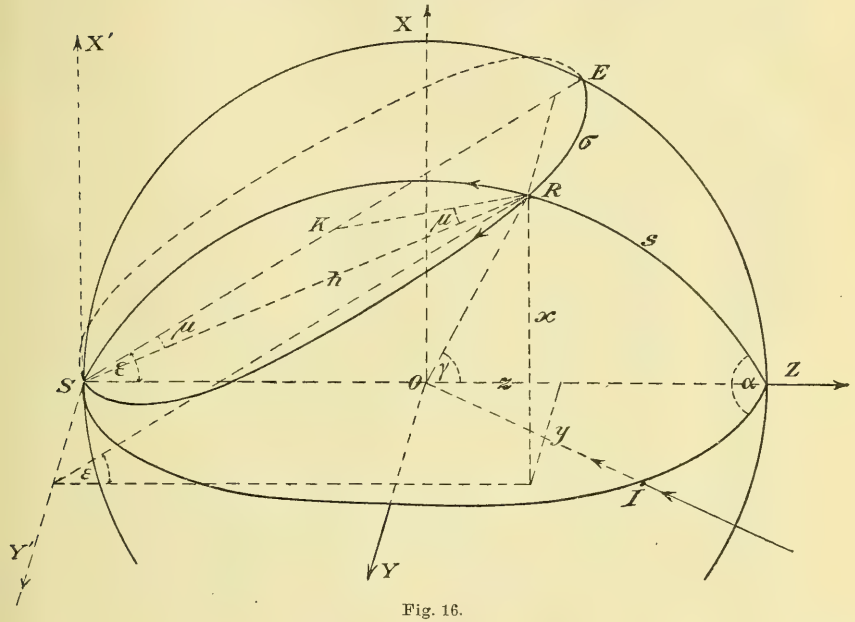


Fig. 16.

der in § 47 erwähnten Weise; die Gesetzmäßigkeit, welche diese Beobachtungen ausdrücken, läßt sich aus den Zahlenangaben schwer erkennen; ich fand sie aber sofort, als ich mittels der letzten Rubrik der Tabelle VIIa das sechste Projektionsbild, Fig. 17, graphisch konstruierte, welches so wie die bisherigen fünf Bilder nach der, im § 37 auseinandergesetzten stereographischen Projektion gezeichnet wurde.

Man sieht nun aus Fig. 17 auf dem ersten Blick, daß die stereographischen Projektionen der Polarisationsrichtungen im allgemeinen parallel sind der Projektion des

Tabelle VIIa.

Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation.

Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters: $P = 56^{\circ}\,15'$.

Das einfallende Licht ist in der Einfallsebene polarisiert.

Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen.

ϑ_1	ω_1	φ	$\dot{\varphi}$	$\dot{\varphi}$	$\overset{*}{\varphi}$	$\overset{*}{\dot{\varphi}}$	$\overset{*}{\varphi}$	Mittelwert φ
0	0	0	0	0	0	0	0	0
+ 130,0	37,5	299,8	297,4	298,6	299,8	296,4	298,1	298,4
+ 110,0	37,5	275,7	272,8	274,3	274,6	274,0	274,3	274,3
+ 90,0	37,5	254,3	255,7	255,0	251,8	255,8	253,8	254,4
+ 90,0	57,5	237,0	241,7	239,4	237,1	243,7	240,4	239,9
+ 90,0	77,5	223,0	224,8	223,9	224,7	227,6	226,2	225,1
+ 72,6	94,1	198,8	199,9	199,4	199,8	204,4	202,1	200,8
+ 63,2	37,5	229,9	230,5	230,2	229,2	231,1	230,2	230,2
+ 63,2	57,5	219,3	220,8	220,1	217,6	233,1	220,4	220,3
+ 63,2	77,5	202,5	213,1	207,8	208,0	213,1	210,6	209,2
+ 63,2	102,5	188,4	193,1	190,8	194,6	195,9	195,3	193,1
+ 63,2	110,3	182,0	182,3	182,2	189,5	190,0	189,8	186,0
+ 45,0	37,5	215,0	216,2	215,6	213,9	217,2	215,6	215,6
+ 45,0	77,5	195,1	194,5	194,8	197,3	200,9	199,1	197,0
+ 45,0	117,5	170,3	177,5	173,9	179,9	181,0	180,5	177,2
+ 25,0	37,5	197,6	197,4	197,5	198,6	198,4	198,5	198,0
+ 25,0	77,5	188,4	187,6	188,0	188,2	189,8	189,0	188,5
+ 25,0	117,5	177,4	177,5	177,5	178,8	178,9	178,9	178,2
0,0	77,5	180,4	180,5	180,5	180,3	180,4	180,4	180,4
0,0	112,5	180,0	180,0	180,0	180,1	180,2	180,2	180,1
— 25,0	37,5	163,1	162,4	162,8	162,0	162,6	162,3	162,6
— 25,0	77,5	171,2	172,9	172,1	171,3	172,7	172,0	172,1
— 25,0	117,5	182,5	182,6	182,6	181,8	181,9	181,9	182,2
— 45,0	37,5	144,3	144,0	144,2	148,3	144,1	146,2	145,2
— 45,0	77,5	165,9	164,9	165,4	163,0	159,0	161,0	163,2
— 45,0	117,5	183,6	181,1	182,4	180,1	179,5	179,8	181,1
— 63,2	37,5	130,8	132,0	131,4	134,9	130,3	132,6	132,0
— 63,2	57,5	142,9	137,2	140,1	143,3	138,3	140,8	140,5
— 63,3	77,5	156,2	156,5	156,4	154,2	149,6	151,9	154,2
— 63,2	102,5	174,2	170,3	172,4	167,6	165,3	166,5	169,5
— 63,2	110,3	180,4	177,9	179,2	171,5	168,4	170,0	174,6
— 72,6	94,1	163,5	160,0	161,8	159,3	155,4	157,4	159,6
— 90,0	37,5	107,0	108,3	107,7	107,8	105,2	106,5	107,1
— 90,0	57,5	121,5	121,6	121,7	123,0	116,9	120,0	120,8
— 90,0	77,5	138,8	134,4	136,6	139,0	133,3	136,2	136,4
— 110,0	37,5	83,7	85,0	84,4	84,1	85,3	84,7	84,5
— 130,0	37,5	64,8	65,3	65,0	65,2	62,6	63,9	64,5

ersten Meridianes, das ist der Einfallsebene; die erfahrungsgemäße Genauigkeit dieser Gesetzmäßigkeit ist so groß, daß man die geringfügigen Abweichungen davon im sechsten Projektionsbilde kaum bemerken kann.

Ich erlaube mir diese Gesetzmäßigkeit mit dem Namen: das

Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation.

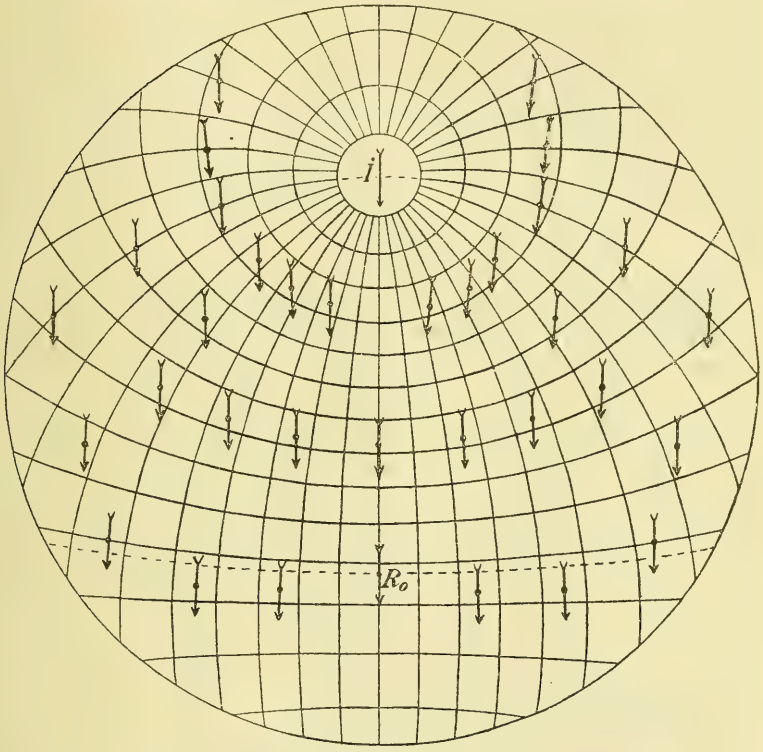


Fig. 17. Sechstes Projektionsbild.

Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation zu bezeichnen; hauptsächlichst aus dem Grunde, weil die stereographischen Projektionen der Polarisationsrichtungen der reflektiert-gebeugten Strahlen parallel sind zur Projektion der Einfallsebene, also auch zur Einfallsebene selbst; später werden wir dieses Gesetz, auf ein anderes Polarisationskreis- und Meridiansystem bezogen, auch das der isogonalen Polarisation nennen [§ 65, 66].

Die geometrische Deutung des Gesetzes ist sehr einfach; wir benützen dabei die schon in § 16 gegebene und durch Fig. 6 veranschaulichte Darstellung, die wir hier nur durch den einfallenden Strahl IO ergänzen und so Fig. 16 erhalten.

Bedeutet nun hier, Fig. 16, O den Auffallspunkt des einfallenden Strahles IO auf die reflektierende Gitterebene, YZ dessen Einfallsebene, XY die reflektierende Gitterebene, OZ deren positive Normale; S den Z diametral gegenüberliegenden Augenpunkt der Projektion, § 37, $\overline{SY'}$ eine durch S gehende, zur Achse $\overline{OY}$ parallele Tangente der Kugelfläche und ist $SERS$ ein beliebiger Kugelkreis, dessen Ebene die Tangente $\overline{SY'}$ enthält: dann sieht man sofort, daß die stereographische Projektion dieses Kugelkreises $SERS$ diejenige Gerade ist, in welcher seine Ebene die zu Z gezogene Tangentialebene der Kugel, also die Ebene der Projektionszeichnung schneidet.

Diese Gerade ist aber parallel der Projektion der Einfallsebene SYZ auf dieselbe Tangentialebene, und dies ist eben die in unserem sechsten Projektionsbild, Fig. 17 sich zeigende Gesetzmäßigkeit.

Man kann demnach das Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation hier wie folgt aussprechen: fällt in der Einfallsebene polarisiertes Licht unter dem Polarisationswinkel der Glassubstanz auf das Gitter, so findet man nach Fig. 16 die Polarisationsrichtung eines beliebigen, reflektiert-gebeugten Strahles OR, wenn man auf der, um die Auffallstelle O beschriebenen Kugelfläche, durch R einen solchen Kugelkreis zieht, dessen Ebene diejenige Gerade $\overline{SY'}$ enthält, welche die Kugel im Austrittspunkt der negativen Gitternormale OS, nämlich in S, parallel zur Einfallsebene berührt.

Die zu R gezogene Tangente dieses Kugelkreises $SERS$ ist die Polarisationsrichtung des Strahles $\overline{OR}$.

Dreht man die Figur 16 um die Z-Achse linkssinnig um 90°, so daß die Einfallsebene in die Ebene des Papieres zu liegen kommt, so stellt Figur 18 die oben erwähnten geometrischen Beziehungen dar; es ist darin $SRES$ ein solcher Kugelkreis, der aber hier hinter der Ebene der Zeichnung liegt, und $\overrightarrow{RT}$ eine zu demselben in R gezogene Tangente, also die Polarisationsrichtung des Strahles $\overline{OR}$.

Die Polarisationsebene dieses Strahles $\overline{OR}$ ist die Ebene ORT; dieselbe fällt jedoch im allgemeinen nicht in die Ebene des zugehörigen Kugelkreises $SRES$.

Es haben hier die Winkel ε und μ dieselbe Bedeutung wie in den Figuren 6 und 16, die Ebenen derselben sind auch hier zu einander senkrecht.

Anmerkung: Man kann dem Gesetze nach Fig. 18 noch folgende geometrische Deutung geben: Die aus O durch die Punkte der Kreislinie $SRES$ gezogenen gebeugten Strahlen bilden eine Kegelfläche mit der Spitze in O, dem Öffnungswinkel $\sphericalangle(SOE)$, deren Achse in einer zur Einfallsebene YOZ senkrechten Ebene liegt und mit deren Normale den Winkel ε bildet. Die Polarisationsebene des jeweiligen gebeugten Strahles $\overline{OR}$ ist die in $\overline{OR}$ an diese Kegelfläche gelegte Tangentialebene, welche die Kugelfläche in einem größten Kreise schneidet, derselbe berührt in R den Kugelkreis $SRES$; die gemeinsame Tangente der beiden Kreise ist $\overrightarrow{RT}$, die Polarisationsrichtung des Strahles.

Jede solche Kegelfläche ist also die Umhüllende aller der Polarisationsebenen, welche zu den in dieser Fläche liegenden gebeugten Strahlen gehören; die Achsen aller dieser Kegelflächen gehen durch O und liegen in einer zur Einfallsebene senkrechten Ebene.

Die Abweichungen vom genauen Gesetze der stereographisch-parallelen Polarisation dürften auch hier, wie in den §§ 48, 52, den dort erwähnten Gründen zuzuschreiben sein; doch scheint hier der Einfluß des Gitterintervalles nur bei wenigen Strahlen merklich zu sein; hingegen macht sich für Strahlen in der Nähe des einfallenden Strahles das Gesetz der isogonalen Polarisation, § 65, für Strahlen, die vom einfallenden Strahl nahezu 2 P Winkelabstand haben, das Gesetz des Hauptpolarkegels, §§ 35, 36, 37 in gerade noch erkennbarer Weise geltend.

§ 55. Theorie der Vergleichung der Beobachtungsdaten der Tabelle VIIa mit den strengen Bedingungen des Gesetzes der stereographisch-parallelen Polarisation: Tabelle VIIb. Im allgemeinen gute Übereinstimmung.

Unsere Beobachtungen liefern uns unmittelbar das Polarisationsazimut des jeweilig reflektiert-gebeugten Strahles $\overline{OR}$, nämlich denjenigen Winkel φ, welchen die jeweilige Polarisationsrichtung $\overrightarrow{RT}$ dieses Strahles mit dessen Meridian $\widehat{RI}$ bildet, Fig. 18 und 19.

Würde nun das Gesetz der stereographisch-parallelen Polari-

sation strenge gelten, so müßte $\overrightarrow{RT}$ genau in die Kreisebene $SRES$ fallen, und man sieht sofort, daß dann die auf den einfallenden Strahl $\overline{IO}$ und auf die Einfallsebene YOZ bezogenen Winkelkoordinaten des gebeugten Strahles $\overline{OR}$, nämlich ϑ_1 und ω_1 das hier geltende strenge Polarisationsazimut φ_c, Fig. 18 und 19 vollständig bestimmen; letzteres muß sich also durch die bekannten Koordinaten ϑ_1 und ω_1 ausdrücken lassen.

Indes sind die Beziehungen, welche den Zusammenhang

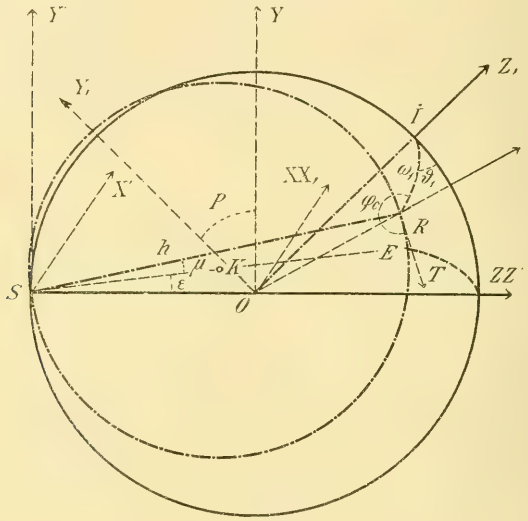


Fig. 18.

zwischen den Größen ϑ_1, ω_1, φ_c darstellen, nicht ganz einfach und machen daher eine vermittelnde Rolle der schon in Figur 6 eingeführten und in Figur 16, 18, 19 gebrauchten Winkel ε und μ notwendig.

I. Die Fig. 18 zeigt drei positive rechtwinkelige Achsensysteme:

a) Das Koordinatensystem $X'\,Y'\,Z'$, dessen Anfangspunkt der Augenpunkt S der stereographischen Projektion ist, dessen Z'-Achse in ihrer Verlängerung mit der positiven Normale $\overline{OZ}$ der reflektierenden Gitterfläche zusammenfällt; dessen Y'-Achse parallel ist der in der Einfallsebene längs der Gitterfläche liegenden

Achse OY, dessen X'-Achse schließlich die positive Normale der $Y'Z'$-Ebene ist.

In diesem Koordinatensystem sind die rechtwinkeligen Koordinaten des Austrittspunktes R des reflektiert-gebeugten Strahles $\overline{OR}$ die folgenden: $x'y'z'$; hingegen sind dessen auf denselben Anfangspunkt S, auf die Einfallsebene $Y'Z'$, und auf den Kreisdurchmesser $\overline{SE}$ bezogenen Polarkoordinaten (wie schon in Fig. 6 und 16) $\overline{SR} = h$; $\sphericalangle(ESZ') = \varepsilon$; $\sphericalangle(RSE) = \mu$, Fig. 18.

Den Zusammenhang zwischen diesen zweierlei Koordinaten, ersieht man sofort aus Fig. 16, wir schreiben demnach:

$$x' = h \cos \mu \sin \varepsilon, \quad y' = h \sin \mu, \quad z' = h \cos \mu \cos \varepsilon. \qquad a)$$

b) Das Koordinatensystem XYZ, dessen Anfangspunkt O die Auffallsstelle des einfallenden Lichtes auf der Gitterfläche ist, dessen Achsen der Reihe nach denjenigen des oben unter a) betrachteten Systemes $X'Y'Z'$ parallel sind, Fig. 16 u. 18.

In diesem Systeme sind die Koordinaten desselben Austrittspunktes R des reflektiert-gebeugten Strahles $O\overline{R}$ wie folgt: x, y, z; man sieht nun sofort, daß man hat, wenn r der Radius der Kugelfläche:

$$x = x', \quad y = y', \quad z = z' - r. \qquad b)$$

c) Das Koordinatensystem $X_1Y_1Z_1$, Fig. 18, dessen Anfangspunkt O derselbe ist, wie der des obigen Systemes XYZ, das sich jedoch von letzterem durch eine um die X-Achse mit dem Winkel P vollzogene Drehung unterscheidet, welche man nämlich rechtssinnig auszuführen hat, um Y_1Z_1 in YZ zu überführen. Es stellt hier $\overline{Z_1IO}$ den einfallenden Strahl vor, Fig. 18.

In diesem Systeme bezeichne man die rechtwinkeligen Koordinaten desselben Austrittspunktes R des reflektiert-gebeugten Strahles $\overline{OR}$ mit $x_1y_1z_1$; die Polarkoordinaten desselben Punktes R, bezogen auf denselben Anfang O, auf den einfallenden Strahl $\overline{IO}$ und auf die Einfallsebene YZ oder Y_1Z_1 sind wie schon erwähnt, r, ϑ_1, ω_1.

Der Zusammenhang dieser beiderlei Koordinaten ist aus Fig. 18 und 19 sofort ersichtlich, es gilt unmittelbar:

$$x_1 = r \sin \omega_1 \sin \vartheta_1, \quad y_1 = -r \sin \omega_1 \cos \vartheta_1, \quad z_1 = r \cos \omega_1 \qquad c)$$

Andererseits merkt man aus Fig. 18, daß der Zusammenhang

zwischen beiden rechtwinkeligen Koordinaten $x\,y\,z$ in b) und $x,y,z,$ in c) der folgende ist:

$$x = x_{,}, \quad y = y, \cos P + z, \sin P, \quad z = z, \cos P - y, \sin P. \quad \text{d)}$$

II. Setzt man nun $x\,y\,z$ aus b) und a), $x,y,z,$ aus c) in d), so hat man unmittelbar:

$$\left.\begin{aligned} h \cos\mu \sin\varepsilon &= +\, r \sin\omega_1 \sin\vartheta_1, \\ h \sin\mu &= -\, r \sin\omega_1 \cos\vartheta_1 \cos P + r \cos\omega_1 \sin P, \\ -\, r + h \cos\mu \cos\varepsilon &= +\, r \sin\omega_1 \cos\vartheta_1 \sin P + r \cos\omega_1 \cos P. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Die Quadrierung und Summierung ergibt:

$$h^2 + r^2 - 2\,r\,h \cos\mu \cos\varepsilon = r^2,$$

also

$$h = 2\,r \cos\mu \cos\varepsilon, \quad (2)$$

ein schon früher [§ 16, (3), Fig. 6] gefundenes Resultat.

Setzt man dies in (1), so wird:

$$\left.\begin{aligned} 2\cos^2\mu \sin\varepsilon \cos\varepsilon &= \sin\omega_1 \sin\vartheta_1, \\ 2\sin\mu \cos\mu \cos\varepsilon &= -\sin\omega_1 \cos\vartheta_1 \cos P + \cos\omega_1 \sin P, \\ 2\cos^2\mu \cos^2\varepsilon &= 1 + \sin\omega_1 \cos\vartheta_1 \sin P + \cos\omega_1 \cos P. \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Schreibt man ferner die erste Gleichung dieses Systems (3) in der Form: $2\cos^2\mu \cdot \cos^2\varepsilon \cdot tg\,\varepsilon = \sin\omega_1 \sin\vartheta_1$, so kann die letzte und erste Gleichung dieses Systems auch so geschrieben werden:

$$\left.\begin{aligned} \sin\omega_1 \sin\vartheta_1 \operatorname{cotg}\varepsilon &= 1 + \sin\omega_1 \cos\vartheta_1 \sin P + \cos\omega_1 \cos P, \\ \cos^2\mu \sin 2\varepsilon &= \sin\omega_1 \sin\vartheta_1. \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Mittels ω_1, ϑ_1, P bestimmen sich aus diesem System vorerst ε und dann μ.

Es bleibt nun noch aus diesen der Winkel φ_c, Fig. 18 u. 19, zu bestimmen.

III. Die Fortsetzung des bisher eingehaltenen analytisch-geometrischen Weges führt zu einer sehr komplizierten, fünfgliedrigen Formel für φ_c, die zur Vornahme von numerischen Berechnungen wenig geeignet ist.

Ich zog es deshalb vor, unter Benützung der einfachen Eigenschaften der stereographischen Projektion, einen auf graphischer Anschauung basierten, einfacheren Vorgang zu wählen, dessen Resultat auch zur numerischen Berechnung bequem ist.

Wir betrachten nämlich ε als aus der ersten der Gleichungen (4) bestimmt und bemerken, daß gemäß unserer Projektionsart, § 37, der Winkel φ_c sowohl auf der Kugelfläche, als auch auf der Projektionszeichnuug von derselben Größe ist; dies macht auch

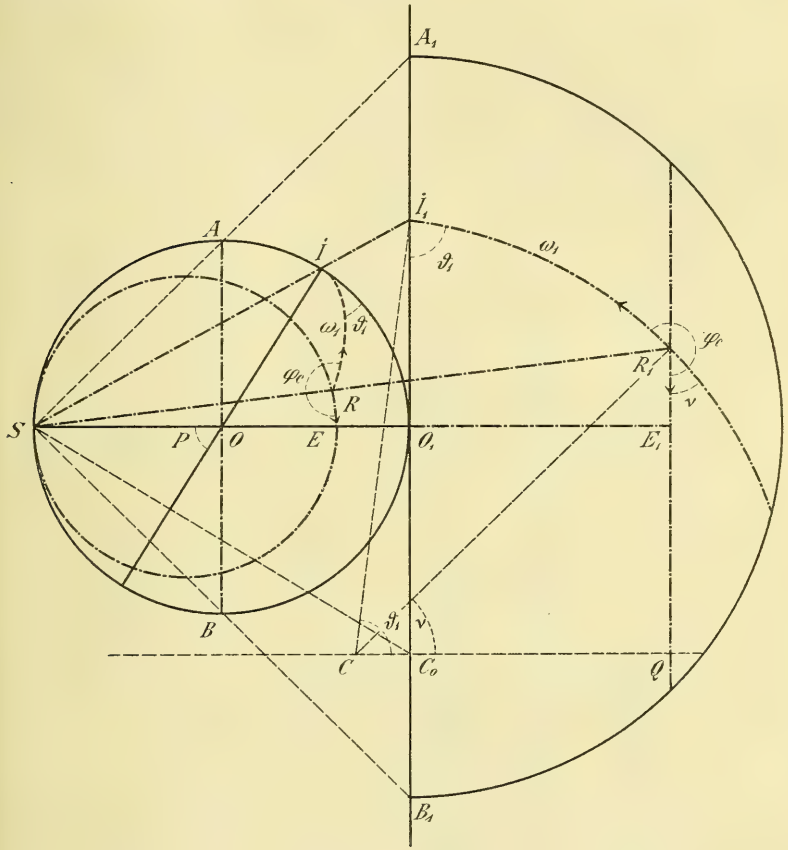


Fig. 19.

die Fig. 19 ersichtlich, in welcher, wie in Fig. 18, der Kreis $SRES$ hinter der Ebene der Zeichnung liegt; ebenso liegt auch die Projektion der rückwärtigen Hälfte der Halbkugel $A\,O_1\,B$ auf der, zur Ebene der Zeichnung senkrechten rückwärtigen Projektionshalbebene, deren Durchmesser $A_1\,O_1\,B_1$ ist.

Um die geometrischen Verhältnisse besser verfolgen zu können,

Tabelle VIIb.

Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation.

Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters: $P = 56^0\ 15'$.

Das einfallende Licht ist in der Einfallsebene polarisiert.

Quantitative Vergleichung der Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen mit den strengen Bedingungen des Gesetzes der stereographisch-parallelen Polarisation.

ϑ_1	ω_1	φ calc.	$\varphi - \dot{\varphi}$ calc. $\dot{}$	$\varphi - \overset{*}{\varphi}$ calc. $*$	$\varphi - \varphi$ calc.
0	0	0	0	0	0
+ 130,0	37,5	292,1	— 6,5	— 6,0	— 6,3
+ 110,0	37,5	269,4	— 4,9	— 4,9	— 4,9
+ 90,0	37,5	249,4	— 5,6	— 4,2	— 4,9
+ 90,0	57,5	237,3	— 2,1	— 3,1	— 2,6
+ 90,0	77,5	223,6	— 0,3	— 2,6	— 1,5
+ 72,6	94,1	202,7	+ 3,1	+ 0,6	+ 1,9
+ 63,2	37,5	226,2	— 4,0	— 4,0	— 4,0
+ 63,2	57,5	217,2	— 2,9	— 3,2	— 3,1
+ 63,2	77,5	207,7	— 0,1	— 2,9	— 1,5
+ 63,2	102,5	194,2	+ 3,4	— 1,1	+ 1,2
+ 63,2	110,3	189,4	+ 7,3	— 0,4	+ 3,5
+ 45,0	37,5	212,0	— 3,6	— 3,6	— 3,6
+ 45,0	77,5	198,8	+ 4,0	— 0,3	+ 1,9
+ 45,0	117,5	183,0	+ 9,1	+ 2,5	+ 5,8
+ 25,0	37,5	197,5	0,0	— 1,0	— 0,5
+ 25,0	77,5	190,2	+ 2,2	+ 1,2	+ 1,7
+ 25,0	117,5	181,7	+ 4,2	+ 2,8	+ 3,5
0,0	77,5	180,0	— 0,5	— 0,4	— 0,5
00,0	112,5	180,0	0,0	— 0,2	— 0,1
— 25,0	37,5	162,5	— 0,3	+ 0,2	— 0,1
— 25,0	77,5	169,8	— 2,3	— 2,2	— 2,3
— 25,0	117,5	178,3	— 4,3	— 3,6	— 3,9
— 45,0	37,5	148,0	+ 3,8	+ 1,8	+ 2,8
— 45,0	77,5	161,2	— 4,2	+ 0,2	— 2,0
— 45,0	117,5	177,0	— 5,4	— 2,8	— 4,1
— 63,2	37,5	133,8	+ 2,4	+ 1,2	+ 1,8
— 63,2	57,5	142,8	+ 2,7	+ 2,0	+ 2,4
— 63,2	77,5	153,4	— 3,0	+ 1,5	— 0,8
— 63,2	102,5	165,9	— 6,5	— 0,6	— 3,6
— 63,2	110,3	170,6	— 8,6	+ 0,6	— 4,0
— 72,6	94,1	157,4	— 4,4	0,0	— 2,2
— 90,0	37,5	110,6	+ 2,9	+ 4,1	+ 3,5
— 90,0	57,5	122,7	+ 1,1	+ 2,7	+ 1,9
— 90,0	77,5	136,4	— 0,2	+ 0,2	0,0
— 110,0	37,5	90,6	+ 6,2	+ 5,9	+ 6,1
— 130,0	37,5	67,9	+ 2,9	+ 4,0	+ 3,4

ist die letztgenannte Halbebene um 90^0 gedreht, also in der Ebene der Figur gezeichnet.

Die Projektion des Kreises $SRES$ ist hier die Gerade R_1E_1Q; dieselbe ist parallel der Projektion des ersten Meridians AIO_1B, nämlich $A_1I_1O_1B_1$.

Die Projektion des Bogens $\widehat{IR}$ ist der Kreisbogen $\widehat{I_1R_1}$; der Mittelpunkt des letztern C liegt in der Projektionsebene, also hier in der Ebene der Zeichnung; man findet ihn, wenn man aus S auf die Achse des sphärischen Koordinatensystems ϑ_1, ω_1, I. c) dieses Paragraphen, nämlich auf $\overline{IO}$ eine Senkrechte zieht, selbe fortsetzt, bis sie den Projektionsdiameter A_1B_1 schneidet. Es sei C_0 dieser Schnittpunkt; man ziehe durch denselben, senkrecht zu A_1B_1 die Gerade $\overline{C_0Q}$; dann ist der gesuchte Mittelpunkt des Bogens $\widehat{I_1R_1}$, nämlich C, der Schnittpunkt der in I_1 auf diesen Bogen errichteten Normalen mit der Fortsetzung der Geraden $\overline{QC_0}$.*

Es gilt nun, Fig. 19:

$$\overline{CC_0} = \overline{I_1C_0}\,\mathrm{tg}\left(\frac{1}{2}\pi - \vartheta_1\right), \quad \overline{I_1C} = \frac{\overline{I_1C_0}}{\sin\vartheta_1} = \overline{R_1C},$$

ferner unter Benutzung auch der vorigen Fig. 18:

$$\overline{O_1E_1} = 2r\,\mathrm{tg}\,\varepsilon = \overline{C_0Q};$$

außerdem

$$\overline{I_1C_0} = \overline{I_1O_1} + \overline{O_1C_0} = 2r\,\mathrm{tg}\,\tfrac{1}{2}P + 2r\,\mathrm{tg}\,(\tfrac{1}{2}\pi - P);$$

$$\overline{I_1C_0} = 2r\,\{\mathrm{tg}\,\tfrac{1}{2}P + \mathrm{cotg}\,P\}.$$

Der Zeichnung gemäß ist weiter:

$$\cos(\varphi_c - \pi) = \cos\nu = \frac{\overline{CQ}}{\overline{CR_1}} = \frac{\overline{CC_0} + \overline{C_0Q}}{\overline{CR_1}}$$

$$= -\cos\varphi_c = \frac{\overline{I_1C_0}\,\mathrm{cotg}\,\vartheta_1 + 2r\,\mathrm{tg}\,\varepsilon}{\overline{I_1C_0} : \sin\vartheta_1}$$

$$= -\cos\varphi_c = \cos\vartheta_1 + \frac{2r\sin\vartheta_1\,\mathrm{tg}\,\varepsilon}{2r\,(\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}P + \mathrm{cotg}\,P)}.$$

Schreibt man also die erste der Gleichungen (4) und die soeben gefundene:

* Diese Eigenschaft der stereographischen Horizontalprojektion ist auch in den hier in den Text gedruckten fünfzehn Projektionsbildern überall der Konstruktion des Projektionsnetzes zugrunde gelegt; z. B. H. Gretschel, *Lehrbuch d. Kartenprojektion* p. 67, Punkt 20 und Fig. VI, Weimar 1873, oder N. Herz, *Lehrbuch d. Landkartenprojektionen* p. 39—42, Fig. 11, Leipzig 1885, usw.

$$\left.\begin{aligned} \sin\omega_1 \sin\vartheta_1 \operatorname{cotg}\varepsilon &= 1 + \sin\omega_1 \cos\vartheta_1 \sin P + \cos\omega_1 \cos P, \\ \cos\varphi_c &= -\cos\vartheta_1 - \frac{\sin\vartheta_1 \operatorname{tg}\varepsilon}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}P + \operatorname{cotg} P}; \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

so dient die erste Gleichung zur Bestimmung von ε aus ϑ_1, ω_1, P, und die zweite zur Berechnung des gesuchten theoretischen Azimutes φ_c aus ϑ_1, P, ε. Der Quadrant, in welchem φ_c liegt, ist auch aus der jeweiligen Zeichnung ersichtlich.

In dieser Weise wurden die Werte φ_c der Tabelle VIIb berechnet. Es zeigt sich eine im allgemeinen genügende Übereinstimmung der Beobachtung mit dem Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation.

§ 56. Physikalische Deutung des Gesetzes der stereographisch-parallelen Polarisation: Auffassung als eine in bezug auf die Gitternormale isogonale Anordnung.

Die in den vorhergehenden zwei Paragraphen mitgeteilten Tatsachen zeigen unzweifelhaft, daß bei in der Einfallsebene polarisiertem, unter dem Polarisationswinkel einfallendem Licht das reflektiert-gebeugte Strahlensystem mit im allgemeinen genügender Annäherung das geometrische Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation befolgt.

Man merkt aber auch sofort, daß hier dem Einfallswinkel keine besondere Rolle zufällt; eine Erfahrung, die durch weiter unten mitgeteilte Beobachtungen durchaus bekräftigt wird [§§ 61, 64, 65, 66, 69].

Vom Standpunkt der Kugelwellen aufgefaßt, kann unser Gesetz als eine solche isogonale Anordnung der Polarisationsebenen betrachtet werden, bei welcher die Normale der Gitterebene $\overline{OZ}$, Fig. 6, 16, 18, die ausgezeichnete Achse des isogonalen Systemes ist, *nicht* aber der einfallende Strahl $\overline{IO}$, oder der regulär reflektierte Strahl $\overline{OR_0}$, Fig. 17. (Vgl. § 15, 16 u. 27.)

Das Gesetz dieser Polarisationanordnung ist hier vollständig bestimmt durch die Orientierung der Gitterfläche im Raume und durch die Lage der Einfallsebene des in derselben polarisierten einfallenden Strahles: die Gitternormale ist nämlich die ausgezeich-

nete Achse des isogonalen Kreissystemes, dessen stereographische Projektion zur Einfallsebene parallele Gerade sind.

Man kann demnach unser Erfahrungsgesetz mittels Kugelwellen beschreiben und deuten, wenn man annimmt, daß die Vorgänge an der Gitterfläche solcher Art sind, wie diejenigen, welche wir in den §§ 14—27 für die sekundären Erregungszentren angenommen haben.

Aber alle die dort erörterten theoretischen Betrachtungen und deren Resultate setzen voraus, die Richtung der einfallenden Wellennormale, also des einfallenden Strahles sei die Richtung der ausgezeichneten Achse OZ des isogonalen Systemes; hier hingegen ist die Gitternormale diese ausgezeichnete Achse, welche also mit dem einfallenden sowohl, als auch mit dem regelmäßig reflektierten Strahl den ganz endlichen Winkel $P = 56^0\,15'$ bildet.

Wir wollen deshalb diese Überlegungen hier nicht weiter fortsetzen, sondern bloß konstatieren, daß die oben erwähnte geometrische Übereinstimmung unseres Gesetzes mit dem auf die Gitternormale uud die Einfallsebene bezogenen isogonalen Systeme vorhanden ist.

Gelegentlich der Behandlung der normalen Inzidenz [§ 65 u. 66], werden wir auf diese Beziehungen ausführlich zurückkommen.

§ 57. Einfallswinkel der Polarisationswinel der Gittersubstanz. Einfallsazimut 15°. Tabelle VIIIa. Siebentes Projektionsbild. Abweichung vom Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation. Tabelle VIIIb.

Der in der Überschrift dieses Paragraphen genannte Fall bildet gewissermaßen den Übergang zu dem in den §§ 54—56 erwähnten Gesetz und hätte, wie schon zu anfang des § 54 bemerkt, vor den vorigen drei Paragraphen behandelt werden sollen; doch mußte vorher, wie wir sofort einsehen werden, das Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation festgestellt worden.

Um den Übergang übersichtlich darstellen zu können, habe ich in diesem Fall an 38 gebeugten Strahlen verschiedener Richtung Beobachtungen angestellt, deren Zahlenangaben die Tabelle VIIIa enthält, deren räumliche Anordnung das siebente Projektionsbild, Fig. 20, veranschaulicht.

Tabelle VIIIa.

Asymmetrische stereographisch-parallele Polarisation.

Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters: $P = 56^{\circ}15'$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet mit der Einfallsebene den Winkel 15°.

Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen.

ϑ_1	ω_1	$\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\varphi}}}$	$\dot{\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\varphi}}}$	$\dot{\dot{\overset{\cdot}{\varphi}}}$	$\overset{*}{\overset{*}{\overset{*}{\varphi}}}$	$\overset{*}{\overset{*}{\dot{\varphi}}}$	$\overset{*}{\dot{\overset{*}{\varphi}}}$	Mittelwert φ
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,0	112,5	180,0	180,1	180,0	180,0	180,4	180,2	180,1
+ 45,0	117,5	170,9	169,8	170,3	180,2	179,4	179,8	175,1
+ 25,0	117,5	179,1	179,7	179,4	180,0	180,7	180,3	179,9
— 25,0	117,5	181,7	181,2	181,4	181,6	180,5	181,0	181,2
— 45,0	117,5	188,9	189,2	189,1	178,9	176,8	177,9	183,5
+ 63,2	110,3	179,4	175,7	177,5	187,1	187,9	187,5	182,5
— 63,2	110,3	181,2	179,0	180,1	166,0	163,8	164,9	172,5
+ 63,2	102,5	179,1	180,3	179,6	188,9	188,8	188,9	184,3
— 63,2	102,5	172,3	170,3	171,3	156,9	155,5	156,2	163,7
+ 72,6	94,1	195,5	190,8	193,1	202,0	203,0	202,5	197,8
— 72,6	94,1	129,5	126,7	128,1	118,9	121,0	120,0	124,0
+ 90,0	77,5	204,9	213,6	209,3	214,6	212,7	213,7	211,5
+ 63,2	77,5	189,8	189,7	189,7	196,6	194,3	195,4	192,6
+ 45,0	77,5	183,5	183,8	183,6	189,5	189,2	189,4	186,5
+ 25,0	77,5	180,7	178,3	179,5	180,3	179,8	180,0	179,8
0,0	77,5	172,0	171,9	172,0	171,1	171,5	171,3	171,6
— 25,0	77,5	164,3	160,1	162,2	160,1	159,8	159,9	161,1
— 45,0	77,5	154,4	154,8	154,6	147,0	147,5	147,2	150,9
— 63,2	77,5	143,5	139,7	141,6	134,1	133,6	133,9	137,7
— 90,0	77,5	118,1	112,6	115,4	111,8	111,6	111,7	113,5
+ 90,0	57,5	219,7	219,2	219,5	221,4	215,6	218,5	219,0
+ 63,0	57,5	202,6	203,0	202,8	204,3	203,8	204,4	203,6
0,0	57,5	168,3	168,5	168,4	167,1	168,1	167,6	168,0
— 63,2	57,5	124,9	122,1	123,5	118,5	119,6	119,0	121,3
— 90,0	57,5	98,9	98,2	98,6	96,1	96,8	96,4	97,5
+ 130,0	37,5	281,1	276,2	278,7	283,2	273,3	278,3	278,5
+ 110,0	37,5	257,0	256,6	256,8	254,7	252,3	253,5	255,2
+ 90,0	37,5	233,0	231,9	232,4	235,6	233,8	234,7	233,6
+ 63,2	37,5	212,2	211,3	211,8	212,3	212,1	212,2	212,0
+ 45,0	37,5	197,7	196,8	197,3	179,1	197,5	197,3	197,3
+ 25,0	37,5	183,9	183,4	183,7	182,6	181,9	182,3	183,0
0,0	37,5	165,2	165,3	165,3	162,9	163,6	163,2	164,3
— 25,0	37,5	145,5	146,9	146,2	144,1	143,8	144,0	145,1
— 45,0	37,5	129,9	130,1	130,0	127,6	127,1	127,4	128,7
— 63,2	37,5	112,5	110,5	111,5	109,0	108,8	109,3	110,4
— 90,0	37,5	85,7	85,8	85,7	86,7	83,8	85,2	85,5
— 110,0	37,5	66,2	65,4	65,8	60,7	62,4	61,6	63,7
— 130,0	37,5	43,5	38,5	41,0	45,3	45,5	45,4	43,2

Auch hier, Tabelle VIIIa, bedeuten ϑ_1 und ω_1 die auf den einfallenden Strahl und auf die Einfallsebene bezogenen Winkelkoordinaten des jeweiligen reflektiert-gebeugten Strahles, wie in Fig. 18, 19.

Es möge noch besonders bemerkt werden, daß hier in allen denjenigen Richtungen gebeugte Strahlen beobachtet

Asymmetrische stereographisch-parallele Polarisation.

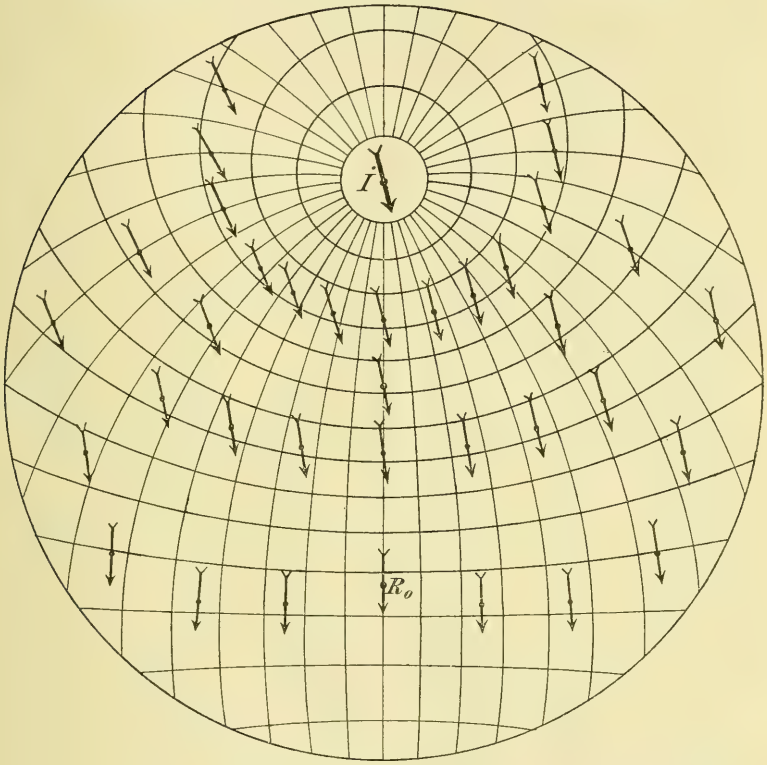


Fig. 20. Siebentes Projektionsbild.

wurden, in welchen solche bei in der Einfallsebene polarisiertem einfallenden Lichte untersucht wurden, § 54; deshalb sind es auch dieselben Richtungen ϑ_1 ω_1, die in den Tabellen VII a, VII b, VIII a, VIII b vorkommen, mit Ausnahme der beiden Richtungen $0^0{,}0$, $57^0{,}5$ und $0^0{,}0$, $37^0{,}5$, die nur in den letzten beiden Tabellen vorhanden sind.

Tabelle VIIIb.

Asymmetrische stereographisch-parallele Polarisation.

Einfallswinkel der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters: $P = 56^0\,15'$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet mit der Einfallsebene den Winkel 15°.

Quantitative Vergleichung der Mittelwerte der beobachten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen von 0,5 mm und 0,001160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen, und zwar, teils mit den strengen Werten des Gesetzes des Hauptpolarkegels, teils mit denjenigen des Gesetzes der asymmetrischen stereographisch-parallelen Polarisation.

ϑ_1	ω_1	φ calc.	$\varphi - \dot{\varphi}$ calc.$^{\cdot}$	$\varphi - \overset{*}{\varphi}$ calc.*	$\varphi - \varphi$ calc.
0	0	0	0	0	0
0,0	112,5	180,0	0,0	— 0,2	— 0,1
+ 45,0	117,5	180,0	+ 9,7	+ 0,2	+ 5,0
+ 25,0	117,5	180,0	+ 0,6	— 0,3	+ 0,2
— 25,0	117,5	180,0	— 1,4	— 1,0	— 1,2
— 45,0	117,5	180,0	— 9,1	+ 2,1	— 3,5
+ 63,2	110,3	180,0	+ 2,5	— 7,5	— 2,5
— 63,2	110,3	180,0	— 0,1	+ 15,0	+ 7,5
+ 63,2	102,5	179,2	— 0,4	— 9,7	— 5,1
— 63,2	102,5	150,9	— 20,4	— 5,3	— 12,8
+ 72,6	94,1	187,7	— 5,4	— 14,8	— 10,1
— 72,6	94,1	142,4	+ 14,3	+ 22,4	+ 18,4
+ 90,0	77,5	208,6	— 0,7	— 5,1	— 2,9
+ 63,2	77,5	192,7	+ 3,0	— 2,7	+ 0,1
+ 45,0	77,5	183,8	+ 0,2	— 5,6	— 2,7
+ 25,0	77,5	175,2	— 4,3	— 4,8	— 4,6
0,0	77,5	165,0	— 7,0	— 6,3	— 6,6
— 25,0	77,5	154,8	— 7,4	— 5,1	— 6,3
— 45,0	77,5	146,2	— 8,4	— 1,0	— 4,7
— 63,2	77,5	138,4	— 3,2	+ 4,5	+ 0,7
— 90,0	77,5	121,4	+ 6,0	+ 9,7	+ 7,9
+ 90,0	57,5	222,3	+ 2,8	+ 3,8	+ 3,3
+ 63,0	57,5	202,2	— 0,6	— 2,2	— 1,4
0,0	57,5	165,0	— 3,4	— 2,6	— 3,0
— 63,2	57,5	127,8	+ 4,3	+ 8,8	— 6,5
— 90,0	57,5	107,7	+ 9,1	+ 11,3	+ 10,2
+ 130,0	37,5	277,1	— 1,6	— 1,2	— 1,4
+ 110,0	37,5	254,4	— 2,4	+ 0,9	— 0,8
+ 90,0	37,5	234,4	+ 2,0	— 0,3	+ 0,8
+ 63,2	37,5	211,2	— 0,6	— 1,0	— 0,8
+ 45,0	37,5	197,0	— 0,3	— 0,3	— 0,3
+ 25,0	37,5	182,5	— 1,2	+ 0,2	— 0.5
0,0	37,5	165,0	— 0,3	+ 1,8	+ 0,7
— 25,0	37,5	147,7	+ 1,3	+ 3,5	+ 2,4
— 45,0	37,5	133,0	+ 3,0	+ 5,6	+ 4,3
— 63,2	37,5	118,8	+ 7,3	+ 9,6	+ 8,4
— 90,0	37,5	95,6	+ 9,9	+ 10,4	+ 10,2
— 110,0	37,5	75,6	+ 9,8	+ 14,0	+ 11,9
— 130,0	37,5	52,9	+ 11,9	+ 7,5	+ 9,7

Daß auch hier von einer zirkumpolaren Anordnung nicht die Rede sein kann, ist auf den ersten Blick ersichtlich; aber auch die stereographisch parallele Anordnung ist nicht so ohne weiteres gültig.

Damit jedoch eine einigermaßen naheliegende Vergleichung stattfinden könne, wurde der Versuch gemacht mit der Annahme, daß die nahezu genaue stereographisch-parallele Anordnung, wie selbe bei in der Einfallsebene polarisiertem einfallenden Lichte zustande kommt, § 54, und wie selbe dort das sechste Projektionsbild, Fig. 17, zeigt: im gegenwärtigen Falle, infolge des Einfallsazimutes von 15^0 zur Einfallsebene gedreht erscheine.

Es ist dies eine gewissermaßen nur empirische Voraussetzung, deren Vorzug jedoch ihre Einfachheit ist; in Wirklichkeit sieht man aber aus dem siebenten Projektionsbild, Fig. 20, daß hier zwei Gesetze gleichzeitig auftreten und zur Geltung kommen: nämlich 1. das Gesetz des Hauptpolarkegels, § 35—37, für die Strahlen, die in der Nähe der Hauptkegelfläche fortschreiten, 2. das Gesetz der gedrehten stereographisch-parallelen Polarisation für Strahlen, die in der Nähe des einfallenden Strahles liegen.

Es wurde demnach diesen Überlegungen gemäß die Reihenfolge der beobachteten Strahlen in den Tabellen VIIIa und VIIIb festgestellt und es sind daher in der Tabelle VIIIb die ersten sieben Strahlen mit dem Gesetz des Hauptpolarkegels, die übrigen mit dem der stereographisch-parallelen Polarisation verglichen; die Übereinstimmung ist im allgemeinen einigermaßen befriedigend; nur für die gegen den linken Rand des Bildes zu liegenden Strahlen scheint sich der Einfluß der asymmetrisch-partialen zirkumpolaren Polarisation ein wenig geltend zu machen.

Die Vergleichung der ersten sieben Werte mit dem aus dem Gesetz des Hauptpolarkegels folgenden geschah einfach mittels Bildung der Differenzen $180^0 - \varphi_{obs.}$, weil ja diesem Gesetze zufolge die Polarisationsrichtungen in den jeweiligen Meridianen liegen müssen. Bei den anderen Werten wurden die in der Tabelle VIIb vorfindlichen zugehörigen Werte von $\varphi_{calc.}$ um 15^0 vermindert, und die so verbleibenden Werte hier als $\varphi_{calc.}$ betrachtet und mit diesen die in der Tabelle ersichtlichen Differenzen gebildet.

B) Verschiedene Einfallswinkel und verschiedene Einfallsazimute.

§ 58. Einfallswinkel: 68,75°, 50°, 43,75°. Einfallsazimute: 90°. Symmetrische, vollständige zirkumaxiale Polarisation. Tabellen IXa, Xa, XIa. Vergleichung mit der strengen zirkumaxialen Anordnung. Tabellen IXb, Xb, XIb. Achtes Projektionsbild. Genügende Übereinstimmung.

Im gegenwärtigen Paragraphen teile ich diejenigen Beobachtungen mit, welche ich bei in der Nähe des Polarisationswinkels P der Gittersubstanz liegenden Einfallswinkeln, jedoch bei dem Einfallsazimut $= 90^0$ anstellte, um mir darüber Gewißheit zu verschaffen, ob die bei dem Einfallswinkel P und dem Einfallsazimut $= 90^0$ sich bildende zirkumpolare Anordnung, § 47, auch bei etwas geändertem Einfallswinkel, jedoch unter Beibehaltung des Einfallsazimutes auftritt; in der Tat zeigte sich diese Anordnung sofort, schon bei einfachen qualitativen Beobachtungen.

Um jedoch auch quantitative Vergleichungen zu ermöglichen, wurden bei den in der Überschrift genannten drei Einfallswinkeln je acht reflektiert-gebeugte Strahlen beobachtet, dieselben wurden um die in der Einfallsebene liegende supponierte Symmetrieachse der Anordnung der Polarisationsebenen symmetrisch gelegen gewählt; und zwar bildet die, bei dieser Wahl zugrunde gelegte Symmetrieachse im Falle $i = 68{,}75^0$ den Winkel $i + i' = 120^0$ mit dem einfallenden Strahl; im Falle $i = 50^0$ den Winkel $i + i' = 111{,}25^0$; im Falle $i = 43{,}75^0$ den Winkel $i + i' = 105^0$ mit dem jeweiligen einfallenden Strahl.

Die gewählten beobachteten Strahlen lagen nun bei konstantem $\omega'_2 = 25^0$ mit den Werten $\vartheta'_2 = 0^0$, 45^0, 90^0, 135^0, 180^0, 225^0, 270^0, 315^0 symmetrisch um diese Richtungen herum; aus diesen Werten konnte man, Fig. 21, die auf den einfallenden Strahl I_1O und auf die Einfallsebene I_1OR_1 bezogenen Winkelkoordinaten ϑ_1 und ω_1 dieser gebeugten Strahlen berechnen, da hier die Figur 11 des § 47 und die Formeln des § 48 Geltung haben, wenn statt $\widehat{IR_0} = 2P$, hier $i + i'$, statt ϑ_2 und ω_2 aber ϑ'_2 und ω'_2 gesetzt wird.

Man hat demnach aus § 48, (2):

$$\left.\begin{aligned} \cos\omega_1 &= \cos(i+i'')\cos\omega'_2 + \sin(i+i'')\sin\omega'_2\cos\vartheta'_2, \\ \sin\vartheta'_2\operatorname{cotg}\vartheta_1 &= \sin(i+i'')\operatorname{cotg}\omega'_2 - \cos(i+i'')\cos\vartheta'_2. \end{aligned}\right\} (1)$$

Die so erhaltenen Werte von ϑ_1 und ω_1 füllen die ersten zwei Rubriken der Tabellen IXa, Xa, XIa.

Als ich aber nach vollzogenen Beobachtungen diejenigen Richtungen aufsuchte, welche in bezug auf die erhaltenen, beobachteten Polarisationsrichtungen am meisten Anspruch auf die Bezeichnung der Symmetrieachse haben, fand ich mit Ausnahme der mittleren andere als die oben benützten Richtungen, nämlich solche, welche mit dem jeweiligen einfallenden Strahle der Reihe nach die Winkel:

$$i+i_, = 114^0, \quad i+i_, = 111{,}25^0, \quad i+i_, = 110^0 \qquad (2)$$

bilden; diese Richtungen wurden nun der Vergleichung der Beobachtungen mit der strengen zirkumaxialen Anordnung zugrunde gelegt.

Es mußte daher ϑ'_2 und ω'_2 für letztere Richtungen, als Symmetrieachsen der Koordinaten ϑ_2 und ω_2 umgerechnet wurden; dies geschah nun einfach in der Weise, daß man die auf die letzteren Richtungen bezogenen Koordinaten ϑ_2 und ω_2 nannte und diese nun mittels der schon oben aus (1) berechneten Werte ϑ_1 und ω_1 darstellte. Es gilt hier die Fig. 11 des § 47 und das System (1) des § 48, wenn darin nun statt $2P$, $i+i,$ gesetzt wird:

$$\left.\begin{aligned} \cos\omega_2 &= \cos(i+i,)\cos\omega_1 + \sin(i+i,)\sin\omega_1\cos\vartheta_1, \\ \sin\vartheta_1\operatorname{cotg}\vartheta_2 &= \sin(i+i,)\operatorname{cotg}\omega_1 - \cos(i+i,)\cos\vartheta_1. \end{aligned}\right\} (3)$$

Die so für jede Richtung ϑ_1, ω_1 erhaltenen Werte von ϑ_2 und ω_2 sind in der dritten und vierten Rubrik der Tabellen IXa, Xa, XIa, und in der ersten und zweiten Rubrik der Tabellen IXb, Xb, XIb, enthalten.

Die übrigen Rubriken der ersteren Tabellen sind genau so eingerichtet, wie die bisher vorgekommenen, mit dem Index a versehenen Tabellen; auch die Bedeutung der Zeichen ist dieselbe. —

Die Vergleichung der Beobachtungsresultate mit der genauen zirkumaxialen Anordnung geschah sehr einfach mittels Formel (3) des § 48, doch mußte auch hier statt $2P$, $i+i,$ gesetzt werden,

Tabelle IXa, Xa, XIa.

Gesetz der symmetrischen, vollständigen zirkumaxialen Polarisation.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes ist senkrecht zur Einfallsebene.

Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen.

Tabelle IXa. Einfallswinkel: $i = 68{,}75^0$.

ϑ_1	ω_1	ϑ_2	ω_2	$\overset{\#}{\underset{\cdot}{\cdot}}$ $\underset{\cdot}{\varphi}$	$\dot{\overset{\#}{\cdot}}$ $\dot{\varphi}$	$\overset{\#}{\cdot}$ $\dot{\varphi}$	$\overset{\#}{\underset{*}{\cdot}}$ $\underset{*}{\varphi}$	$\overset{*}{\overset{\#}{\cdot}}$ $\overset{*}{\varphi}$	$\overset{\#}{\cdot}$ $\overset{*}{\underset{*}{\varphi}}$	Mittelwert φ
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,0	95,0	0,0	19,0	89,6	89,1	89,3	90,0	90,1	90,1	89,7
+ 17,7	101,2	55,9	21,2	142,4	139,8	141,1	149,4	143,1	146,3	143,7
+ 28,3	116,9	102,7	25,6	179,2	179,0	179,1	183,1	178,2	180,7	179,9
+ 25,2	135,4	141,4	29,1	210,6	212,0	211,3	213,3	214,8	214,1	212,7
0,0	145,0	180,0	31,0	270,0	270,1	270,0	270,0	268,8	269,4	269,7
— 25,2	135,4	218,6	29,1	327,3	327,6	327,5	328,0	326,3	327,2	327,3
— 28,3	116,9	257,3	25,6	359,8	359,6	359,7	362,3	360,6	361,5	360,6
— 17,7	101,2	304,1	21,2	399,4	397,6	398,5	396,4	393,4	394,9	396,7

Tabelle Xa. Einfallswinkel: $i = 50^0$.

0,0	86,3	0,0	25,0	90,6	89,7	90,1	89,0	89,4	89,2	89,7
+ 17,4	91,9	45,0	25,0	134,6	134,1	134,4	135,0	136,3	135,6	135,0
+ 26,6	109,2	90,0	25,0	175,0	171,6	173,3	166,1	174,4	170,3	171,8
+ 22,1	127,9	135,0	25,0	209,5	213,2	211,4	200,0	219,7	209,9	210,7
0,0	136,3	180,0	25,0	269,9	269,8	269,8	269,1	271,0	270,1	270,0
— 22,1	127,9	225,0	25,0	330,7	339,2	335,0	331,3	340,2	335,7	335,4
— 26,6	109,2	270,0	25,0	372,5	371,0	371,7	365,1	375,2	370,1	370,9
— 17,4	91,9	315,0	25,0	405,7	404,6	405,1	401,4	404,0	402,7	403,9

Tabelle XIa. Einfallswinkel; $i = 43{,}75^0$.

0,0	80,0	0,0	30,0	90,6	90,1	90,3	90,3	90,8	90,5	90,4
+ 17,4	86,9	38,4	28,7	132,7	134,6	133,6	130,6	131,4	131,0	132,3
+ 25,8	103,6	79,4	25,5	166,4	160,6	163,5	162,8	162,3	162,6	163,0
+ 20,5	121,6	126,2	21,7	197,4	194,9	196,2	187,7	189,7	188,7	192,5
0,0	130,0	180,0	20,0	270,5	270,1	270,3	270,5	271,4	270,9	270,6
— 20,5	121,6	233,8	21,7	340,8	343,1	342,1	347,7	350,1	348,9	345,4
— 25,8	103,6	280,6	25,5	377,1	372,9	375,0	379,5	378,5	379,0	377,0
— 17,4	86,9	321,6	28,7	408,4	408,3	408,3	409,4	409,5	409,4	408,9

dessen Wert bei den drei Strahlengruppen hier aus (2) dieses Paragraphen zu entnehmen war:

$$\sin \varphi_c = \cos \vartheta_1 \cos \vartheta_2 - \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2 \cos (i + i_r). \qquad (4)$$

So entstanden die dritte bis sechste Rubrik der Tabellen IXb, Xb, XIb. Die ersten beiden Tabellen zeigen eine im all-

Symmetrische, vollständige zirkumaxiale Polarisation.

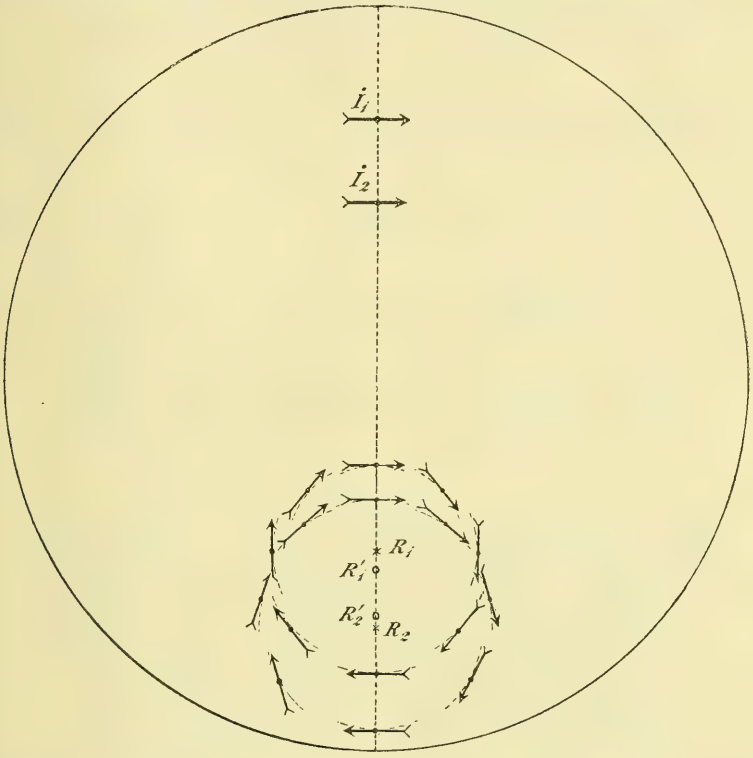


Fig. 21. Achtes Projektionsbild.

gemeinen ganz erträgliche Übereinstimmung zwischen Theorie und Beabachtung an; die dritte Tabelle weist größere Abweichungen auf, die vielleicht auf die große Nähe der supponierten Symmetrieachse zur Gitterfläche zurückzuführen sein dürfte; trotzdem zeigt selbst letztere den charakteristischen Typus der symmetrischen, vollständigen zirkumaxialen Anordnung.

Tabellen IXb, Xb, XIb.

Gesetz der symmetrischen, vollständigen zirkumaxialen Polarisation.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes ist senkrecht zur Einfallsebene.

Quantitative Vergleichung der beobachteten Mittelwerte der Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen mit den genauen Anforderungen der zirkumaxialen Anordnung.

Tabelle IXb. Einfallswinkel $i = 68{,}75^0$. — Winkelkoordinaten der supponierten Symmetrieachse: $\vartheta_1 = 0$, $\omega_1 = i + i_r = 114^0$.

ϑ_2	ω_2	φ calc.	$\varphi - \dot{\varphi}$ calc.$^\cdot$	$\varphi - \overset{*}{\varphi}$ calc.*	$\varphi - \varphi$ calc.
0	0	0	0	0	0
0,0	19,0	90,0	+ 0,7	— 0,1	+ 0,3
55,9	21,2	140,5	— 0,6	— 5,8	— 3,2
102,7	25,6	180,3	+ 1,2	— 0,4	+ 0,4
141,4	29,1	217,0	+ 5,7	+ 2,9	+ 4,3
180,0	31,0	270,0	0,0	+ 0,6	+ 0,3
218,6	29,1	332,0	— 4,5	— 4,2	— 4,3
257,4	25,6	359,7	0,0	— 1,8	— 0,9
304,1	21,2	399,5	+ 1,0	+ 4,6	+ 2,8

Tabelle Xb. Einfallswinkel $i = 50^0$. — Winkelkoordinaten der supponierten Symmetrieachse: $\vartheta_1 = 0$, $\omega_1 = i + i_r = 111{,}25^0$.

0,0	25,0	90,0	— 0,1	+ 0,8	+ 0,3
45,0	25,0	131,3	— 3,1	— 4,3	— 3,7
90,0	25,0	170,2	— 3,1	— 0,1	— 1,6
135,0	25,0	207,5	— 3,9	— 2,4	— 3,2
180,0	25,0	270,0	+ 0,2	— 0,1	0,0
225,0	25,0	332,5	— 2,5	— 3,2	— 2,9
270,0	25,0	369,7	— 2,0	— 0,4	— 1,2
315,0	25,0	408,7	+ 3,6	+ 6,0	+ 4,8

Tabelle XIb. Einfallswinkel $i = 43{,}75^0$. — Winkelkoordinaten der supponierten Symmetrieachse: $\vartheta_1 = 0$, $\omega_1 = i + i_r = 110^0$.

0,0	30,0	90,0	— 0,3	— 0,5	— 0,4
38,4	28,7	125,6	— 8,0	— 5,4	— 6,7
79,4	25,5	161,9	— 1,6	— 0,7	— 1,1
126,2	21,7	207,1	+ 10,9	+ 18,4	+ 14,6
180,0	20,0	270,0	— 0,3	— 0,9	— 0,6
233,8	21,7	332,9	— 10,9	— 16,0	— 13,4
280,6	25,5	378,1	+ 3,1	— 0,9	+ 1,1
321,6	28,7	414,4	+ 6,1	+ 5,0	+ 5,5

In Figur 21 ist die bildliche Darstellung der Polarisationsrichtungen der zu den Einfallswinkeln $i = 68{,}75^0$ und $i = 50^0$ gehörigen gebeugten Strahlensysteme; darin bedeuten I_1 und I_2 die Eintrittspunkte der einfallenden Strahlen; R'_1 und R'_2 die Austrittspunkte derjenigen Richtungen, um welche die gewählten Strahlenrichtungen symmetrisch gruppiert sind, während R_1 und R_2 die Austrittspunkte derjenigen Richtungen sind, um welche die Polarisationsrichtungen dieser gebeugten Strahlen zirkumaxial angeordnet sind, so daß also OR_1 und OR_2 die Polarachsen der beiden Gruppen gebeugter Strahlen vorstellen.

In diesem Projektionsbilde blieb kein Koordinatennetz eingezeichnet, weil die mit den Indizes $_1$ und $_2$ bezeichneten Pfeile I_1 und I_2, und die zugehörigen Gruppen von Pfeilen gebeugter Strahlen je nach der stereographischen Horizontalprojektion $i = 68{,}75^0$ und $i = 50^0$, also nach zwei verschiedenen Netzen eingezeichnet werden mußten, und die gleichzeitige Einzeichnung dieser Netze in die Figur und ihre Beibehaltung jedenfalls störend wirken würde.

In bezug auf diese zirkumaxialen Anordnungen sind die in § 49 gemachten Überlegungen physikalischer Natur in voller Geltung.

§ 59. Einfallswinkel $i = 80^0$. Einfallsazimut $= 90^0$. Symmetrische zirkumaxiale Polarisation. Tabelle XIIa. Neuntes Projektionsbild. Vergleichung mit der strengen zirkumaxialen Anordnung: Tabelle XIIb. Im allgemeinen genügende Übereinstimmung.

In diesen und den beiden folgenden Paragraphen teile ich die Beobachtungen und deren Vergleichung mit, die sich bei dem sehr großen Einfallswinkel $i = 80^0$ auf die drei Einfallsazimute 90^0, 45^0, 0^0, beziehen, um auch hier die Typen der Erscheinung festzustellen; es fand sich, daß dieselben im allgemeinen von ebensolcher Natur sind, wie die bei $i = P$ auftretenden.

Die in diesen drei Fällen beobachteten, in den §§ 59, 60 und 61 aufgezählten Strahlenrichtungen sind immer dieselben, so daß an jedem einzelnen Strahl der Ein-

Tabelle XIIa.

Gesetz der symmetrischen, vollständigen zirkumaxialen Polarisation.

Einfallswinkel: $i = 80^0$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes ist senkrecht zur Einfallsebene.

Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen.

ϑ_1	ω_1	ϑ_2	ω_2	$\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\varphi}}$	$\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\varphi}}$	$\overset{\cdot}{\overset{\cdot}{\varphi}}$	$\overset{*}{\overset{*}{\varphi}}$	$\overset{*}{\overset{*}{\varphi}}$	$\overset{*}{\overset{*}{\varphi}}$	Mittelwert φ
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+ 70,0	27,5	32,2	107,1	150,0	149,8	149,9	156,5	155,4	156,0	152,9
+ 70,0	57,5	52,4	91,1	147,1	141,4	144,3	156,9	152,1	154,5	149,4
+ 70,0	87,5	77,5	74,1	151,8	143,8	147,8	159,9	154,4	157,2	152,5
+ 70,0	127,5	117,7	57,4	167,3	169,2	168,3	168,9	163,4	166,1	167,2
+ 70,0	145,0	136,6	54,6	189,2	189,6	189,4	179,6	174,0	176,8	183,2
+ 50,0	27,5	21,1	100,8	135,4	132,6	134,0	137,9	137,2	137,6	135,8
+ 50,0	57,5	48,0	78,4	130,0	128,9	129,4	140,9	137,5	139,2	134,3
+ 50,0	87,5	64,9	58,4	139,4	134,7	137,1	149,0	143,0	146,0	141,5
+ 50,0	127,5	114,1	41,8	172,8	177,4	175,1	176,1	172,4	174,2	174,7
+ 50,0	160,0	159,6	48,7	207,3	205,2	206,3	212,1	209,8	211,0	208,6
+ 25,0	27,5	11,3	94,7	114,9	116,8	115,9	116,7	115,4	116,0	116,0
+ 25,0	57,5	22,8	66,9	114,0	113,7	113,9	120,1	117,7	118,9	116,4
+ 25,0	87,5	40,7	40,3	116,2	123,4	119,8	134,8	130,0	132,4	126,1
+ 25,0	127,5	116,4	22,0	192,5	189,2	190,9	190,0	185,7	187,9	189,4
+ 25,0	160,0	167,6	42,4	234,9	235,1	235,0	239,5	238,0	238,8	236,9
+ 18,0	109,5	61,4	19,4	134,4	133,0	133,7	153,0	137,4	145,2	139,5
+ 18,0	145,5	158,5	28,5	236,2	234,3	235,3	238,3	233,0	235,6	235,5
0,0	27,5	0,0	92,5	90,3	90,8	90,5	90,6	90,5	90,6	90,5
0,0	57,5	0,0	62,5	90,0	91,0	90,5	90,8	90,8	90,8	90,7
0,0	87,5	0,0	32,5	90,9	89,4	90,2	90,3	91,5	90,9	90,6
0,0	112,5	0,0	7,5	88,7	90,1	89,4	90,1	92,2	91,1	90,3
0,0	127,5	180,0	7,5	269,5	270,7	270,1	270,7	269,2	269,9	270,0
0,0	160,0	180,0	40,0	269,7	269,7	269,7	270,1	269,9	270,0	269,9
0,0	170,0	180,0	50,0	271,3	270,6	271,0	270,9	272,4	271,7	271,3
— 18,0	109,5	298,6	19,4	50,8	37,2	44,0	31,9	22,8	27,3	35,7
— 18,0	145,5	201,5	28,5	308,5	309,8	309,1	310,1	304,5	307,3	308,2
— 25,0	27,5	348,7	94,7	65,5	67,3	66,4	66,2	66,9	66,5	66,5
— 25,0	57,5	337,2	66,9	70,9	69,5	70,2	62,7	63,6	63,1	66,7
— 25,0	87,5	319,3	40,3	62,8	65,9	64,4	52,0	53,6	52,8	58,6
— 25,0	127,5	243,4	22,0	343,6	342,9	343,2	350,3	353,5	351,9	347,6
— 25,0	160,0	192,4	42,4	303,9	305,6	304,7	298,8	300,2	299,5	302,1
— 50,0	27,5	338,9	100,8	47,2	49,5	48,3	42,7	43,4	43,1	45,7
— 50,0	57,5	312,1	78,4	56,6	50,8	53,7	38,7	42,4	40,5	47,1
— 50,0	87,5	295,1	58,4	41,7	47,4	44,6	35,1	36,2	35,7	40,1
— 50,0	127,5	245,9	41,8	4,6	5,1	4,8	7,6	6,2	6,9	5,9
— 50,0	160,0	200,4	48,7	328,8	327,8	328,3	327,3	321,3	324,3	326,3
— 70,0	27,5	327,8	107,1	23,3	29,5	26,4	24,5	26,3	25,4	25,9
— 70,0	57,5	307,6	91,1	33,3	36,9	35,1	24,0	29,4	26,7	30,9
— 70,0	87,5	282,5	74,1	39,1	38,4	38,8	23,1	28,3	25,7	32,2
— 70,0	127,5	242,3	57,4	13,7	5,6	9,7	12,6	14,6	13,6	11,6
— 70,0	145,0	221,4	54,6	351,0	339,7	345,4	2,1	5,4	3,7	354,6

Tabelle XIIb.

Gesetz der symmetrischen, vollständigen zirkumaxialen Polarisation.

Einfallswinkel: $i = 80^0$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes ist senkrecht zur Einfallsebene.

Quantitative Vergleichung der Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen mit den strengen Anforderungen der genau zirkumaxialen Anordnung. — Winkelkoordinaten der supponierten Symmetrieachse: $\vartheta_1 = 0$, $\omega_1 = i + i' = 120^0$.

ϑ_2	ω_2	φ calc.	$\varphi - \dot{\varphi}$ calc. $\dot{}$	$\varphi - \overset{*}{\varphi}$ calc. *	$\varphi - \varphi$ calc.
0	0	0	0	0	0
32,0	107,1	142,0	— 7,8	— 13,9	— 10,8
52,4	91,1	149,7	+ 5,4	— 4,8	+ 0,3
77,5	74,1	147,8	0,0	— 9,4	— 4,7
117,7	57,4	165,1	— 3,2	— 1,0	— 2,1
136,6	54,6	176,9	— 12,5	— 1,9	— 7,2
21,1	100,8	123,0	— 11,0	— 14,6	— 12,8
48,0	78,4	134,4	+ 5,0	— 4,8	+ 0,1
64,9	58,4	141,6	+ 4,5	— 4,4	+ 0,1
114,1	41,8	175,0	— 0,1	+ 0,8	+ 0,3
159,6	48,7	208,0	+ 1,7	— 3,0	— 0,6
11,3	94,7	111,6	— 4,3	— 4,4	— 4,4
22,8	66,9	113,4	— 0,5	— 5,5	— 3,0
40,7	40,3	124,4	+ 4,6	— 8,0	— 1,7
116,6	22,0	192,5	+ 1,6	+ 4,6	+ 3,1
167,6	42,4	237,1	+ 2,1	— 1,7	+ 0,2
61,4	19,4	136,4	+ 2,7	— 8,8	— 3,1
158,5	28,5	235,9	+ 0,6	+ 0,3	+ 0,4
0,0	92,5	90,0	— 0,5	— 0,6	— 0,5
0,0	62,5	90,0	— 0,5	— 0,8	— 0,7
0,0	32,5	90,0	— 0,2	— 0,9	— 0,6
0,0	7,5	90,0	+ 0,6	— 1,1	— 0,3
180,0	7,5	270,0	— 0,1	+ 0,1	0,0
180,0	40,0	270,0	+ 0,3	0,0	+ 0,1
180,0	50,0	270,0	— 1,0	— 1,7	— 1,3
298,6	19,4	403,6	— 0,4	+ 16,4	+ 8,0
201,5	28,5	304,1	— 5,0	— 3,2	— 4,1
348,7	94,7	428,5	+ 2,1	+ 2,0	+ 2,0
337,2	66,9	426,6	— 3,6	+ 3,5	— 0,1
319,3	40,3	415,6	— 8,8	+ 2,8	— 3,0
243,4	22,0	347,5	+ 4,3	— 4,4	— 0,1
192,4	42,4	302,9	— 1,8	+ 3,4	+ 0,8
338,9	100,8	417,0	+ 8,7	+ 13,9	+ 11,3
312,1	78,4	405,6	— 8,1	+ 5,1	— 1,5
295,1	58,4	398,4	— 6,2	+ 2,7	— 1,7
245,9	41,8	365,0	+ 0,2	— 1,9	— 0,9
200,4	48,7	332,1	+ 3,8	+ 7,8	+ 5.8
327,8	107,1	397,9	+ 11,5	+ 12,5	+ 12,0
307,6	91,1	390,3	— 4,8	+ 3,6	— 0,6
282,5	74,1	392,2	— 6,6	+ 6,5	0,0
242,3	57,4	374,9	+ 5,2	+ 1,3	+ 3,3
221,4	54,6	360,1	+ 14,7	— 3,6	+ 5,5

fluß der Änderung des Einfallsazimutes auf die Polarisationsrichtung des jeweiligen gebeugten Strahles unmittelbar aus den Tabellen XIIa, XIIIa, XIVa ersichtlich ist.

In dem, in der Überschrift dieses Paragraphen genannten Falle wurden die Richtungen der zu beobachteten Strahlen durch

Symmetrische, vollständige zirkumaxiale Polarisation.

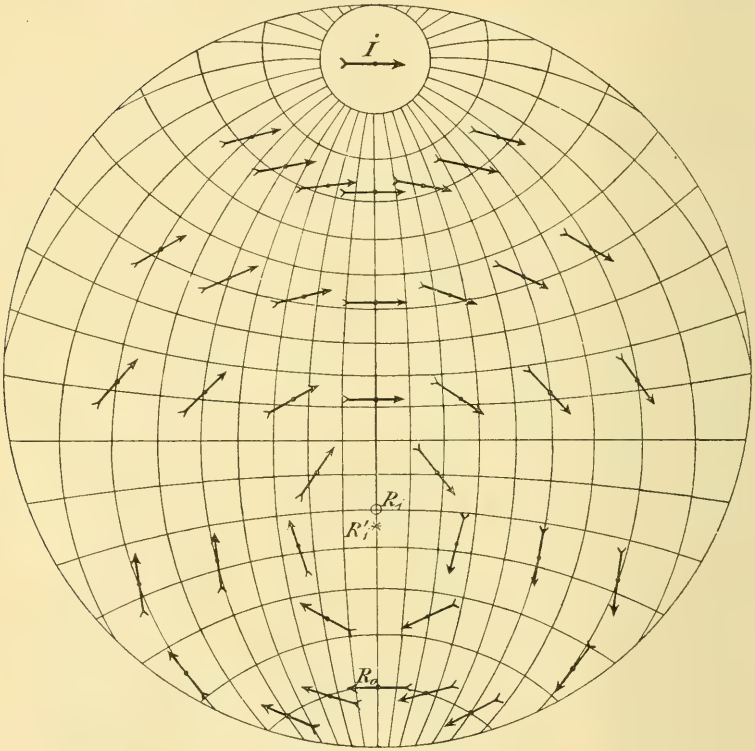


Fig. 22. Neuntes Projektionsbild.

geeignete Wahl von ϑ_1 und ω_1 festgestellt; diese Koordinaten sind vom ersten Meridian (also von der Einfallsebene) und von dem einfallenden Strahl an gerechnet; dieselben enthält die erste und zweite Rubrik der Tabelle XIIa.

Die Beobachtungen wurden mit derjenigen zirkumaxialen Anordnung verglichen, die sich durch die Annahme $\vartheta_1 = 0$,

$\omega_1 = i + i_, = 120^0$ für die Richtung der supponierten Symmetrieachse ergab. Die Winkelkoordinaten der Strahlenrichtungen in bezug auf diese Achse sind ϑ_2 und ω_2, für diese gelten, nach Fig. 11, § 47 und System (1) und (3) des § 48, wenn man statt $2P$ schreibt $i + i_,$:

$$\left.\begin{aligned} \cos\omega_2 &= \cos(i+i_,)\cos\omega_1 + \sin(i+i_,)\sin\omega_1\cos\vartheta_1, \\ \sin\vartheta_1\operatorname{cotg}\vartheta_2 &= \sin(i+i_,)\operatorname{cotg}\omega_1 - \cos(i+i_,)\cos\vartheta_1. \end{aligned}\right\} (1)$$

$$\sin\varphi_c = \cos\vartheta_1\cos\vartheta_2 - \sin\vartheta_1\sin\vartheta_2\cos(i+i_,) \qquad (2)$$

Die in dieser Weise berechneten Werte von ϑ_2 und ω_2 sind in der dritten und vierten Rubrik der Tabelle XIIa, und in der ersten und zweiten Rubrik der Tabelle XIIb enthalten; diejenigen von $\varphi = \varphi$ in der letzteren.
calc. c

Die übrigen Zeichen haben dieselbe Bedeutung, wie in den bisherigen, mit den Indices a und b bezeichneten Tabellen.

Die Fig. 22, das neunte Projektionsbild zeigt die räumliche Verteilung der beobachteten Polarisationsrichtungen, wie selbe aus der letzten Rubrik der Tabelle XIIa folgen; das Koordinatennetz bezieht sich hier auf den unter 80^0 einfallenden Strahl IO als Koordinatenachse; dessen stereographisch-horizontale Projektion mußte daher, ebenso wie dasjenige für die Fälle $i = P$, hier für die drei Fälle $i = 80^0$ besonders konstruiert und gezeichnet werden. Darin ist R_1 der Austrittspunkt der supponierten Symmetrieachse, R'_1 der Mittelpunkt der Projektion des um R_1 mit der Öffnung 50^0 gebildeten Kugelkreises. Die Fig. 22 und die Tabelle XIIb läßt sofort erkennen, daß das Gesetz der symmetrischen, vollständigen, zirkumaxialen Polarisation in ganz prägnanter Weise zum Ausdruck kommt; die Abweichungen sind nur in wenigen Ausnahmefällen beträchtlich, ändern aber den Typus der Erscheinung durchaus nicht.

Die im § 49 erwähnte physikalische Deutung dieses Gesetzes hat auch hier volle Geltung.

§ 60. Einfallswinkel $i = 80^0$. Einfallsazimut $= 45^0$. Asymmetrische, partiale zirkumaxiale Polarisation. Tabelle XIIIa. Zehntes Projektionsbild. Vergleichung mit der strengen zirkumaxialen Anordnung: Tabelle XIIIb. Allgemeine Übereinstimmung. Erheblichere Abweichungen.

Die Polarisationsrichtungen der Strahlen, welche bei den in der Überschrift genannten Bedingungen entstanden, zeigen eine sehr ähnliche Anordnung wie diejenige, die beim selben Einfallsazimut, jedoch bei dem Einfallswinkel $i = P$ auftritt; siehe auch fünftes Projektionsbild, Fig. 15, § 52. Von den Beobachtungen ist überflüssig mehr zu sagen, als Tabelle XIIIa, und das zehnte Projektionsbild, Figur 23, zeigen. Es wurden auch hier, wie im vorigen Paragraphen die Richtungskoordinaten ϑ_1 und ω_1 der zu beobachtenden Strahlen passend gewählt; dieselben werden hier ebenfalls von der Einfallsebene und von dem einfallenden Strahl an gezählt; sie sind in den ersten beiden Rubriken der Tabelle XIIIa enthalten.

Die Winkelkoordinaten der supponierten Symmetrieachse, welche der numerischen Vergleichung zugrunde gelegt wurde, waren $\vartheta = -45$, und $\omega_1 = i + i_r = 120^0$; da nun hier das Schema der Fig. 13, § 50 u. 51 Geltung hat, lassen sich ϑ_2' und ω_2', nämlich die auf diese Symmetrieachse OR_0' bezogenen Winkelkoordinaten leicht ausdrücken, wenn man setzt: $\vartheta_1' = \vartheta_1 - \vartheta$; $\omega_1 = \omega_1$; und statt $2P$ den Wert $i + i_r$.

Man hat dann aus dieser Figur 13, oder aus dem Systeme (1) des § 53:

$$\left.\begin{aligned} \cos\omega_2' &= \cos(i+i_r)\cos\omega_1 + \sin(i+i_r)\sin\omega_1\cos\vartheta_1';\\ \sin\vartheta_1'\operatorname{cotg}\vartheta_2' &= \sin(i+i_r)\operatorname{cotg}\omega_1 - \cos(i+i_r)\cos\vartheta_1'. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$$\sin\varphi_c = \cos\vartheta_1'\cos\vartheta_2' - \sin\vartheta_1'\sin\vartheta_2'\cos(i+i_r). \quad (2)$$

Die so berechneten Werte von ϑ_2' und ω_2' sind in der dritten und vierten Rubrik der Tabelle XIIIa und in der ersten und zweiten Rubrik der Tabelle XIIIb enthalten; $\varphi_c = \varphi_{calc}$ in der letzteren. Die sonstige Einrichtung und die Bedeutung der

Zeichen ist dieselbe, wie in den vorigen Tabellen mit denselben Indices.

Im zehnten Projektionsbild, Fig. 23, ist I der Eintrittspunkt des einfallenden Strahles, R_0 der Austrittspunkt des regelmäßig reflektierten Strahles; R'_0 der Austrittspunkt der supponierten

Asymmetrische, partielle Zirkumpolarisation.

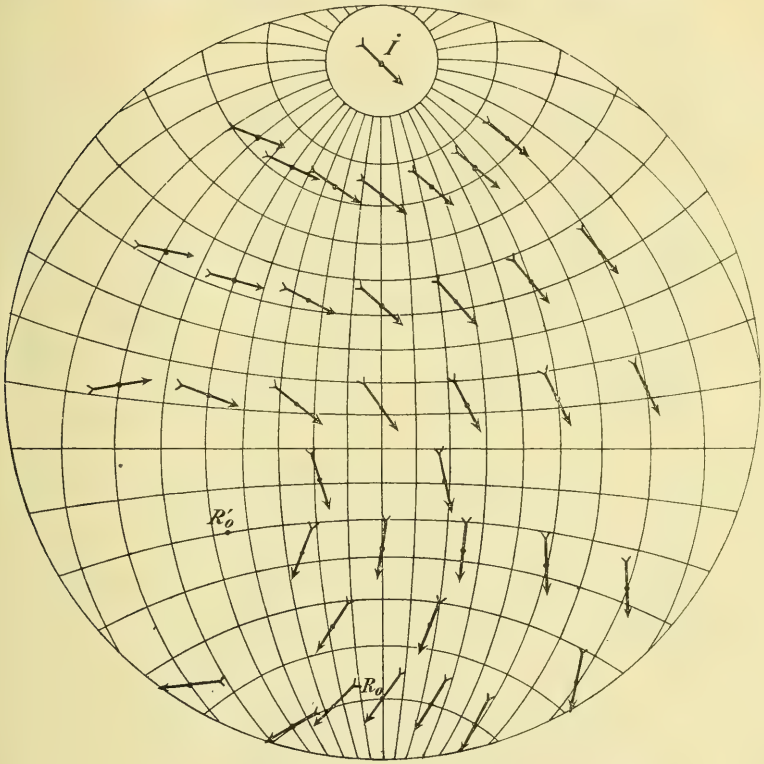


Fig. 23. Zehntes Projektionsbild.

Symmetrieachse; das Projektionsnetz ist dasselbe, wie das des neunten Projektionsbildes, Fig. 22, § 59. Der zirkumaxiale Charakter der Anordnung der Polarisationsrichtungen ist hier ebenfalls ganz unverkennbar, doch sind hier etwas stärkere Abweichungen zu bemerken, welche jedoch den allgemeinen Typus der Erscheinung nicht verändern können.

Tabelle XIIIa.

Asymmetrische, partielle zirkumaxiale Polarisation.

Einfallswinkel $i = 80^0$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet mit der Einfallsebene den Winkel $\Theta = -45^0$.

Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert gebeugten Strahlen.

ϑ_1	ω_1	ϑ'_2	ω'_2	φ	$\dot{\varphi}$	$\dot{\varphi}$	$\overset{*}{\varphi}$	$\overset{*}{\varphi}$	$\overset{*}{\varphi}$	Mittelwert φ
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+ 50,0	160,0	156,0	63,6	175,8	172,2	174,0	171,2	173,5	172,3	173,2
+ 25,0	160,0	157,0	55,2	194,4	192,7	193,5	193,3	196,6	195,0	194,3
0,0	160,0	160,8	47,2	214,3	214,8	214,6	214,6	214,5	214,5	214,6
— 25,0	160,0	169,9	41,6	240,0	238,9	239,5	241,8	237,9	239,9	239,7
— 50,0	160,0	182,6	40,1	274,3	269,0	271,7	274,6	271,8	273,2	272,4
+ 70,0	145,0	122,0	78,5	156,1	153,3	154,7	160,5	157,6	159,0	156,9
+ 18,0	145,0	138,6	46,9	193,2	191,6	192,4	191,1	191,8	191,4	191,9
— 18,0	145,0	139,8	32,6	221,3	221,7	221,5	222,3	219,4	220,8	221,2
— 70,0	145,0	— 151,7	59,3	293,7	295,2	294,4	297,5	301,6	299,5	297,0
+ 70,0	127,5	116,6	89,2	152,9	151,9	152,4	160,9	161,9	161,4	156,9
+ 50,0	127,5	121,9	75,9	163,5	161,8	162,6	166,6	165,1	165,8	164,2
+ 25,0	127,5	107,7	57,4	178,7	175,3	177,0	176,1	177,1	176,6	176,8
0,0	127,5	113,7	52,2	190,3	189,9	190,1	184,6	187,2	185,9	188,0
— 25,0	127,5	119,6	18,2	207,1	211,3	209,2	207,7	203,2	205,4	207,3
*	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
+ 18,0	109,5	97,8	57,5	164,9	163,4	164,1	166,0	168,2	167,1	165,6
— 18,0	109,5	78,0	63,4	164,5	164,6	164,5	162,9	159,1	160,9	162,7
+ 70,0	87,5	100,8	157,2	159,2	159,1	159,1	169,5	168,0	168,8	164,0
+ 50,0	87,5	90,3	84,4	155,3	155,9	155,6	163,3	163,6	163,5	159,5
+ 25,0	87,5	77,5	74,1	155,4	153,4	154,4	155,4	156,7	156,0	155,2
0,0	87,5	61,0	53,8	145,7	145,1	145,4	141,4	142,6	142,0	143,7
— 25,0	87,5	38,4	37,7	134,6	129,6	132,1	118,2	117,6	117,9	125,0
— 50,0	87,5	— 9,2	32,9	107,1	110,6	108,8	96,6	98,1	97,3	103,1
— 70,0	87,5	— 40,7	40,3	84,7	87,8	86,2	67,2	50,8	59,0	72,6
+ 70,0	57,5	69,4	125,3	168,6	167,8	168,7	171,1	160,6	165,9	167,3
+ 50,0	57,5	63,4	99,4	159,7	158,9	159,3	159,3	160,5	159,9	159,6
+ 25,0	57,5	52,5	91,1	147,4	145,6	146,5	146,2	147,0	146,6	146,5
0,0	57,5	38,0	76,1	133,2	133,9	133,5	128,9	127,5	128,2	130,9
— 25,0	57,5	18,5	65,3	116,0	106,7	111,4	104,7	104,9	104,8	108,1
— 50,0	57,5	— 4,8	62,7	93,2	93,8	93,5	79,8	75,9	77,9	85,7
— 70,0	57,5	— 22,8	66,8	77,5	79,9	78,7	65,4	70,5	68,0	73,3
+ 70,0	27,5	75,2	127,8	180,2	178,7	179,5	178,8	177,2	178,0	178,7
+ 50,0	27,5	67,8	118,6	166,0	164,6	165,3	163,5	162,6	163,0	164,2
+ 25,0	27,5	56,5	107,7	151,9	147,5	149,7	141,2	141,5	141,4	145,5
0,0	27,5	41,3	99,3	129,6	129,3	129,4	122,3	122,1	122,2	125,8
— 25,0	27,5	20,4	93,9	112,7	109,0	110,9	104,4	98,2	101,3	106,1
— 50,0	27,5	— 5,3	92,6	83,4	83,0	83,2	80,8	74,7	77,8	80,5
— 70,0	27,5	— 25,1	94,7	65,9	65,7	65,8	57,2	56,0	56,6	61,2

* Diese beiden Strahlen gaben wegen ihrer Nähe zur supponierten Symmetrieachse und zum Rande der Gitterebene und wegen ihrer großen Lichtschwäche ganz unsichere Resultate, die deshalb hier fortgelassen wurden.

Tabelle XIIIb.

Asymmetrische, partielle zirkumaxiale Polarisation.

Einfallswinkel $i = 80^0$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet mit der Einfallsebene den Winkel $\Theta = -45^0$.

Quantitative Vergleichung der Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen mit den strengen Anforderungen der zirkumaxialen Anordnung. — Winkelkoordinaten der supponierten Symmetrieachse: $\vartheta = -45^0$, $\omega_1 = i + i, = 120^0$.

ϑ'_2	ω'_2	φ calc.	$\varphi - \dot{\varphi}$ calc.	$\varphi - \overset{*}{\varphi}$ calc. *	$\varphi - \varphi$ calc.
0	0	0	0	0	0
156,9	63,0	164,3	— 9,7	— 8,0	— 8,9
157,0	55,2	192,3	— 1,2	— 2,7	— 2,0
160,8	47,2	214,1	— 0,5	— 0,4	— 0,5
169,9	41,6	243,4	+ 3,9	+ 3,5	+ 3,7
182,6	40,1	263,4	— 8,3	— 9,8	— 9,0
122,0	78,5	142,5	— 12,5	— 16,5	— 14,5
138,6	46,9	182,6	— 9,8	— 8,8	— 9,3
139,8	32,6	212,5	— 9,0	— 8,3	— 8,7
— 151,7	59,3	315,8	+ 21,4	+ 16,3	+ 18,8
116,6	89,2	143,5	— 8,9	— 17,9	— 13,4
121,9	75,9	152,0	— 10,6	— 13,8	— 12,2
107,7	57,4	165,1	— 11,9	— 11,5	— 11,7
113,7	52,2	177,8	— 12,3	— 7,1	— 9,2
119,6	18,2	198,4	— 10,8	— 7,0	— 8,9
* .	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
97,8	57,5	157,7	— 6,4	— 9,4	— 7,9
78,0	63,4	156,0	— 8,5	— 4,9	— 6,7
100,8	157,2	148,3	— 10,8	— 20,5	— 15,7
90,3	84,4	150,9	— 4,7	— 12,6	— 8,6
77,5	74,1	154,0	— 0,4	— 2,0	— 1,2
61,0	53,8	139,3	— 6,1	— 2,7	— 4,4
38,4	37,7	122,6	— 9,5	+ 4,7	— 2,4
— 9,2	32,9	82,1	— 26,7	— 15,5	— 21,0
— 40,7	40,3	55,6	— 30,6	— 3,4	— 17,1
69,4	125,3	164,0	— 4,7	— 1,9	— 3,3
63,4	99,4	156,1	— 3,2	— 3,8	— 3,5
52,5	91,1	144,5	— 2,0	— 2,1	— 2,0
38,0	76,1	129,2	— 4,3	+ 1,0	— 1,7
18,5	65,3	109,0	— 2,4	+ 4,2	+ 0,9
— 4,8	62,7	85,2	— 8,3	+ 7,3	— 0,5
— 22,8	66,8	66,6	— 12,1	— 1,4	— 6,7
75,2	127,8	160,3	— 19,2	— 17,7	— 18,4
67,8	118,6	154,4	— 10,9	— 8,6	— 9,8
56,5	107,7	144,3	— 5,4	+ 2,9	— 1,2
41,3	99,3	130,2	+ 0,8	+ 8,0	+ 4,4
20,4	93,9	109,9	— 1,0	+ 8,6	+ 3,8
— 5,3	92,6	84,9	+ 1,9	+ 7,1	+ 4,4
— 25,1	94,7	65,5	— 0,3	+ 8,9	+ 4,3

* Diese beiden sehr schwachen Strahlen ergaben unsichere Beobachtungen, siehe die *-Fußnote der Tabelle XIIIa.

Anmerkung: Ich versuchte auch die Vergleichung unter Annahme der Richtungskoordinaten der supponierten Symmetrieachse: 1. $\vartheta = -61{,}0^0$, $\omega_1 = i + i, = 120^0$; ferner: 2. $\vartheta = -50{,}0^0$, $\omega_1 = i + i, = 120^0$; indes ergaben die numerischen Rechnungen noch größere Abweichungen, wie die in Tabelle XIIIb enthaltenen.

§ 61. Einfallswinkel $i = 80^0$. Einfallsazimut = 0. Stereographisch-parallele Polarisation. Tabelle XIVa. Elftes Projektionsbild. Vergleichung mit der strengen stereographisch-parallelen Anordnung: Tabelle XIVb. Im allgemeinen gute Übereinstimmung.

Die bei der, in der Überschrift dieses Paragraphen genannten Einrichtung vollzogenen Beobachtungen enthält Tabelle XIVa. Darin sind, wie bisher ϑ_1 und ω_1 die auf den einfallenden Strahl $\overline{IO}$ und auf die Einfallsebene bezogenen Koordinaten des reflektiert-gebeugten Strahles, während die übrigen Zeichen ebenfalls dieselbe Bedeutung haben, wie in den vorhergehenden Tabellen mit dem Index a.

Die Fig. 24, das elfte Projektionsbild zeigt die räumliche Anordnung der beobachteten Polarisationsrichtungen wie selbe aus der letzten Rubrik der Tabelle XIVa folgen, und macht auf den ersten Blick ersichtlich, daß auch hier, wie bei $i = P$, und dem Einfallsazimut = 0, § 54, das Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation Geltung hat. In unserem Bilde bedeutet I den Eintrittspunkt des einfallenden, R_0 den Austrittspunkt des regelmäßig-reflektierten Strahles.

Die Vergleichung mit der strengen stereographisch-parallelen Anordnung geschah nach dem Vorgange des § 55, nur daß hier der Einfallswinkel $i = 80$, nicht aber $i = P$ auftritt; benützt man also das System (5) des genannten Paragraphen, so wird hier:

$$\left.\begin{aligned} \sin\omega_1 \sin\vartheta_1 \operatorname{cotg}\varepsilon &= 1 + \sin\omega_1 \cos\vartheta_1 \sin i + \cos\omega_1 \cos i, \\ \cos\varphi_c &= -\cos\vartheta_1 - \frac{\sin\vartheta_1 \operatorname{tg}\varepsilon}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}i + \operatorname{cotg} i}. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Die erste Gleichung liefert ε aus ϑ_1, ω_1, i; die zweite φ_c aus ϑ_1, i, ε. Die Einrichtung der Tabelle XIVb ist dieselbe, wie die der vorigen mit dem Indexb. Die Übereinstimmung der Be-

obachtungsresultate mit dem genauen geometrischen Gesetz ist im allgemeinen etwa so genügend, wie in der Tabelle VIIb, § 55.

Auch hier können die wahrnehmbaren Abweichungen, wie in § 48, 53, 54 auf folgende drei Gründe zurückgeführt werden:

Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation.

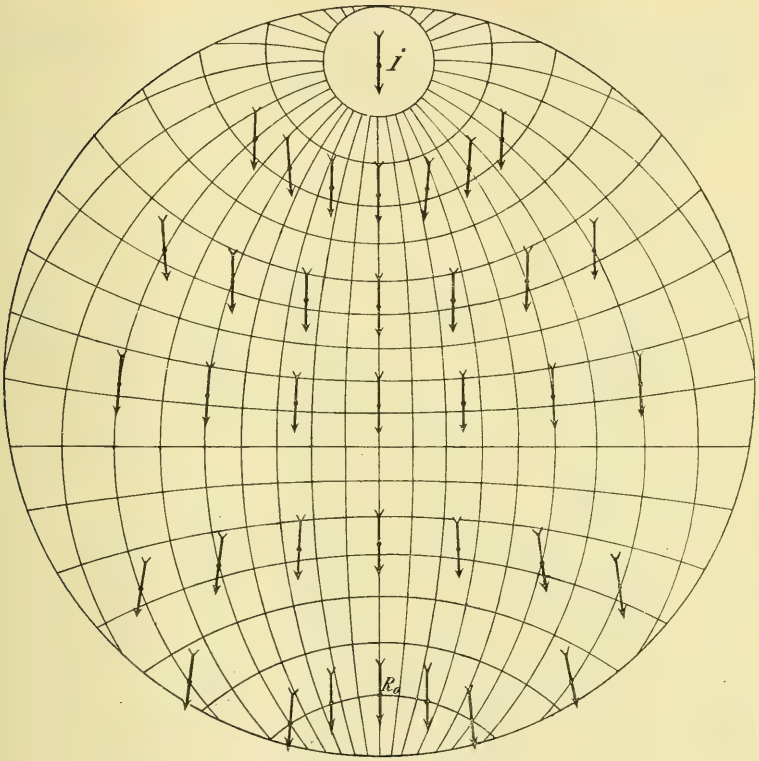


Fig. 24. Elftes Projektionsbild.

1. Auf den Einfluß des jeweiligen Gitterintervalles; derselbe ist indes nur ausnahmsweise beträchtlich; 2. für in der Nähe des einfallenden Strahles fortschreitende gebeugte Strahlen auf das Gesetz der isogonalen Polarisation; 3. für in der Nähe der Polarkegelfläche fortschreitende Strahlen das allgemeine Gesetz des Polarkegels. Der Einfluß der beiden letzteren ist selbst aus der

Tabelle XIVa.

Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation.

Einfallswinkel $i = 80°$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes liegt in der Einfallsebene.

Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen.

ϑ_1	ω_1	$\overset{\ddagger}{\underset{\cdot}{\varphi}}$	$\overset{\ddagger}{\dot{\varphi}}$	$\overset{\ddagger}{\dot{\varphi}}$	$\overset{\ddagger}{\underset{*}{\varphi}}$	$\overset{*}{\overset{\ddagger}{\varphi}}$	$\overset{*}{\overset{\ddagger}{\underset{*}{\varphi}}}$	Mittelwert φ
0	0	0	0	0	0	0	0	0
+ 50,0	160,0	145,0	142,7	143,9	138,0	136,5	137,7	140,8
+ 25,0	160,0	163,1	162,7	162,9	162,3	160,5	161,4	162,1
0,0	160,0	180,0	180,0	180,0	179,8	179,9	179,9	179,9
— 25,0	160,0	197,0	198,0	197,5	201,7	201,4	201,6	199,5
— 50,0	160,0	214,0	219,2	216,6	221,9	223,4	222,6	219,6
+ 70,0	145,0	114,4	120,2	117,3	145,9	144,9	145,4	131,3
— 70,0	145,0	243 8	234,1	239,0	216,7	216,8	216,8	227,9
+ 70,0	127,5	136,8	146,4	141,6	158,5	157,8	158,1	149,8
+ 50,0	127,5	154,5	152,0	153,2	162,7	161,4	162,2	157,7
+ 25,0	127,5	172,0	167,8	169,9	171,6	170,6	171,1	170,5
0,0	127,5	179,8	179,2	179,5	179 6	179,4	179,5	179,5
— 25,0	127,5	193,5	189,1	191,3	188,7	187,5	188,1	189,7
— 50,0	127,5	203,0	204,0	203,5	199,7	199,2	199,4	201,5
— 70,0	127,5	216,1	214,6	215,3	204,2	202,1	203,2	209,3
+ 70,0	87,5	183,1	179,7	181,4	192,7	189,0	190,8	186,1
+ 50,0	87,5	179,3	179,0	179,1	185,9	182,7	184,3	181,7
+ 25,0	87,5	179,6	177,6	178,6	182,7	181,7	182,2	180,4
0,0	87,5	179,3	179,7	179,5	179,4	179,3	179,4	179,4
— 25,0	87,5	179 4	179,4	179,4	178,7	177,3	178,0	178,7
— 50,0	87,5	182,7	180,8	181,7	177,6	176,0	176,8	179,3
— 70,0	87,5	182,3	176,0	179,2	175,6	171,9	173,7	176,5
+ 70,0	57,5	207,3	205,2	206,3	207,8	211,9	209,9	208,1
+ 50,0	57,5	199,5	197,2	198,4	201,3	198,5	199,9	199,1
+ 25,0	57,5	191,1	188,1	189,6	190,6	190,3	190,5	190,0
0,0	57,5	179,9	178,3	179,1	178,7	179,6	179,1	179,1
— 25,0	57,5	170,5	169,7	170,1	168,8	167,1	168,0	169,1
— 50,0	57,5	162,3	161,4	161,9	157,4	158,6	158,0	159,9
— 70,0	57,5	150,3	147,7	149,1	145,9	136,5	141,2	145,1
+ 70,0	27,5	231,6	233,2	232,4	234,1	233,1	233,6	233,0
+ 50,0	27,5	218,8	215,5	217,1	216,6	221,7	219,2	218,1
+ 25,0	27,5	202,3	201,2	201,7	201,6	201,0	201,3	201,5
0,0	27,5	182,4	180,4	181,4	180,5	180,8	180,6	181,0
— 25,0	27,5	161,8	166,8	164,3	165,4	164,7	165,0	164,7
— 50,0	27,5	134,3	144,2	139,3	140,6	144,5	142,6	140,9
— 70,0	27,5	131,0	131,3	131,2	132,7	133,5	133,1	132,1

Tabelle XIVb.

Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation.

Einfallswinkel $i = 80^0$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes liegt in der Einfallsebene.

Quantitative Vergleichung der Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom PALATINSchen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen mit den strengen Anforderungen des genauen Gesetzes der stereographisch-parallelen Anordnung.

ϑ_1	ω_1	φ *calc.*	$\varphi - \dot{\varphi}$ *calc.*	$\varphi - \overset{*}{\varphi}$ *cal .*	$\varphi - \varphi$ *calc.*
0	0	0	0	0	0
+ 50,0	160,0	146,1	+ 2,2	+ 8,4	+ 5,3
+ 25,0	160,0	162,5	— 0,4	+ 1,1	+ 0,4
0,0	160,0	180,0	0,0	+ 0,1	+ 0,1
— 25,0	160,0	197,5	0,0	— 4,1	— 2,0
— 50,0	160,0	213,9	— 2,7	— 8,7	— 5,7
+ 70,0	145,0	136,3	+ 19,0	— 9,1	+ 5,0
— 70,0	145,0	223,7	— 15,3	+ 6,9	— 4,2
+ 70,0	127,5	159,4	+ 17,8	+ 1,3	+ 9,6
+ 50,0	127,5	166,3	+ 13,0	+ 4,2	+ 8,6
+ 25,0	127,5	173,4	+ 3,5	+ 2,3	+ 2,9
0,0	127,5	180,0	+ 0,5	+ 0,5	+ 0,5
— 25,0	127,5	186,6	— 4,7	— 1,5	— 3,1
— 50,0	127,5	193,8	— 9,7	— 5,6	— 7,7
— 70,0	127,5	200,6	— 14,7	— 2,6	— 8,7
+ 70,0	87,5	188,7	+ 7,3	— 2,1	+ 2,6
+ 50,0	87,5	186,9	+ 7,8	+ 2,6	+ 5,2
+ 25,0	87,5	182,9	+ 4,3	+ 0,7	+ 2,5
0,0	87,5	180,0	+ 0,5	+ 0,6	+ 0,6
— 25,0	87,5	177,1	— 2,3	— 0,9	— 1,6
— 50,0	87,5	173,1	— 8,6	— 3,7	— 6,2
— 70,0	87,5	171,3	— 7,9	— 2,4	— 5,2
+ 70,0	57,5	209,0	+ 2,7	— 0,9	+ 0,9
+ 50,0	57,5	199,5	+ 1,1	— 0,4	+ 0,4
+ 25,0	57,5	189,4	— 0,2	— 1,1	— 0,9
0,0	57,5	180,0	+ 0,9	+ 0,9	+ 0,5
— 25,0	57,5	170,6	+ 0,5	+ 2,6	+ 1,6
— 50,0	57,5	160,5	— 1,4	+ 2,5	+ 0,0
— 70,0	57,5	151,0	+ 2,0	+ 10,0	+ 6,4
+ 70,0	27,5	229,6	2,8	— 4,0	— 3,0
+ 50,0	27,5	213,1	— 4,0	— 6,1	— 5,9
+ 25,0	27,5	196,6	— 5,1	— 4,7	— 4,0
0,0	27,5	180,0	— 1,4	— 0,6	— 1,3
— 25,0	27,5	163,4	— 0,9	— 1,6	— 1,0
— 50,0	27,5	146,9	+ 7,6	+ 4,3	+ 6,6
— 70,0	27,5	130,5	— 0,7	— 2,6	— 1,6

Zeichnung noch eben merklich. Indes bleibt der Grundtypus der Erscheinung dadurch noch unberührt.

In bezug auf die physikalische Deutung dieses Gesetzes gelten die Bemerkungen des § 56 in jeder Beziehung; man sehe auch das Gesetz der reinen isogonalen Polarisation, § 65, 66.

§ 62. Einfallswinkel $i = 30^0$. Einfallsazimut $= 90^0$. Verschobene isogonale und symmetrische partiell-zirkumaxiale Polarisation. Tabelle XVa. Zwölftes Projektionsbild. Vergleichung der Beobachtungen mit der isogonalen Anordnung: Tabelle XVb. Übereinstimmung der zum einfallenden näher liegenden, Abweichung der entfernteren Strahlen.

Die Beobachtungen dieses und der folgenden beiden Paragraphen beziehen sich auf die drei Fälle, wo bei dem Einfallswinkel $i = 30^0$ die Einfallsazimute 90^0, 45^0, 0^0 gewählt sind, um die Typen der hier auftretenden Polarisationsanordnungen festzustellen. Es zeigte sich sofort, daß hier schon der Charakter der bei normaler Inzidenz sich bildenden Anordnung, nämlich die isogonale, dominiert, § 65 und 66, und der Einfluß der zirkumaxialen Anordnung sich nur in einem geringen Teile des beobachteten Strahlensystems geltend macht.

Auch hier haben die beobachteten Strahlen der in den jetzt erwähnten drei Fällen vorhandenen Systeme in den §§ 62, 63 und 64 dieselben Richtungen, so daß an jedem einzelnen Strahl der Einfluß der Änderung des Einfallsazimutes auf die Polarisationsrichtung des jeweiligen gebeugten Strahles unmittelbar aus den Tabellen XVa, XVIa, XVIIa ersichtlich ist.

Die Einrichtung der Tabelle XVa, welche die in der Überschrift dieses Paragraphen genannten Beobachtungen enthält, ist mit Ausnahme der ersten zwei Rubriken in jeder Beziehung dieselbe, wie die der vorigen, mit dem Index a versehenen Tabellen; die Winkel ϑ_1 und ω_1 sind die, auf den einfallenden Strahl IO und auf die Einfallsebene bezogenen Koordinaten des beliebigen, reflektiert-gebeugten Strahles $\overline{OR}$.

Das zwölfte Projektionsbild, Fig. 25, zeigt die räumliche Anordnung der Polarisationsrichtungen und zwar ebenfalls in stereographisch-horizontaler Projektion; das Netz derselben mußte für die drei Fälle $i = 30^0$ in ähnlicher Weise wie in § 37 für die

Verschobene isogonale und symmetrische partiell-zirkumaxiale Polarisation.

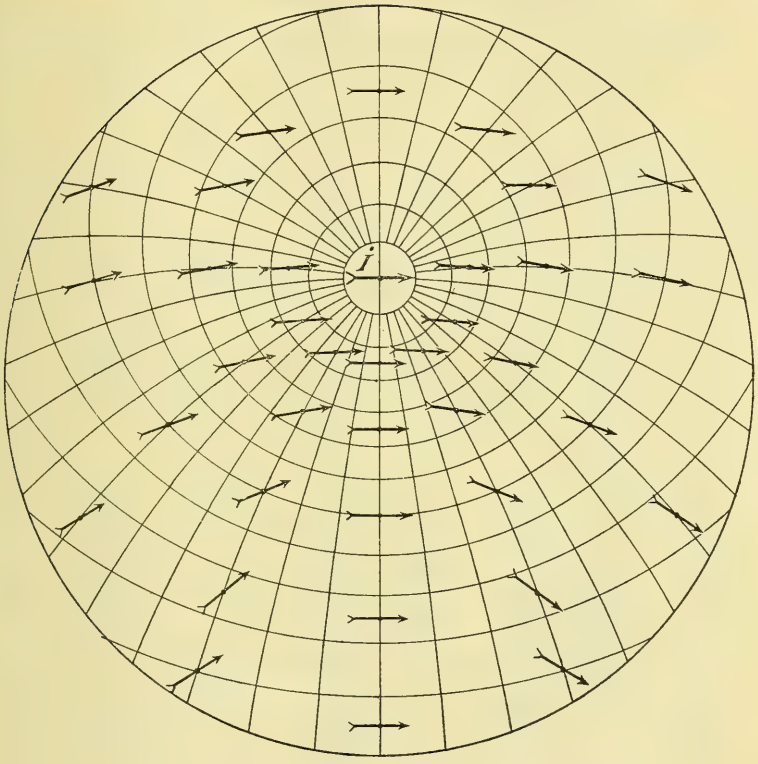


Fig. 25. Zwölftes Projektionsbild.

Fälle $i = P$, und wie in § 59 für die drei Fälle $i = 80^0$, ebenfalls besonders konstruiert werden.

Sofort bemerkt man, daß die um den einfallenden Strahl liegenden gebeugten Strahlen sehr nahezu das Gesetz der isogonalen Polarisation, § 65, erfüllen: verlängert man nämlich die Meridiane bis I, so findet man, daß die Polarisationsrichtungen der längs

Tabelle XVa.

Verschobene isogonale und symmetrische partiell-zirkumaxiale Polarisation.

Einfallswinkel $i = 30°$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes ist senkrecht zur Einfallsebene.

Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen.

ϑ_1	ω_1	$\dot{\varphi}$	$\dot{\varphi}$	$\dot{\varphi}$	$\underset{*}{\varphi}$	$\overset{*}{\dot{\varphi}}$	$\overset{*}{\underset{*}{\varphi}}$	Mittelwert φ
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,0	115,0	89,3	88,7	89,0	88,8	89,7	89,3	89,2
† + 30,0	110,0	138,4	126,2	132,3	137,0	138,3	137,6	135,0
† — 30,0	110,0	51,4	29,8	40,1	44,2	35,7	39,9	40,0
† + 60,0	95,0	159,4	156,6	158,0	166,7	167,7	167,2	162,6
† + 30,0	95,0	145,1	140,6	142,9	148,4	146,8	147,6	145,2
0,0	95,0	88,8	89,0	88,9	89,4	89,4	89,4	89,2
† — 30,0	95,0	35,3	31,5	33,4	33,7	30,2	31,9	32,2
† — 60,0	95,0	24,8	23,7	24,3	14,0	12,2	13,1	18,7
+ 120,0	70,0	202,7	201,6	202,1	213,0	213,2	213,1	207,6
+ 110,0	70,0	189,7	190,8	190,3	203,5	198,7	201,1	195,7
† + 60,0	70,0	151,8	152,8	152,3	162,0	162,9	162,5	157,4
† + 30,0	70,0	136,0	133,2	134,6	135,8	136,4	136,1	135,3
0,0	70,0	90,3	90,2	90,2	90,3	90,2	90,3	90,3
† — 30,0	70,0	44,4	45,4	44,9	43,6	43,5	43,6	44,2
† — 60,0	70,0	24,7	26,8	25,7	17,6	17,5	17,5	21,7
— 100,0	70,0	— 2,4	— 4,7	— 3,5	— 11,4	— 14,5	— 12,9	— 8,2
— 120,0	70,0	— 20,9	— 25,5	— 23,2	— 31,0	— 31,0	— 31,0	— 27,1
+ 180,0	45,0	269,5	269,1	269,3	269,8	269,7	269,7	269,5
+ 150,0	45,0	235,6	237,4	236,5	239,7	240,7	240,2	238,4
+ 130,0	45,0	215,8	213,3	214,6	220,8	220,5	220,7	217,6
+ 110,0	45,0	194,3	192,8	193,5	200,2	200,8	200,5	197,0
+ 60,0	45,0	150,2	153,6	151,9	155,9	157,1	156,5	154,0
+ 30,0	45,0	125,8	125,3	125,5	125,3	127,2	126,2	125,9
0,0	45,0	89,8	89,9	89,8	90,2	90,0	90,1	89,9
— 30,0	45,0	54,1	54,6	54,3	52,4	54,3	53,3	53,8
— 60,0	45,0	28,4	27,0	27,7	22,7	24,2	23,4	25,6
— 100,0	45,0	— 3,2	— 4,4	— 3,8	— 13,7	— 10,8	— 12,2	— 8,0
— 130,0	45,0	— 34,7	— 35,7	— 35,2	— 40,2	— 39,8	— 40,0	— 37,6
— 150,0	45,0	— 55,7	— 55,4	— 55,6	— 60,2	— 59,6	— 59,9	— 57,7
+ 110,0	25,0	196,9	195,1	196,0	200,9	200,5	200,7	198,3
+ 60,0	25,0	151,1	152,3	151,7	153,5	154,1	153,8	152,8
+ 30,0	25,0	121,1	120,7	120,9	122,5	122,1	122,3	121,6
0,0	25,0	90,0	90,1	90,1	89,4	89,6	89,5	89,8
— 30,0	25,0	59,2	57,9	58,5	57,2	58,4	57,3	57,9
— 60,0	25,0	29,1	30,1	29,6	25,8	27,4	26,6	28,1
— 100,0	25,0	— 6,8	— 6,6	— 6,7	— 11,3	— 11,3	— 11,3	— 9,0

* Die mit † bezeichneten Strahlen zeigen schon merklich den sich meldenden Einfluß der symmetrischen, partiell-zirkumaxialen Polarisation.

Tabelle XVb.

Verschobene isogonale und symmetrische, partiell-zirkumaxiale Polarisation.

Einfallswinkel $i = 30^0$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes ist senkrecht zur Einfallsebene.

Quantitative Vergleichung der Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen mit den strengen Werten der genauen, verschobenen isogonalen Anordnung. — Supponierte Symmetrieachse der isogonalen Anordnung: Der einfallende Strahl. Neigung der supponierten isogonalen Polarisationsrichtungen zur Einfallsebene: 90^0.

ϑ_1	ω_1	φ *isog.*	$\varphi - \dot{\varphi}$ *isog.*	$\varphi - \overset{*}{\varphi}$ *isog.* *	$\varphi - \varphi$ *isog.*
0	0	0	0	0	0
0,0	115,0	90,0	+ 1,0	+ 0,7	+ 0,8
†+ 30,0	110,0	120,0	— 12,3	— 17,6	— 15,0
†— 30,0	110,0	60,0	+ 19,9	+ 20,1	+ 20,0
†+ 60,0	95,0	150,0	— 8,0	— 17,2	— 12,6
†+ 30,0	95,0	120,0	— 22,9	— 27,6	— 25,2
0,0	95,0	90,0	+ 1,1	+ 0,6	+ 0,8
†— 30,0	95,0	60,0	+ 26,6	+ 28,1	+ 27,8
†— 60,0	95,0	30,0	+ 5,7	+ 16,9	+ 11,3
+ 120,0	70,0	210,0	+ 7,9	— 3,1	+ 2,4
+ 110,0	70,0	200,0	+ 9,7	— 1,1	+ 4,3
†+ 60,0	70,0	150,0	— 2,3	— 12,5	— 7,4
†+ 30,0	70,0	120,0	— 14,6	— 16,1	— 15,3
0,0	70,0	90,0	— 0,2	— 0,3	— 0,3
†— 30,0	70,0	60,0	+ 15,1	+ 16,4	+ 15,7
†— 60,0	70,0	30,0	+ 4,2	+ 12,5	+ 8,3
— 100,0	70,0	— 10,0	— 6,5	+ 2,9	— 1,8
— 120,0	70,0	— 30,0	— 6,8	+ 1,0	— 2,9
+ 180,0	45,0	270,0	+ 0,7	+ 0,3	+ 0,5
+ 150,0	45,0	240,0	+ 3,5	— 0,2	+ 1,6
+ 130,0	45,0	220,0	+ 5,4	— 0,7	+ 2,3
+ 110,0	45,0	200,0	+ 6,5	— 0,5	+ 3,0
+ 60,0	45,0	150,0	— 1,9	— 6,5	— 4,2
+ 30,0	45,0	120,0	— 5,5	— 6,2	— 5,8
0,0	45,0	90,0	+ 0,2	— 0,1	+ 0,1
— 30,0	45,0	60,0	+ 5,8	+ 6,7	+ 6,2
— 60,0	45,0	30,0	+ 2,3	+ 6,6	+ 4,3
— 100,0	45,0	— 10,0	— 6,2	+ 2,2	— 2,0
— 130,0	45,0	— 40,0	— 4,8	+ 0,0	— 2,4
— 150,0	45,0	— 60,0	— 4,4	— 0,1	— 2,2
+ 110,0	25,0	200,0	+ 4,0	— 0,7	+ 1,6
+ 60,0	25,0	150,0	— 1,7	— 3,8	— 2,7
+ 30,0	25,0	120,0	— 0,9	— 2,3	— 1,6
0,0	25,0	90,0	— 0,1	+ 0,5	+ 0,2
— 30,0	25,0	60,0	+ 1,5	+ 2,7	+ 2,1
— 60,0	25,0	30,0	+ 0,4	+ 3,4	+ 1,9
— 100,0	25,0	— 10,0	— 3,3	+ 1,3	— 1,0

* Die mit † bezeichneten Strahlen zeigen schon unverkennbar den sich meldenden Einfluß der symmetrischen, partiellen, zirkumaxialen Polarisation.

je einer Meridianebene liegenden Strahlen, mit inbegriffen auch den einfallenden Strahl, diesen Meridian in unter sich nahezu gleichen Winkeln schneiden. Eine größere Abweichung von dieser Regel zeigen etwa zehn, in der Tabelle mit † bezeichnete Strahlen, die vom einfallenden weit entfernt liegen und daher den beginnenden Einfluß der zirkumaxialen Anordnung anzeigen.*

§ 63. Einfallswinkel $i = 30^0$. Einfallsazimut 45^0. Gedrehte isogonale und asymmetrische, partiell-zirkumaxiale Polarisation. Tabelle XVIa. Dreizehntes Projektionsbild. Vergleichung der Beobachtungen mit der isogonalen Anordnung: Tabelle XVIb. Übereinstimmung der zum einfallenden näher liegenden-, Abweichung der entfernteren Strahlen.

Die in der Überschrift dieses Paragraphen genannten Beobachtungen sind in der Tabelle XVIa enthalten, deren Einrichtung und Zeichen in jeder Beziehung mit der vorigen Tabelle XVa übereinstimmen.

Das dreizehnte Projektionsbild, Fig. 26, zeigt die räumliche Verteilung der Polarisationsrichtungen in unserem Falle, in der, im vorigen Paragraphen erwähnten Projektionsart.

Auch hier ist es sofort augenfällig, daß die in der Nähe des einfallenden Strahles um denselben herum liegenden Strahlen in merklicher Annäherung dem Gesetz der um diesen Strahl isogonalen Anordnung Genüge leisten, § 65: setzt man nämlich die Meridiane bis zum Eintrittspunkt des letzteren Strahles fort, so sieht

---

* Im zwölften Projektionsbild, Fig. 25, sind unter den übrigen auch solche drei Polarisationsrichtungen eingezeichnet, die zu den Strahlen $\vartheta_1 = +100^0$, $\omega_1 = 70^0$, 45^0, 25^0 gehören sollten; in unserem Falle erlaubte die Konstruktion des Beobachtungsapparates nicht, diese Strahlen zu beobachten, sondern es wurden, wie auch Tabelle XVa zeigt, die denselben naheliegenden Strahlen $\vartheta_1 = 110^0$, $\omega_1 = 70^0$, 45^0, 25^0 beobachtet und deren Resultate in die Tabelle eingeführt. Die Polarisationsrichtungen der oben erwähnten eingezeichneten drei Strahlen, welche eine etwas bessere räumliche Verteilung der Strahlenrichtungen in der Zeichnung ergeben, wurden mittels Interpolation geschätzt und dürften ihren tatsächlichen Werten sehr nahe liegen.

man, daß die Polarisationsrichtungen der in je einer Meridianebene liegenden Strahlen, mit inbegriffen auch den einfallenden Strahl, diesen Meridian in unter sich nahezu gleichen Winkeln schneiden.

Auch hier ist eine Anzahl vom einfallenden Strahl ent-

Gedrehte isogonale und asymmetrische, partiell-zirkumaxiale Polarisation.

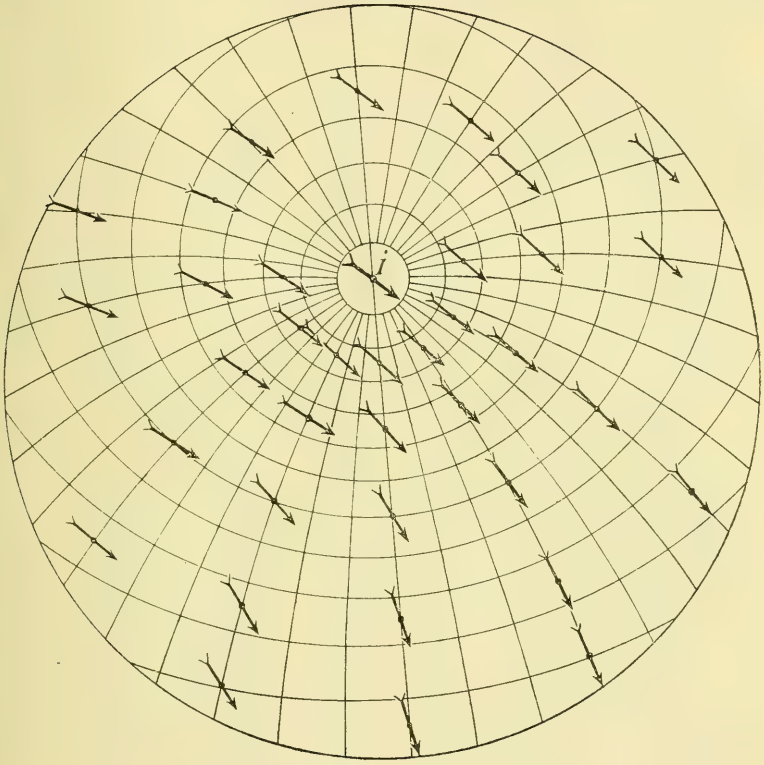


Fig. 26. Dreizehntes Projektionsbild.

fernterer Strahlen vorhanden, welche von der soeben erwähnten Regel abweichen und unzweifelhaft den deutlich erkennbaren Einfluß der beginnenden asymmetrischen, partiell-zirkumaxialen Polarisation andeuten.*

* In bezug auf die drei Strahlen $\vartheta_1 = +100^0$, $\omega_1 = 70^0, 45^0, 25^0$ gilt die Fußnote am Ende des vorigen § 62.

Tabelle XVIa.

Gedrehte isogonale und asymmetrische, partiell-zirkumaxiale Polarisation.

Einfallswinkel $i = 30°$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet mit der Einfallsebene den Winkel 45°.

Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen.

	ϑ_1	ω_1	$\overset{\cdot}{\#}\ \overset{\cdot}{\varphi}$	$\overset{\cdot}{\#}\ \dot{\varphi}$	$\overset{\cdot}{\#}\ \dot{\varphi}$	$\overset{*}{\#}\ \overset{\cdot}{\varphi}\ \overset{*}{}$	$\overset{*}{\#}\ \overset{*}{\varphi}$	$\overset{*}{\#}\ \overset{*}{\varphi}\ \overset{*}{}$	Mittelwert φ
	0	0	0	0	0	0	0	0	0
†	0,0	115,0	160,1	168,4	164,3	168,0	164,5	166,3	165,3
†	+ 30,0	110,0	178,0	172,5	175,2	178,1	176,1	177,1	176,2
†	— 30,0	110,0	130,0	133,9	131,9	136,0	138,9	137,4	134,7
†	+ 60,0	95,0	181,0	181,9	181,4	193,0	194,3	193,7	187,6
†	+ 30,0	95,0	173,4	173,3	173,4	177,0	178,7	177,9	175,6
†	0,0	95,0	166,3	166,6	166,4	162,8	162,7	162,8	164,6
†	— 30,0	95,0	134,1	131,3	132,7	136,5	132,8	134,7	133,7
†	— 60,0	95,0	99,8	96,7	98,2	89,3	89,8	89,6	93,9
†	+ 120,0	70,0	236,7	237,7	237,2	236,7	238,4	237,5	237,4
†	+ 110,0	70,0	224,5	224,9	224,7	229,4	228,6	229,0	226,8
†	+ 60,0	70,0	184,4	181,9	183,1	190,6	191,6	191,1	187,1
†	+ 30,0	70,0	171,3	171,0	171,1	172,1	173,8	173,0	172,1
†	0,0	70,0	152,0	152,3	152,2	152,3	151,9	152,1	152,1
†	— 30,0	70,0	120,5	116,7	118,6	118,4	117,4	117,9	118,2
	— 60,0	70,0	85,6	85,0	85,3	74,6	74,7	74,6	80,0
	— 100,0	70,0	39,8	37,8	38,8	34,9	35,7	35,3	37,1
	— 120,0	70,0	14,7	16,2	15,4	13,7	16,4	15,1	15,2
	+ 180,0	45,0	— 50,0	— 49,5	+ 50,0	— 52,9	— 53,3	+ 53,1	— 51,0
	+ 150,0	45,0	— 80,7	— 83,0	— 81,8	— 83,9	— 84,8	— 84,3	— 83,1
†	+ 130,0	45,0	256,1	253,3	254,7	254,5	253,2	253,8	254,3
†	+ 110,0	45,0	232,7	232,6	232,6	234,1	233,8	233,9	233,3
	+ 60,0	45,0	188,4	186,2	187,3	191,3	190,7	191,0	189,1
	+ 30,0	45,0	166,9	167,0	167,0	167,7	168,2	168,0	167,5
	0,0	45,0	141,7	142,0	141,9	141,4	141,3	141,4	141,6
	— 30,0	45,0	109,4	109,5	109,5	108,6	108,7	108,7	109,1
	— 60,0	45,0	78,8	78,7	78,8	71,4	72,7	72,0	75,4
	— 100,0	45,0	37,2	36,6	36,9	31,7	32,5	32,1	34,5
	— 130,0	45,0	+ 3,5	+ 5,5	+ 4,5	+ 0,8	0,0	+ 0,4	+ 2,4
	— 150,0	45,0	— 15,3	— 15,2	— 15,2	— 21,1	— 17,7	— 19,4	— 17,3
	+ 110,0	25,0	238,1	237,9	238,0	238,3	237,5	237,9	237,9
	+ 60,0	25,0	189,9	190,1	190,0	190,9	190,8	190,9	190,5
	+ 30,0	25,0	164,3	165,0	164,7	164,4	163,7	163,8	164,3
	0,0	25,0	136,9	135,8	136,4	135,3	135,6	135,4	135,9
	— 30,0	25,0	107,3	107,2	107,2	105,8	104,8	105,3	106,3
	— 60,0	25,0	77,5	77,2	77,4	71,9	72,3	72,1	74,7
	— 100,0	25,0	38,0	35,9	36,9	33,6	32,9	33,2	35,1

Die mit † bezeichneten Strahlen zeigen schon merklich den beginnenden Einfluß der sich meldenden asymmetrischen, partiell-zirkumaxialen Polarisation.

Tabelle XVIb.

Gedrehte isogonale und asymmetrische partiell-zirkumaxiale Polarisation.

Einfallswinkel $i = 30^0$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet mit de Einfallsebene den Winkel: 45^0.

Quantitative Vergleichung der Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen mit den strengen Werten der genauen, gedrehten, isogonalen Anordnung. — Supponierte Symmetrieachse der isogonalen Anordnung: Der einfallende Strahl. Neigung der supponierten isogonalen Polarisationsrichtungen zur Einfallsebene: 45^0.

ϑ_1	ω_1	φ *isog.*	$\varphi - \dot{\varphi}$ *isog.*	$\varphi - \overset{*}{\varphi}$ *isog.*	$\varphi - \varphi$ *isog.*
0	0	0	0	0	0
† 0,0	115,0	135,0	— 29,7	— 31,3	— 30,5
† + 30,0	110,0	165,0	— 10,2	— 12,1	— 11,2
† — 30,0	110,0	105,0	— 26,9	— 32,4	— 29,6
† + 60,0	95,0	195,0	+ 13,6	+ 1,7	+ 7,7
† + 30,0	95,0	165,0	— 8,4	— 12,9	— 10,7
† 0,0	95,0	135,0	— 31,4	— 27,8	— 29,6
† — 30,0	95,0	105,0	— 27,7	— 29,7	— 28,8
† — 60,0	95,0	75,0	— 23,2	— 14,6	— 18,9
† + 120,0	70,0	255,0	+ 17,8	+ 17,5	+ 17,6
† + 110,0	70,0	245,0	+ 20,3	+ 16,0	+ 18,2
† + 60,0	70,0	195,0	+ 11,9	+ 3,9	+ 7,9
† + 30,0	70,0	165,0	— 6,1	— 8,0	— 7,1
† 0,0	70,0	135,0	— 17,2	— 17,1	— 17,2
† — 30,0	70,0	105,0	— 13,6	— 12,9	— 13,3
— 60,0	70,0	75,0	— 10,3	+ 0,4	— 4,9
— 100,0	70,0	35,0	— 3,8	— 0,3	— 2,0
— 120,0	70,0	15,0	— 0,4	— 0,1	— 0,2
+ 180,0	45,0	315,0	+ 5,0	+ 8,1	+ 6,0
† + 150,0	45,0	285,0	+ 6,8	+ 9,3	+ 8,1
† + 130,0	45,0	265,0	+ 10,3	+ 11,2	+ 10,7
† + 110,0	45,0	245,0	+ 12,4	+ 11,1	+ 11,7
+ 60,0	45,0	195,0	+ 7,7	+ 4,0	+ 5,9
+ 30,0	45,0	165,0	— 2,0	— 3,0	— 2,5
0,0	45,0	135,0	— 6,9	— 6,4	— 6,6
— 30,0	45,0	105,0	— 4,5	— 3,7	— 4,1
— 60,0	45,0	75,0	— 3,8	+ 3,0	— 0,4
— 100,0	45,0	35,0	— 1,9	+ 2,9	+ 0,5
— 130,0	45,0	5,0	+ 0,5	+ 4,6	+ 2,6
— 150,0	45,0	— 15,0	+ 0,2	+ 4,4	+ 2,3
+ 110,0	25,0	245,0	+ 7,0	+ 7,1	+ 7,0
+ 60,0	25,0	195,0	+ 5,0	+ 4,1	+ 4,5
+ 30,0	25,0	165,0	+ 0,3	+ 1,2	+ 0,7
0,0	25,0	135,0	— 1,4	— 0,4	— 0,9
— 30,0	25,0	105,0	— 2,2	— 0,3	— 1,3
— 60,0	25,0	75,0	— 2,4	+ 2,9	+ 0,3
— 100,0	25,0	35,0	— 1,9	+ 1,8	— 0,1

Die mit † bezeichneten Strahlen deuten schon merklich den beginnenden Einfluß der sich meldenden asymmetrischen, partiell-zirkumaxialen Polarisation an.

Die Anordnung der Polarisationsrichtungen der ersteren Strahlen im geometrischen Verhältnis zu denselben Strahlen des vorigen Falles, zwölftes Projektionsbild, Fig. 25, läßt sich am einfachsten dadurch erreichen, daß man den isogonalen Teil des Anordnungssystemes im zwölften Projektionsbild um die Richtung des einfallenden Strahles als Achse rechtssinnig um 45° dreht.

Man sieht demnach, daß die Drehung des Polarisators eine ebensolche Drehung des isogonalen Systems nach sich zieht, immer bei Beachtung der erwähnten Beschränkungen.

Es ist dies, wie in § 65 gezeigt werden wird, eine große Annäherung an den Fall der normalen Inzidenz, bei welchem das isogonale System und die letztere Drehung ganz strenge stattfindet.

§ 64. Einfallswinkel $i = 30°$. Einfallsazimut $= 0°$. Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation. Tabelle XVIIa. Vierzehntes Projektionsbild. Vergleichung der Beobachtungen mit der genauen stereographisch-parallelen Anordnung: Tabelle XVIIb. Genügende Übereinstimmung. Anmerkung: Tabelle XVIIc.

Die in der Überschrift dieses Paragraphen genannten Beobachtungen sind in der Tabelle XVIIa enthalten, deren Einrichtung und Zeichen mit derjenigen der Tabelle XVIa des vorigen Paragraphen in jeder Beziehung übereinstimmen.

Das vierzehnte Projektionsbild, Fig. 27, gibt einen Überblick über die räumliche Verteilung der Polarisationsrichtungen der beobachteten Strahlen; man bemerkt sofort, daß das Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation auch hier zur Geltung kommt, aber ohne daß irgend ein anderes Gesetz hier merklich störend auftreten würde (siehe die „Anmerkung“ weiter unten, Ende dieses Paragraphen und Tabelle XVIIc).

Auch hier ist diese Verteilung im Verhältnis zur Gitternormale und der Einfallsebene eine isogonale, wie die in § 54 u. 55, sechstes Projektionsbild, Fig. 17; § 56; ferner in § 61, elftes Projektionsbild, Fig. 24, und schließlich § 65, fünfzehntes Projektionsbild, Fig. 28.

Die Vergleichung der Beobachtungen mit den strengen Wer-

ten der genau stereographisch-parallelen Anordnung geschah ganz in derselben Weise, wie in den Paragraphen 55 und 61; das System (1) des letzteren Paragraphen dient zur Berechnung von $\varphi_{calc.} = \varphi_c$, wobei indeß hier $i = 30^0$ zu setzen ist.

Die so entstandene Tabelle XVIIb, deren Einrichtung in

Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation.

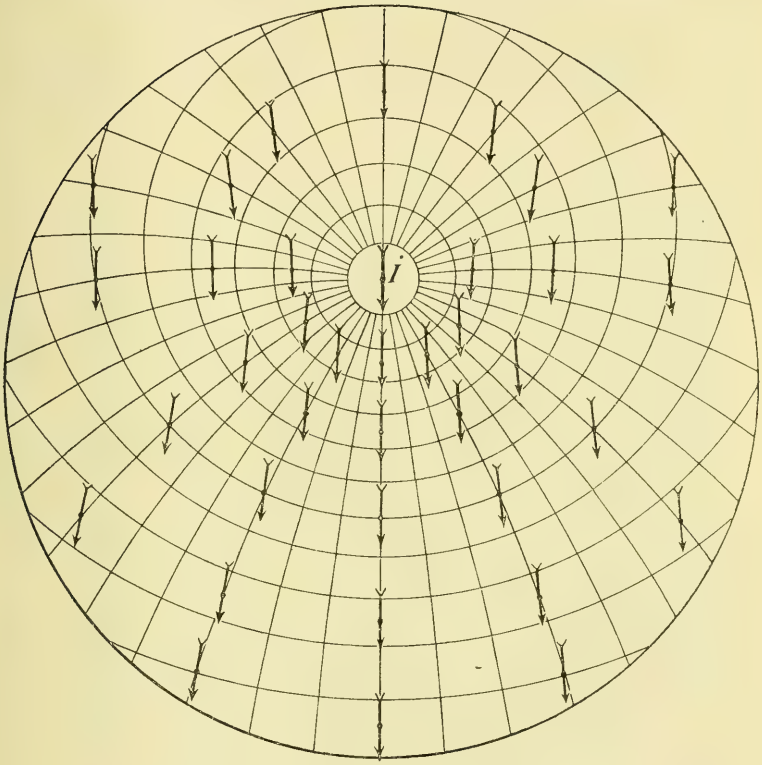


Fig. 27. Vierzehntes Projektionsbild.

jeder Beziehung mit derjenigen der Tabelle XIVb, § 61, übereinstimmt, zeigt, daß die beobachteten Polarisationsrichtungen den gemäß der stereographisch-parallelen Anordnung berechneten im allgemeinen genügend, in den meisten Fällen sogar sehr nahe kommen.

Der Einfluß des Gitterintervalles tritt nur in einzelnen Fällen

Tabelle XVIIa.

Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation.

Einfallswinkel $i = 30°$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes liegt in der Einfallsebene.

Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen von 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen.

ϑ_1	ω_1	$\overset{\cdot}{\#}$ φ	$\dot{\#}$ $\dot{\varphi}$	$\#$ $\dot{\varphi}$	$\overset{*}{\#}$ φ	$\overset{*}{\#}$ $\dot{\varphi}$	$\#$ $\overset{*}{\varphi}$	Mittelwert φ
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,0	115,0	181,0	180,6	180,8	179,7	180,4	180,1	180,4
+ 30,0	110,0	189,3	187,1	188,2	192,8	194,7	193,7	191,0
— 30,0	110,0	172,7	174,8	173,7	168,2	169,8	169,0	171,4
+ 60,0	95,0	208,3	213,0	210,7	217,5	215,9	216,7	213,7
+ 30,0	95,0	189,4	189,6	189,5	195,8	195,4	195,6	192,6
0,0	95,0	180,3	180,2	180,2	180,0	180,1	180,0	180,1
— 30,0	95,0	172,6	170,4	171,5	167,0	168,3	167,7	169,6
— 60,0	95,0	155,1	153,1	154,1	147,0	146,7	146,9	150,5
+ 120,0	70,0	— 75,1	— 81,6	— 78,4	— 79,6	— 79,0	— 79,3	— 78,9
+ 110,0	70,0	259,9	262,9	261,4	268,2	266,5	267,4	264,4
+ 60,0	70,0	218,0	218,1	218,1	222,1	222,0	222,1	220,1
+ 30,0	70,0	197,5	196,1	196,8	197,6	198,2	197,9	197,4
0,0	70,0	180,1	180,1	180,1	180,0	180,0	180,0	180,1
— 30,0	70,0	162,2	162,4	162,3	161,9	162,0	162,0	162,1
— 60,0	70,0	141,1	144,2	142,7	138,5	138,5	138,5	140,6
— 100,0	70,0	101,0	100,0	100,5	100,2	98,8	99,5	100,0
— 120,0	70,0	78,8	77,0	77,9	75,5	78,1	76,8	77,4
180,0	45,0	— 0,9	— 0,1	— 0,5	— 0,1	— 0,5	— 0,3	— 0,4
+ 150,0	45,0	— 35,7	— 34,3	— 35,0	— 34,5	— 33,4	— 34,0	— 34,5
+ 130,0	45,0	— 56,3	— 54,7	— 55,5	— 57,1	— 55,4	— 56,2	— 55,9
+ 110,0	45,0	281,9	277,8	279,8	281,1	280,3	280,7	280,3
+ 60,0	45,0	226,8	226,8	226,8	229,5	229,7	229,6	228,2
+ 30,0	45,0	204,0	203,4	203,7	203,7	202,7	203,2	203,5
0,0	45,0	180,3	180,2	180,2	180,7	180,4	180,6	180,4
— 30,0	45,0	157,3	156,5	156,9	157,2	156,3	156,7	156,8
— 60,0	45,0	130,2	131,3	130,8	131,0	129,5	130,3	130,5
— 100,0	45,0	89,8	89,4	89,6	88,8	88,6	88,7	89,2
— 130,0	45,0	55,6	54,4	55,0	54,8	54,1	54,5	54,7
— 150,0	45,0	30,1	33,5	31,8	32,5	33,7	33,1	32,5
+ 110,0	25,0	285,5	287,6	286,5	286,4	285,9	286,2	286,3
+ 60,0	25,0	235,1	234,9	235,0	235,3	234,7	235,0	235,0
+ 30,0	25,0	205,3	206,7	206,0	207,0	206,1	206,6	206,3
0,0	25,0	180,2	179,6	179,9	180,0	180,1	180,1	180,0
— 30,0	25,0	151,4	152,8	152,2	153,0	153,7	153,4	152,8
— 60,0	25,0	125,5	124,3	124,9	124,6	124,8	124,7	124,8
— 100,0	25,0	82,3	83,7	83,0	83,0	84,1	83,5	83,3

Tabelle XVIIb.

Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation.

Einfallswinkel $i = 30°$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes liegt in der Einfallsebene.

Quantitative Vergleichung der Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen mit den strengen Anforderungen der genau stereographisch-parallelen Polarisation.

ϑ_1	ω_1	φ calc.	$\varphi - \dot{\varphi}$ calc.	$\varphi - \overset{*}{\varphi}$ calc.	$\varphi - \varphi$ calc.
0	0	0	0	0	0
0,0	115,0	180,0	— 0,8	— 0,1	— 0,4
+ 30,0	110,0	193,6	+ 5,4	— 0,1	+ 2,6
— 30,0	110,0	166,4	— 7,3	— 2,6	— 4,9
+ 60,0	95,0	205,1	— 5,6	— 11,6	— 8,6
+ 30,0	95,0	194,6	+ 5,1	— 1,0	+ 2,0
0,0	95,0	180,0	— 0,2	0,0	— 0,1
— 30,0	95,0	165,5	— 6,0	— 2,2	— 4,1
— 60,0	95,0	144,9	— 9,2	— 2,0	— 5,6
+ 120,0	70,0	279,7	— 1,9	— 1,0	— 1,4
+ 110,0	70,0	269,9	+ 8,5	+ 2,5	+ 5,5
+ 60,0	70,0	224,0	+ 5,9	+ 1,9	+ 3,9
+ 30,0	70,0	201,3	+ 4,5	+ 3,4	+ 3,9
0,0	70,0	180,0	— 0,1	0,0	— 0,1
— 30,0	70,0	158,8	— 3,5	— 3,2	— 3,3
— 60,0	70,0	136,0	— 6,7	— 2,5	— 4,6
— 100,0	70,0	100,3	— 0,2	+ 0,8	+ 0,3
— 120,0	70,0	80,3	+ 2,4	+ 3,5	+ 2,9
180,0	45,0	0,0	+ 0,5	+ 0,3	+ 0,4
+ 150,0	45,0	323,0	— 2,0	— 3,0	— 2,5
+ 130,0	45,0	299,5	— 5,0	— 4,3	— 4,6
+ 110,0	45,0	278,2	— 1,6	— 2,5	— 2,1
+ 60,0	45,0	229,6	— 2,8	0,0	+ 1,4
+ 30,0	45,0	204,2	+ 0,5	+ 1,0	+ 0,7
0,0	45,0	180,0	— 0,2	— 0,6	— 0,4
— 30,0	45,0	155,8	— 1,1	— 0,9	— 1,0
— 60,0	45,0	130,4	— 0,4	+ 0,1	— 0,1
— 100,0	45,0	92,7	+ 3,1	+ 4,0	+ 3,5
— 130,0	45,0	60,5	+ 5,5	+ 6,0	+ 5,7
— 150,0	45,0	37,0	+ 5,2	+ 3,9	+ 4,5
+ 110,0	25,0	283,5	— 3,0	— 2,7	— 2,8
+ 60,0	25,0	233,6	— 1,4	— 1,4	— 1,4
+ 30,0	25,0	206,8	+ 0,8	+ 0,2	+ 0,5
0,0	25,0	180,0	+ 0,1	— 1,0	0,0
— 30,0	25,0	153,3	+ 1,1	— 0,1	+ 0,5
— 60,0	25,0	126,4	+ 1,5	+ 1,7	+ 1,6
— 100,0	25,0	88,3	+ 5,3	+ 4,8	+ 5,0

Tabelle XVIIc.

Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation, versuchsweise aufgefaßt als verschobene isogonale Polarisation.

Einfallswinkel $i = 30^0$.

Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes liegt in der Einfallsebene.

Quantitative Vergleichung der Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen mit den strengen Werten der genauen, verschobenen isogonalen Anordnung. — Supponierte Symmetrieachse der isogonalen Anordnung: Der einfallende Strahl. Neigung der supponierten isogonalen Polarisationsrichtungen zur Einfallsebene: 0^0.

ϑ_1 '	ω_1	φ isog.	$\varphi - \dot{\varphi}$ isog.	$\varphi - \overset{*}{\varphi}$ isog.	$\varphi - \varphi$ isog.
0	0	0	0	0	0
0,0	115,0	180,0	— 0,8	— 0,1	— 0,4
+ 30,0	110,0	210,0	+ 21,8	+ 16,3	+ 19,0
— 30,0	110,0	150,0	— 23,7	— 19,0	— 21,4
+ 60,0	95,0	240,0	+ 29,3	+ 23,3	+ 26,3
+ 30,0	95,0	210,0	+ 20,5	+ 14,4	+ 17,4
0,0	95,0	180,0	— 0,2	0,0	— 0,1
— 30,0	95,0	150,0	— 21,5	— 17,7	— 19,6
— 60,0	95,0	120,0	— 34,1	— 26,9	— 30,5
+ 120,0	70,0	300,0	+ 18,4	+ 19,3	+ 18,9
+ 110,0	70,0	290,0	+ 28,6	+ 22,6	+ 25,6
+ 60,0	70,0	240,0	+ 21,9	+ 17,9	+ 19,9
+ 30,0	70,0	210,0	+ 13,2	+ 12,1	+ 12,6
0,0	70,0	180,0	— 0,1	0,0	— 0,1
— 30,0	70,0	150,0	— 12,3	— 12,0	— 12,1
— 60,0	70,0	120,0	— 22,7	— 18,5	— 20,6
— 100,0	70,0	80,0	— 20,5	— 19,5	— 20,0
— 120,0	70,0	60,0	— 17,9	— 16,8	— 17,4
180,0	45,0	0,0	+ 0,5	+ 0,3	+ 0,4
+ 150,0	45,0	330,0	+ 5,0	+ 4,0	+ 4,5
+ 130,0	45,0	310,0	+ 5,5	+ 6,2	+ 5,9
+ 110,0	45,0	290,0	+ 10,2	+ 9,3	+ 9,7
+ 60,0	45,0	240,0	+ 13,2	+ 10,4	+ 11,8
+ 30,0	45,0	210,0	+ 6,3	+ 6,8	+ 6,5
0,0	45,0	180,0	— 0,2	— 0,6	— 0,4
— 30,0	45,0	150,0	— 6,9	— 6,7	— 6,8
— 60,0	45,0	120,0	— 10,8	— 10,3	— 10,5
— 100,0	45,0	80,0	— 9,6	— 8,7	— 9,2
— 130,0	45,0	50,0	— 5,0	— 4,5	— 4,7
— 150,0	45,0	30,0	— 1,8	— 3,1	— 2,5
+ 110,0	25,0	290,0	+ 3,5	+ 3,8	+ 3,7
+ 60,0	25,0	240,0	+ 5,0	+ 5,0	+ 5,0
+ 30,0	25,0	210,0	+ 4,0	+ 3,4	+ 3,7
0,0	25,0	180,0	+ 0,1	— 0,1	0,0
— 30,0	25,0	150,0	— 2,2	— 3,4	— 2,8
— 60,0	25,0	120,0	— 4,9	— 4,7	— 4,8
— 100,0	25,0	80,0	— 3,0	— 3,5	— 3,3

hervor; derjenige der isogonalen Polarisation für in der Nähe des einfallenden Strahles um denselben liegende gebeugte Strahlen ist ebenfalls sehr gering (s. Anmerkung); das Gesetz des Polarkegels ist für sehr weit vom einfallenden liegende Strahlen eben nur erkennbar; und so läßt unser Projektionsbild das schöne Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation fast in seiner ganzen Reinheit erkennen.*

Anmerkung: Wollte man auch hier, ähnlich wie in § 62, eine, jedoch nicht zur Einfallsebene senkrechte, sondern derselben parallele, verschobene isogonale Anordnung annehmen, deren Symmetrieachse der einfallende Strahl $\overline{IO}$ ist, Fig. 27, vierzehntes Projektionsbild, so würde man für die in der Nähe von $\overline{IO}$, um denselben liegenden Strahlen eine genügende Übereinstimmung mit den strengen Anforderungen der letzteren Annahme finden; die davon entfernter fortschreitenden zeigen indes beträchtlichere Abweichungen, ähnlich wie die in den Tabellen XVb und XVIb ersichtlichen.

Die Resultate dieser versuchsweisen Vergleichung zeigt Tabelle XVIIc; diese hat genau dieselbe Einrichtung, wie die soeben genannten zwei Tabellen. Indes ist Tabelle XVIIc von unvergleichlich geringerer Bedeutung als Tabelle XVIIb.

§ 65 Normale Inzidenz: Einfallendes linear-polarisiertes Licht. Tabelle XVIII. Reine isogonale Polarisation als einfachster Fall des Gesetzes der stereographisch-parallelen Polarisation. Fünfzehntes Projektionsbild. Vergleichung der Beobachtungen mit der strengen, isogonalen Anordnung: sehr genügende Übereinstimmung.

Wir kommen nun zu dem einfachsten Fall unserer Beobachtungen im reflektiert-gebeugten Licht, nämlich zu dem des senkrechten Einfalles linear-polarisierten Lichtes. Derselbe ist zugleich einer der wichtigsten Fälle, erstens, weil hier die Richtung des

* Auch für dieses Bild hat in bezug auf die drei Strahlen $\vartheta_1 = +100^0$, $\omega_1 = 70^0, 45^0, 25^0$, die Fußnote Ende des § 62 volle Geltung.

Tabelle XVIII.

Gesetz der reinen isogonalen Polarisation.

(Einfachster Fall des Gesetzes der stereographisch-parallelen Polarisation.)

Normale Inzidenz.

Linear-polarisiertes einfallendes Licht.

Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm reflektiert-gebeugten Strahlen; ferner: Quantitative Vergleichung dieser Mittelwerte mit den Anforderungen der genauen isogonalen Anordnung.

ϑ	ω	φ	$\dot{\varphi}$	$\dot{\varphi}$	φ	$\overset{*}{\varphi}$	$\overset{*}{\varphi}$	φ	$\vartheta+\pi-\varphi$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
00,0	26,0	179,8	179,5	179,7	179,3	179,9	179,6	179,7	+ 0,3
00,0	45,0	180,3	180,3	180,3	179,4	180,2	179,8	180,1	— 0,1
00,0	80,0	179,5	180,1	179,8	180,0	180,4	180,2	180,0	0,0
45,0	26,0	223,3	222,8	223,1	223,8	223,2	223,5	223,3	+ 1,7
45,0	45,0	220,6	219,9	220,3	223,2	219,9	221,6	221,0	+ 4,0
45,0	80,0	223,7	223,0	223,4	225,3	223,4	224,4	223,9	+ 1,1
90,0	26,0	270,0	270,2	270,1	270,1	270,4	270,2	270,2	— 0,2
90,0	45,0	270,2	270,0	270,1	269,8	270,3	270,1	270,1	— 0,1
90,0	80,0	269,3	270,5	269,9	271,2	271,6	271,4	270,7	— 0,7
135,0	26,0	316,4	316,6	316,5	315,7	316,3	316,0	316,3	— 1,3
135,0	45,0	318,8	320,1	319,5	316,1	320,9	318,5	319,0	— 4,0
135,0	80,0	321,4	317,7	319,6	316,8	317,3	317,1	318,4	— 3,4
180,0	26,0	359,8	359,7	359,7	359,1	359,4	359,3	359,5	+ 0,5
180,0	45,0	359,9	359,6	359,8	359,4	359,6	359,5	359,7	+ 0,3
180,0	80,0	360,9	360,1	360,5	359,8	359,9	359,9	360,2	— 0,2
225,0	26,0	44,4	42,7	43,6	43,8	43,4	43,6	43,6	+ 1,4
225,0	45,0	41,5	40,3	40,9	43,6	40,1	41,9	41,4	+ 3,6
225,0	80,0	42,3	42,7	42,5	43,9	43,7	43,8	43,2	+ 1,8
270,0	26,0	90,1	90,3	90,2	90,5	90,5	90,5	90,4	— 0,4
270,0	45,0	90,7	90,2	90,5	90,7	89,8	90,3	90,4	— 0,4
270,0	80,0	90,7	90,8	90,8	91,0	90,5	90,8	90,8	— 0,8
315,0	26,0	137,0	137,5	137,3	135,0	138,5	136,8	137,1	— 2,1
315,0	45,0	140,3	139,9	140,1	136,8	140,7	138,8	139,5	— 4,5
315,0	80,0	139,2	139,0	139,1	135,7	137,5	136,6	137,9	— 2,9

einfallenden Strahles die Symmetrieachse der reflektiert-beugenden Ebene ist, zweitens, weil hier auch die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes die Symmetrieebene der entstehenden Erscheinung ist.

Die hierher gehörigen Beobachtungsresultate enthält Tabelle

Gesetz der reinen isogonalen Polarisation.

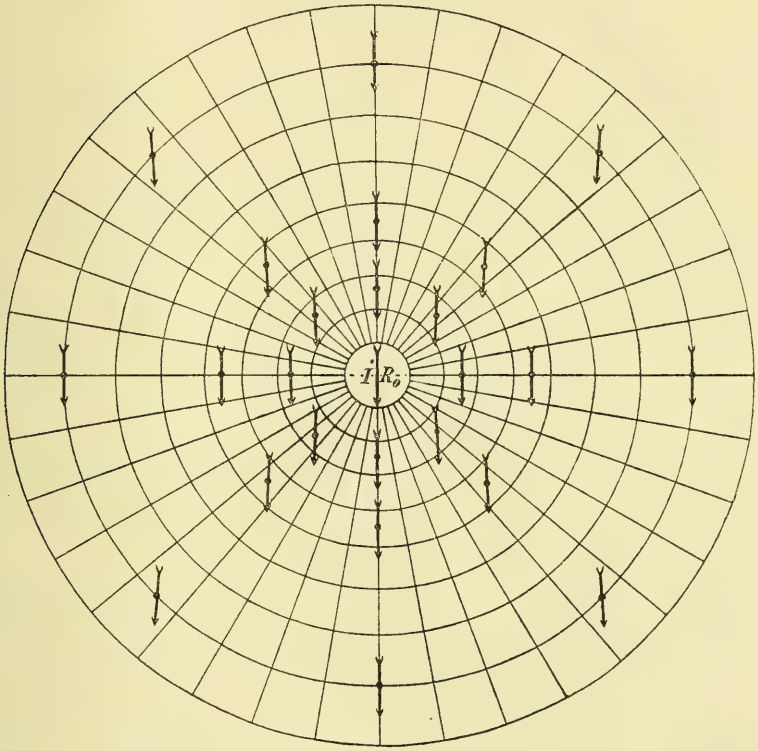


Fig. 28. Fünfzehntes Projektionsbild.

XVIII, in deren erster und zweiter Rubrik ϑ und ω die Winkelkoordinaten des jeweiligen reflektiert-gebeugten Strahles bedeuten, bezogen auf den einfallenden Strahl (also auf die positive Gitternormale) und auf die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes; es ist nämlich ϑ der Winkel zwischen letzterer Ebene und der durch die Gitternormale und den jeweiligen gebeugten Strahl

gelegten Meridianebene, ω der Winkelabstand zwischen diesem Strahl und der Gitternormale.

Die dritte bis neunte Rubrik ist genau so eingerichtet, wie alle vorhergehenden, mit dem Index a versehenen Tabellen; mit den Werten der neunten Rubrik wurde Figur 28, das fünfzehnte Projektionsbild, gezeichnet, welches sowohl wie die Tabelle sofort ersichtlich macht, daß die Beobachtungen dem einfachen, reinen Gesetze der isogonalen Anordnung genügen. Mit anderen Worten: Die Polarisationsebenen aller solcher Strahlen, die in einer und derselben Beugungsebene (Meridianebene) liegen, haben zu dieser Ebene dasselbe Polarisationsazimut, wie der normal-reflektierte Strahl.

Man bemerkt jedoch sofort, daß dies nichts anderes ist, als der einfachste Fall der stereographisch-parallelen Polarisation, denn die Projektionen der Polarisationsrichtungen sind hier alle ebenfalls parallel zur Projektion der Polarisationsebene des einfallenden Lichtes, und die ausgezeichnete Achse dieser Anordnung, nämlich die Gitternormale, § 56, fällt hier mit dem einfallenden Strahl zusammen.

Die Abweichungen der Beobachtungsresultate vom genauen Gesetz der isogonalen Anordnung sind so gering, daß dieselben auf dem fünfzehnten Projektionsbilde mit freiem Auge wohl kaum merklich sind. Um indes auch numerische Werte derselben zu geben, wurde die letzte Rubrik der Tabelle XVIII angefügt, in welcher für jeden Meridian ϑ, die Summe $\vartheta + \pi$ denjenigen Winkel bedeutet, welchen der genauen isogonalen Anordnung gemäß, die Polarisationsrichtung des Strahles (ϑ, ω) mit dem, gegen I zu gerechneten Meridian ϑ bildet, Fig. 28. Es ist also $\vartheta + \pi - \varphi$ die Abweichung des Mittelwertes φ von derjenigen Polarisationsrichtung, welche dem Gesetze der strengen isogonalen Anordnung gemäß zu erwarten wäre; diese Unterschiede sind durchschnittlich gering, mitunter ganz klein, so daß man die meisten derselben unvermeidlichen Beobachtungsfehlern zuschreiben, und das Gesetz der isogonalen Polarisation als geltend betrachten kann.

§ 66. Normale Inzidenz. Fortsetzung: Physikalische Deutung des Gesetzes der isogonalen Polarisation. Dasselbe ist *nicht* geeignet zur Entscheidung der Lage des Lichtvektors zur Polarisationsebene. Deutung der stereographisch-parallelen Anordnung.

Die Beobachtungen des vorigen Paragraphen gelten für den Fall des aus Luft von Glas in Luft reflektiert-gebeugten Strahlensystems bei normaler Inzidenz linear-polarisierten Lichtes; die dabei gewonnene einfache Erfahrungstatsache scheint neu zu sein, denn ich fand in der Literatur keine Erwähnung davon.

[Doch gibt es noch einen anderen Fall, wo dies Erfahrungsgesetz auftritt, nämlich bei dem aus Glas in Luft gebrochen-gebeugten Strahlensystem, ebenfalls bei normaler Inzidenz linear-polarisierten Lichtes; diese Tatsache war bisher nur in der Form bekannt, daß bei dem Beobachter zugewandter gefurchter Fläche „die polarisierende Wirkung der Beugung" auch bei großen Beugungswinkeln eine kaum merkliche sei; siehe § 5 und 13 dieser Arbeit; insbesonders K. Exner.*

Man übersah, daß hier ein einfaches, leicht zu formulierendes Gesetz zum Ausdrucke kommt, welches man vielleicht folgendermaßen aussprechen kann: Fällt linear-polarisiertes Licht normal auf die glatte Fläche des Glasgitters, so hat die Polarisationsebene eines beliebig gebrochen-gebeugten Strahles zur jeweiligen Beugungsebene dieselbe Neigung, wie die des normal hindurchgehenden Strahles. Man erhält also die Polarisationsebene des gebeugten Strahles, wenn man die des normal durchgehenden Strahles um die durch den Beugungsort gehende Normale der jeweiligen Beugungsebene mit dem Beugungswinkel dreht.

Durch eigens zu diesem Zweck angestellte Beobachtungen überzeugte ich mich noch besonders von der allgemeineren Geltung dieses Gesetzes (§ 76 und 78 dieser Arbeit), so daß die

---

* K. Exner, Zur polarisierenden Wirkung der Lichtbeugung, *Wiedemanns Ann. d. Phys. u. Ch.* Bd. XLIX, p. 387—391, Leipzig 1893, p. 388.

folgenden, auf das Gesetz der isogonalen Polarisation bezüglichen Bemerkungen für den oben erwähnten Fall des reflektiert-gebeugten und des gebrochen-gebeugten Lichtes gleicherweise gültig sind.]

Faßt man die betrachtete Erscheinung als ein isogonales Vektorensystem auf, so läßt dieselbe nach den §§ 14—27 folgende Deutungen zu:

1. Nach der elastisch-festen Theorie:

Im §. 19 wurde erwiesen, daß eine einfallende linear-polarisierte elastische Störung, deren translatorische und rotatorische Oszillationen also aufeinander, und beide auf die Fortpflanzungsrichtung der einfallenden Störung senkrecht sind, im elastischen Raume zwei aufeinander orthogonale, isogonale Vektorensysteme erzeugt:

1) Ein isogonales Elongationssystem, dessen ausgezeichnete Achse die Fortpflanzungsrichtung der einfallenden Störung ist, dessen Symmetrieebene diese Richtung und die Elongation der einfallenden Störung enthält.

2) Ein isogonales Torsionssystem, dessen ausgezeichnete Achse dieselbe Fortpflanzungsrichtung ist, dessen Symmetrieebene diese Richtung und die Rotationsachse der einfallenden Störung enthält.

Man sieht, daß man hier vier verschiedene Annahmen machen kann, deren jede mit dem Gesetz der isogonalen Polarisation in Übereinstimmung ist:

a) Nimmt man an, der Lichtvektor sei mit der Elongation zu identifizieren, so kann dieselbe entweder parallel oder senkrecht zur Polarisationsebene vorausgesetzt werden; im ersten Falle ist die Symmetrieebene des isogonalen Elongationssystemes die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes; im zweiten Falle die dazu senkrechte Ebene.

b) Nimmt man an, der Lichtvektor sei mit der elastischen Torsion zu identifizieren, so kann selbe, nämlich deren Rotationsachse, ebenfalls entweder parallel, oder senkrecht zur Polarisationsebene vorausgesetzt werden; im ersten Falle ist die Symmetrieebene des isogonalen Rotationssystemes ebenfalls die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes; im zweiten Falle die dazu senkrechte Ebene.

2. *Nach der elektrisch-magnetischen Theorie:*

Im § 27 wurde erwiesen, daß eine einfallende linear-polarisierte elektro-magnetische Störung, deren elektrische und magnetische Kräfte also aufeinander und beide auf die Fortpflanzungsrichtung der einfallenden Störung senkrecht sind, im elektromagnetisch erregbaren Raume zwei, aufeinander orthogonale, isogonale Vektorensysteme erzeugt:

1) Ein isogonales elektrisches Vektorensystem, dessen ausgezeichnete Achse die Fortpflanzungsrichtung der einfallenden Störung ist, dessen Symmetrieebene diese Richtung und diejenige der einfallenden elektrischen Kraft enthält.

2) Ein isogonales magnetisches Vektorensystem, dessen ausgezeichnete Achse ebenfalls dieselbe Fortpflanzungsrichtung ist, dessen Symmetrieebene diese Richtung und diejenige der einfallenden magnetischen Kraft enthält.

Auch hier gibt es vier verschiedene Annahmen, deren jede mit dem Gesetz der isogonalen Polarisation vereinbar ist:

a) Identifiziert man die elektrische Kraft (oder deren Polarisationsmoment) mit dem Lichtvektor, so kann derselbe nach Belieben parallel oder senkrecht zu seiner Polarisationsebene angenommen werden; die Symmetrieebene des zugehörigen elektrischen isogonalen Systemes ist dann entweder die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes, oder die dazu senkrechte Ebene.

b) Identifiziert man die magnetische Kraft (oder deren Polarisationsmoment) mit dem Lichtvektor, so kann derselbe ebenfalls nach Belieben parallel oder senkrecht zu seiner Polarisationsebene angenommen werden; die Symmetrieebene des zugehörigen magnetischen isogonalen Systemes ist dann entweder die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes, oder die dazu senkrechte Ebene.

Es läßt demnach das Gesetz der isogonalen Polarisation an und für sich keine Entscheidung über die Lage des linear-polarisierten Lichtvektors zu seiner Polarisationsebene zu, ein Resultat, welches schon ROWLAND aus seinen rein theoretischen Formeln herauslas, § 13 dieser Arbeit.

Die theoretischen Voraussetzungen, welcher wir uns in den §§ 15, 16, 17; 19, 20, 21; ferner in § 27 bedienten, bestehen nur in der Annahme von einfach harmonischen elastischen oder elektro-

magnetischen Kugelwellen und benötigen durchaus keiner besonderen Hypothesen über die näheren Vorgänge an der Beugungsfläche, wo zwei Medien sehr verschiedener optischer Eigenschaft sich begrenzen können.

Hier haben wir noch hinzuzufügen, daß der in der Theorie als ursprünglich gegebene, also der als linear-polarisierte, einfallende Störung vorausgesetzte Strahl hier, bei reflektiert-gebeugtem Strahlensystem als der normal (regelmäßig) reflektierte Strahl aufzufassen ist; hingegen bei gebrochen-gebeugtem System als der normal durchgehende.

Anmerkung: Die Fälle der stereographisch-parallelen Polarisation bei dem Einfallsazimut $= 0^0$, bei den Einfallswinkeln $i = 80^0$, $56^0\,15'$, 30^0, die in den §§ 54, 55, 56; 61, 64 behandelt wurden, können, wie schon im § 56 erwähnt, geometrisch als solche isogonale Anordnungen aufgefaßt werden, deren ausgezeichnete Achse die Normale der reflektierenden Gitterfläche, deren Symmetrieebene die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes ist.

Um demnach auch diese Fälle mittels unserer isogonalen Vektorensysteme deuten zu können, braucht man nur anzunehmen, daß an der reflektierenden Gitterfläche eine solche sekundäre Erregung entsteht, deren elastischer Elongations- und Torsionsvektor in diese Ebene selbst, deren Fortpflanzungsrichtung also in die Gitternormale fällt; oder deren elektrischer und magnetischer Vektor in die Gitterebene selbst, deren Fortpflanzungsrichtung ebenfalls in die Gitternormale fällt; dabei bliebe die räumliche Intensitätsverteilung noch ganz beliebig.

Diese Voraussetzungen sind annehmbar, diese Deutung der stereographisch-parallelen Polarisation ist physikalisch nicht unwahrscheinlich; man kann sie ohne Schwierigkeit mittels Hypothesen weiterführen. Doch würde man auch bei dieser Auffassung aus diesem Gesetze allein keine andere Schlußfolgerung ziehen können, als aus dem der reinen isogonalen Polarisation.

Aber wir werden sehen, daß die Gesamtheit der bisher konstatierten Fälle der stereographisch-parallelen Polarisation in bezug auf die Lage des Lichtvektors linear-polarisierten Lichtes zu seiner Polarisationsebene zu einer von jeglicher Hypothese unabhängigen Schlußfolgerung zwingender Natur führt (§ 69).

C) Allgemeine Übersicht des Polarisationszustandes des aus linear-polarisiertem einfallendem Lichte entstandenen, von Glasgittern reflektiert-gebeugten räumlichen Strahlensystems. Zwingender Schluß: Der Lichtvektor ist senkrecht zu seiner Polarisationsebene. Geltungsbereich von Fresnels Reflexionsformeln. Unzulässigkeit von Stokes' irregulärer Reflexion.

Wir wollen nun daran gehen, die in den §§ 45—66 mitgeteilten Beobachtungsresultate zusammenzufassen und zu ergänzen, um einen allgemeinen Überblick auf den Komplex der hier betrachteten Erscheinungen zu gewinnen, die unter den in dieser Überschrift C) erwähnten Umständen entstehen, wenn dabei Einfallswinkel und Einfallsazimut ganz beliebig sind. Auch sollen nun auch mehrere zwingende Schlußfolgerungen, besonders die schon öfter, und zuletzt am Schlusse des vorigen § 66 erwähnte, gezogen werden (§ 69, 71, 72).

§ 67. Der Einfallswinkel ist beliebig. Die Polarisationsebenen der in der Einfallsebene gebeugten Strahlen liegen alle in der Einfallsebene oder senkrecht dazu, jenachdem das einfallende Licht in dieser Ebene oder senkrecht dazu polarisiert ist.

Diese Erfahrung wurde für einige Einfallswinkel schon von Arago und Fraunhofer, jedoch nur qualitativ festgestellt*; unsere in den §§ 54; 55; 61, 64 mitgeteilten und mittels des sechsten, elften, vierzehnten Projektionsbildes, Fig. 17, 24 und 27, dargestellten Beobachtungen erweisen die Richtigkeit unserer in der Überschrift ausgedrückten Behauptung für den ersten Fall in quantitativer Weise; ebenso erweisen dies für den zweiten Fall unsere in den §§ 46, 47, 48; 58; 59; 62 mitgeteilten und mittels des dritten, achten, neunten, zwölften Projektionsbildes, Fig. 12, 21, 22 und 25, dargestellten Beobachtungen, so weit sich diese auf in der Einfallsebene liegende gebeugte Strahlen beziehen.

Indes ergänzte ich die Beobachtung letzterer Strahlen durch direkte Untersuchung derselben zwischen den Grenzen des Ein-

* Man sehe § 1 dieser Arbeit.

fallswinkels $i = 0^0$ bis 85^0, und bei Erstreckung der Beobachtungen bis zu den äußersten Grenzen der in der Einfallsebene liegenden gebeugten Strahlen; es wurden noch solche Strahlen mit dem Beugungswinkel 130^0 beobachtet.

Ich unterlasse hier die Mitteilung von Zahlenangaben; doch sei gestattet, hier zu konstatieren, daß ich überall — mit Ausnahme des schon infolge der Lage des Polarisators ausgelöschten reflektiert-gebeugten Strahles (§§ 40, 42, 43) — die oben ausgesprochene Erfahrung bestätigt fand, und zwar mit demselben Grade der Genauigkeit, welchen die mitgeteilten quantitativen Beobachtungen zeigen.

Die Beobachtungen selbst geschahen mit den verschiedensten Glasgittern; unter anderen auch mit dem PALATINschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm; dabei wurde jede Gitterteilung in beiden Lagen benützt, § 33 u. 36, 3 u. 4.

Man muß demnach die in der Überschrift ausgedrückte Erfahrung als ein vom Gitterintervall und vom Brechungsindex der Glassubstanz des Gitters unabhängiges allgemeines Gesetz betrachten.

§ 68. Der Einfallswinkel ist beliebig. Einfallsazimut $= 90^0$. Stufenweiser Übergang der vollständigen symmetrisch-zirkumaxialen Polarisation in partiell-symmetrisch-zirkumaxiale und schließlich in isogonale Polarisation.

Fällt senkrecht zur Einfallsebene polarisiertes Licht auf die reflektierende Gitterfläche, so entstehen bei den Einfallswinkeln $i = 80^0$, $56^0\,15'$, $68^0\,45'$, $50^0\,00'$; $43^0\,45'$, 30^0 Strahlensysteme, deren Polarisationsrichtungen die Tabellen der §§ 46, 47, 48, 58, 59, 62 enthalten und die Projektionsbilder Nummer drei, acht, neun, zwölf, Fig. 12, 21, 22, 25, graphisch darstellen. Schon die Betrachtung dieser Bilder genügt, um sich eine Vorstellung darüber zu machen, wie sich der Polarisationszustand des Strahlensystems unter sonst gleichen Umständen bei Änderung des Einfallswinkels ändert; es tritt in der Tat die in der Überschrift genannte sukzessive Änderung ein; der Schluß ist das Auftreten der isogonalen Polarisation bei $i = 0$, § 65 u. 66, fünfzehntes Projektionsbild, Fig. 28.

Um nun die Grenzwerte des Einfallswinkels festzustellen, bei welchen noch vollständige Zirkumpolarisation auftritt, oder wenigstens noch beobachtet werden kann, erstreckte ich die Beobachtungen auf die hier möglichen weitesten Grenzen.

Es zeigte sich, daß selbst bei $i = 85^0$ in der Tat vollständige Zirkumpolarisation vorhanden war, deren Symmetrieachse in der Einfallsebene lag und mit dem einfallenden Strahl ungefähr den Winkel $2P + 13^0 = 125{,}5^0$, also mit der reflektierenden Fläche den Winkel von etwa $49{,}5^0$ bildete. Diese Beobachtung war eine qualitative: nämlich bei Untersuchung der um diese Symmetrieachse liegenden Strahlen konnte wie in § 45 konstatiert werden, daß das dieselben der Reihe nach stets auslöschende Nicol, während eines ganzen Umganges um diese Achse sukzessive ebenfalls um 360^0 gedreht werden mußte; wodurch eben die Zirkumpolarisation festgestellt wurde.

Bei Benützung der beiden Gitterintervalle des im vorigen Paragraphen erwähnten PALATINschen gekreuzten Glasgitters schien die Richtung der Symmetrieachse einen nur geringen Unterschied aufzuweisen.

Bei sukzessive kleinerem Einfallswinkel traten der Reihe nach die zu Anfang dieses Paragraphen erwähnten, quantitativ beobachteten Erscheinungen der zirkumaxialen Polarisation auf; der kleinste Einfallswinkel, bei welchem es mir noch gelang, in der eben erwähnten Weise eine vollständige zirkumaxiale Polarisation zu konstatieren, war $i = 40^0$; die in der Einfallsebene liegende Symmetrieachse bildet hier mit dem einfallenden Strahl ungefähr den Winkel $2P - 5^0 = 107{,}5^0$; also mit der reflektierenden Fläche den Winkel von etwa $22{,}5^0$. Die in letzterem Winkelintervall liegenden Strahlen haben sehr geringe Intensität und erschweren die Beobachtung ungemein.

Bei noch kleinerem Einfallswinkel kann keine vollständige, sondern nur eine partiell-symmetrische Zirkumpolarisation beobachtet werden, wie dies für $i = 30^0$ im § 62 das zwölfte Projektionsbild, Fig. 25, zeigt.

Es wäre ein Irrtum, anzunehmen, daß bei $i = 35^0$ und noch kleineren Einfallswinkeln eine Symmetrieachse der Anordnung der Polarisationsrichtungen noch vorhanden wäre, daß selbe etwa

noch näher zur reflektierenden Fläche gelegen wäre oder gar, wenigstens geometrisch, auf die andere Seite dieser Fläche treten würde, so daß also die rückwärtige Fortsetzung dieser Achse in der Einfallsebene, in dem zwischen dem einfallenden Strahl und der reflektierenden Fläche liegenden spitzen Winkelintervall aus dieser Fläche heraustreten würde. Aber weder das zwölfte, noch weniger das fünfzehnte Projektionsbild, Fig. 25 und 28, § 62 und 65, zeigt eine Spur einer solchen Symmetrieachse.

Es ist demnach, bei kleinerem Einfallswinkel als $i = 40^0$, ausgeschlossen, daß vollständige Zirkumpolarisation entstehe.

Zusammenfassung: Ändert man den Einfallswinkel des stets senkrecht zur Einfallsebene polarisierten, einfallenden Strahles von $i = 90^0$ bis 0^0, so zeigt der Polarisationszustand des reflektiert-gebeugten Strahlensystems anfänglich das allgemeine Gesetz der vollständigen symmetrischen zirkumaxialen Polarisation in der Weise, daß, wenn P den Polarisationswinkel der Gittersubstanz bedeutet, deren Symmetrieache mit dem einfallenden Strahl bei $i = 90$ den Winkel $2P + 15^0$ bildet, welcher nun stets kleiner und bei $i = P$ gleich $2P$ wird und etwa bei $i = 40^0$ den Grenzwert $2P - 5^0$ erreicht. Bei allen Werten $90^0 \geqq i \gtrapprox 40^0$ tritt vollständige, zirkumaxiale Polarisation auf. Bei noch kleiner werdendem i öffnet sich die bisher um die Symmetrieachse geschlossene Anordnung der Polarisationsrichtungen gegen den, dem regelmäßig reflektierten Strahle näher liegenden Teil der reflektierend-beugenden Fläche, und es kann sich nur partiell-symmetrische Polarisation bilden, die sich von der vollständigen Zirkumpolarisation immer mehr und mehr unterscheidet, und schließlich bei normaler Inzidenz in die isogonale Polarisation übergeht.

Man bemerkt, daß in diesem allgemeineren Fall meine im § 45 ausgesprochene Vermutung nicht so genau zutrifft, wie dort; die Vermutung war nämlich, daß die Symmetrieachse in die Richtung desjenigen reflektiert-gebeugten Strahles falle, welcher bei der zur Einfallsebene senkrechten Lage der Polarisationsebene des Polarisators ausgelöscht oder doch sehr verdunkelt er-

scheint. Es müßte dann, gemäß dem Gesetze des Extinktionskegels, §§ 40—43, diese Achse mit dem einfallenden Strahl stets den Winkel $2P$ bilden; indes weicht derselbe von diesem Wert um die von $+15^0$ bis -5^0 abnehmende Differenz ab.

Andrerseits, wenn man die Richtung des unter dem Einfallswinkel $i = P$ regelmäßig reflektierten Strahles mit den soeben erwähnten Grenzwerten der Richtung der Symmetrieachse vergleicht, so erhält man folgende Differenzen:

$$\tfrac{1}{2}\pi + P - (2P + 15^0) = \tfrac{1}{2}\pi - P - 15^0,$$
$$40^0 + P - (2P - 5^0) = 45^0 - P.$$

Für $P = 56^0 15'$ werden dieselben $+18^0 45'$ und $-11^0 15'$, welche also zeigen, daß während des Intervalles $i = 90^0$ bis 40^0 die Symmetrieachse in der Einfallsebene mit der reflektierenden Fläche die Winkel von $52{,}5^0$ bis $22{,}5^0$ bildet. Da jedoch die hier gegebenen Grenzwerte nur ungenaue Annäherungen sein können, kann man wenigstens so viel sagen, daß die Regel des Extinktionskegels, auch hier, wenigstens im allgemeinen eine Orientierung in bezug auf die jeweilige Lage der Symmetrieachse gestattet.

§ 69. Der Einfallswinkel ist beliebig. Einfallsazimut $= 0^0$. Allgemeine Geltung des Gesetzes der stereographisch-parallelen Polarisation. Zwingende Schlußfolgerung: Der erregende Lichtvektor kann nur senkrecht zu seiner Polarisationsebene gerichtet zein.

Fällt in der Einfallsebene polarisiertes Licht auf die reflektierende Gitterfläche, und ändert man bei dieser Anordnung nur den Einfallswinkel und zwar von $i = 90^0$ bis $i = 0$, so zeigt das dabei entstehende reflektiert-gebeugte Strahlensystem in bezug auf seine Polarisationsverhältnisse in sehr genügender Annäherung das Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation. Dasselbe ist im allgemeinen äquivalent einem auf die Gitternormale und auf die einfallende Polarisationsebene bezogenem isogonalem Richtungssystem, welches für $i = 0$ in das Gesetz der isogonalen Polarisation übergeht.

Diese Erfahrungstatsache findet in den Tabellen der §§ 54, 55, 61, 64, 65, ferner im sechsten, elften, vierzehnten und fünfzehnten Projektionsbild, Fig. 17, 24, 27 und 28 ihren Ausdruck.

Dieselbe ist wohl eine der merkwürdigsten und einfachsten Eigenschaften des Polarisationszustandes der unter den obenerwähnten Umständen entstandenen Strahlensysteme; dieselbe drückt aus, daß dieser Zustand vom Einfallswinkel des in der Einfallsebene polarisiert einfallenden Lichtes und vom Furchenintervall der reflektierend-beugenden Gitterfläche unabhängig ist.

Aus dieser Erfahrungstatsache, welche von jeglicher hypothetischen Anschauung völlig unabhängig ist, folgt mit zwingender Notwendigkeit eine interessante Schlußfolgerung, zu welcher wir in folgender einfacher Weise gelangen:

A) Der Lichtvektor eines linear-polarisierten Strahles kann infolge der Erfahrungsgesetze der Interferenz polarisierten Lichtes nur normal zur Fortpflanzungsrichtung des Strahles angenommen werden; der Vektor liegt entweder in seiner Polarisationsebene oder senkrecht dazu; dies ist eine bekannte zwingende Schlußfolgerung ganz ausschließender Natur.

B) Der Lichtvektor eines in der Einfallsebene polarisierten, auf die reflektierend-beugende Glasfläche fallenden Strahles erzeugt im reflektiert-gebeugten Strahlensystem eine stereographisch-parallele Anordnung der Polarisationsrichtungen, welche vom Einfallswinkel unabhängig ist.

C) Der an der reflektierend-beugenden Fläche einfallende, erregende Lichtvektor muß daher bei dieser Erscheinung in bezug auf diese Fläche eine solche Lage und Richtung haben, welche vom Einfallswinkel unabhängig, also für alle Einfallswinkel dieselbe ist.

Dieser Bedingung ganz zwingender Natur kann man nur in einer einzigen Weise Genüge leisten: nämlich nur unter der Voraussetzung, daß in allen hier vorkommenden Fällen gleicher Polarisationsanordnungen des reflektiert-gebeugten Strahlensystems der einfallende, erregende Vektor stets

parallel der reflektierend-beugenden Fläche, also stets in dieser Fläche selbst liegen müsse.

Es ist daher nur so möglich, unabhängig von jeglicher besonderen Hypothese, ein allgemeines physikalisches Bild dieser merkwürdigen charakteristischen Erscheinungen zu konstruieren, wenn man annimmt, daß die Licht erregende Ursache im Falle linear-polarisierten einfallenden Lichtes ein zu diesem Strahl und zu dessen Polarisationsebene senkrechter Vektor ist.

Will man den Lichtvektor mit einer elastischen Elongation oder einer elastischen Rotation identifizieren; oder mit einer elektrischen oder einer magnetischen Störung, dann sind die in § 66 angeführten Überlegungen zu beachten. —

[Anmerkung in bezug auf die analoge Erscheinung im gebrochen-gebeugten Licht: Dieselbe zwingende Schlußfolgerung.

1. Im § 80 werde ich diejenigen qualitativen Untersuchungen mitteilen, die sich auf gebrochen-gebeugte Strahlensysteme beziehen, welche aus in der Einfallsebene polarisiertem Lichte entstehen, wenn die Beugung aus Glas in Luft vor sich geht. Es tritt hier dieselbe Erscheinung auf: nämlich stereographisch-parallele Polarisation, die vom Einfallswinkel unabhängig ist: daraus folgt dieselbe zwingende Schlußfolgerung wie oben.

2. In §§ 91—94 wird von denjenigen qualitativen Untersuchungen die Rede sein, welche ich mit Beugung in nahezu demselben optischen Mittel anstellte, welche gewissermaßen eine ganz wesentliche Verallgemeinerung der diesbezüglichen Beobachtungen K. Exners* bilden: fällt nämlich in der Einfallsebene polarisiertes Licht unter beliebigem Einfallswinkel auf eine Gitterfläche, zu deren Seiten Medien von nahezu demselben mittleren Brechungsindex sich befinden, so erweisen meine Beobachtungen an dem so entstandenen reflektiert-gebeugten und gebrochen-gebeugten räumlichen Strahlensystem, daß dessen Polarisationsrichtungen stets eine solche zirkumaxiale

* K. Exner: Zur polarisierenden Wirkung der Lichtbeugung. *Wiedemanns Ann. d. Phys. u. Chem.* Bd. XLIX, p. 387—391; Leipzig 1893.

Anordnung besitzen, deren Symmetrieachse für beide Strahlensysteme immer dieselbe ist, nämlich die durch den Beugungsort gehende, zur einfallenden Polarisationsebene senkrechte Gerade, die also bei jedem Einfallswinkel in der Gitterfläche liegt.

Auch hieraus muß dieselbe zwingende Schlußfolgerung wie oben folgen, § 91 u. 93.]

§ 70. Der allgemeinste Fall: Einfallswinkel und Einfallsazimut beliebig. Stufenweiser, im allgemeinen nicht symmetrischer Übergang der vollständigen zirkumpolaren Polarisation in die Erscheinungen der stereographisch-parallelen Polarisation.

Um den Verlauf der nun ganz allgemeinen Erscheinung besser übersehen zu können, wollen wir die Resultate unserer Beobachtungen in der Reihenfolge betrachten, welche sich ergibt, wenn man vom Falle des § 45 ausgeht, wo nämlich senkrecht zur Einfallsebene polarisiertes Licht unter dem Polarisationswinkel des Glases einfällt; nun verändere man Einfallswinkel und Einfallsazimut.

Ändert man nur den Einfallswinkel, dann gelten die in § 68 zusammengefaßten Erfahrungen; ändert man nur das Einfallsazimut, dann haben die in den §§ 50—57 mitgeteilten Erfahrungen Geltung. Würde man nun beide Argumente gleichzeitig ändern, so müßte man auf solche Erscheinungen gefaßt sein, welche die erwähnten beiden Erfahrungen miteinander verbunden zeigen.

Die direkten quantitativen Beobachtungen der §§ 60, 63 bestätigen diese Erwartung. Man kann den Verlauf der entstehenden Erscheinungen etwa in folgender Weise beschreiben:

I. Ändert man den Einfallswinkel in stetiger Weise, dann entfernt sich die Symmetrieachse der zirkumaxialen Polarisation langsam von der Richtung des unter dem Polarisationswinkel regelmäßig reflektierten Strahles, wie schon in § 68 erwähnt; bleibt aber unterdessen stets in der Einfallsebene, so lange überhaupt eine solche Symmetrieachse zustande kommt.

Wenn man nun von der Lichtquelle aus auf die Ebene unserer stereographischen Zeichnungen blickt und dabei den Pola-

risator rechtsinnig (in der Richtung des Uhrenzeigerganges) langsam dreht, so bemerkt man, daß auch die erwähnten Symmetrieachsen, von der Lichtquelle aus gesehen, eine um den einfallenden Strahl rechtsinnige Drehung vollziehen, so wie dies für die Fälle $i = P$ und $i = 80^0$ in § 50, 52 und 60, das vierte und fünfte, und das zehnte Projektionsbild, Fig. 14, 15 und 23, darstellt.

(Diese Regel gibt uns auch, wenigstens in den allgemeinsten Zügen, das Gesetz des Extinktionskegels; nämlich derjenige reflektiert-gebeugte Strahl, welcher bei beliebigem Einfallswinkel und beliebigem Einfallsazimut, mit freiem Auge betrachtet, ausgelöscht oder am meisten verdunkelt erscheint, liegt in der Richtung der zu diesem Falle gehörenden Symmetrieachse der Anordnung der Polarisationsrichtungen).

Setzt man die Drehung des Polarisators fort, so hört die bisher noch vollständige zirkumaxiale Polarisation auf, vollständig zu sein, und die immer dem näheren Rande der Gitterfläche zu geöffnete partiell-zirkumaxiale Polarisation geht schließlich in die stereographisch-parallele Polarisation über, wenn das Einfallsazimut gleich Null geworden ist.

II. Wenn der Einfallswinkel kleiner ist als 40^0, wenn also bei zur Einfallsebene senkrecht polarisiertem einfallenden Strahl vollständige zirkumaxiale Polarisation nicht entstehen kann, § 68, dann ist die Anordnung der Polarisationsrichtungen eine partiell-zirkumaxiale, welche eine Zwischenstufe zwischen der vollständigen zirkumaxialen und der stereographisch-parallelen Anordnung bildet.

Dreht man nun die ursprünglich zur Einfallsebene senkrechte Polarisationsebene des Polarisators in der, unter I. erwähnten Weise und zwar stufenweise, bis dieselbe in die Einfallsebene zu liegen kommt: so zeigt bei der dabei ebenso auftretenden Drehung der Erscheinung dieselbe nacheinander die partielle, asymmetrische zirkumaxiale Polarisation (siehe z. B. das dreizehnte Projektionsbild, § 63, Fig. 26), und zwar in immer größerer Annäherung zur stereographisch-parallelen Polarisation, und schließlich diese selbst.

Dies sind die allgemeinen Züge unserer Erscheinungen; dieselben genügen, um sich eine allgemeine Vorstellung über deren

Verlauf machen zu können. Etwaige spätere Untersuchungen und Ergänzungen werden den so erkannten allgemeinen Charakter der Polarisation dieser Strahlensysteme nicht ändern können.

§ 71. Die Polarisationsazimute der von Glasgitterflächen regelmäßig reflektierten Strahlen stimmen bis an die äußerste Grenze des Gitterintervalles mit FRESNELS Reflexionsformeln überein und bilden keine Ausnahme im reflektiert-gebeugten Strahlensystem. Tabelle XIXa und XIXb.

Die in der Überschrift dieses Paragraphen angedeuteten Beobachtungen und deren Vergleichung mit der gewöhnlichen FRESNELschen Reflexionsformel ist in den Tabellen XIXa und XIXb enthalten.

In denselben bedeuten die Zeichen ♯, bezüglich ⧺, daß in den so bezeichneten Rubriken bei Benutzung des gekreuzten PALATINschen Glasgitters, § 33, das Furchensystem mit dem Intervalle 0,5 mm, bezüglich mit dem Intervalle 0,001 160 mm parallel zur Einfallsebene gerichtet ist; jedes System wurde in zwei voneinander um 180° verschiedenen Lagen benützt.

Ferner bedeutet hier ψ das von der Einfallsebene ab gerechnete Polarisationsazimut des einfallenden Strahles und φ das ebenso gerechnete beobachtete Azimut des regelmäßig reflektierten Strahles; φ_{calc} das nach FRESNELS Formel:

$$\operatorname{tg} \varphi_{calc} = - \operatorname{tg} \psi \frac{\cos (i + r)}{\cos (i - r)}$$

zu erwartende Azimut des letzteren Strahles, wobei i der Einfalls-, r der Brechungswinkel ist und

$$\sin i = n \sin r; \qquad n = \operatorname{tg} P.$$

Die Beobachtungen konnten infolge der beträchtlichen Intensität der untersuchten Strahlen mit großer Schärfe angestellt werden; sie zeigen, daß bei den um je 180° verschiedenen Lagen der Furchensysteme, ebenso wie bei den verschiedenen Furchensystemen selbst, die Polarisationsazimute der regelmäßig-reflektierten Strahlen untereinander keine wesentlichen Unterschiede aufweisen, so lange der Einfallswinkel derselbe ist. In jedem

Tabellen XIXa und XIXb.

Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute der vom Palatinschen gekreuzten Glasgitter mit den Intervallen 0,5 mm und 0,001 160 mm regelmäßig reflektierten Strahlen bei verschiedenen Einfallswinkeln. Vergleichung derselben mit Fresnels gewöhnlicher Reflexionsformel.

Brechungsindex: $n = \operatorname{tg} P = \operatorname{tg}\ 56^\circ 15' = 1{,}4963$;
Einfallsazimut: $\psi = 44^\circ 20'$.

Tabelle XIXa. Geordnete Mittelwerte der beobachteten Polarisationsazimute.

i	φ	$\dot{\varphi}$	$\dot{\varphi}$	$\overset{*}{\varphi}$	$\overset{*}{\dot{\varphi}}$	$\overset{*}{\dot{\varphi}}$	Mittelwert φ
15°	— 41°26′	— 41°32′	— 41°29′	— 41°59′	— 42°01′	— 42 00′	— 41°45′
25	— 36 11	— 35 37	— 35 54	— 36 47	— 36 56	— 36 52	— 36 23
35	— 28 10	— 27 46	— 27 58	— 28 18	— 28 47	— 28 33	— 28 16
45	— 16 31	— 16 05	— 16 18	— 16 49	— 16 53	— 16 51	— 16 35
55	— 2 02	— 1 37	— 1 50	— 1 53	— 2 11	— 2 02	— 1 56
65	+ 13 19	+ 13 25	+ 13 22	+ 13 10	+ 13 16	+ 13 13	+ 13 18
75	+ 26 57	+ 27 00	+ 26 59	+ 26 47	+ 27 04	+ 26 56	+ 26 58
85	+ 38 50	+ 39 04	+ 38 57	+ 38 54	+ 39 00	+ 38 57	+ 38 57

Tabelle XIXb. Vergleichung der Mittelwerte mit Fresnels Reflexionsformel.

i	$\varphi_{calc.}$	$\varphi - \dot{\varphi}_{calc.}$	$\varphi - \overset{*}{\varphi}_{calc.}$	$\varphi - \varphi_{calc.}$
15°	— 41°39′	— 0°10′	+ 0°21′	+ 0°06′
25	— 36 34	— 0 40	+ 0 18	— 0 11
35	— 28 14	— 0 16	+ 0 19	+ 0 02
45	— 16 26	— 0 08	+ 0 25	+ 0 09
55	— 1 54	— 0 04	+ 0 08	+ 0 02
65	+ 13 12	— 0 10	— 0 01	— 0 06
75	+ 26 52	— 0 07	— 0 04	— 0 06
85	+ 38 44	— 0 13	— 0 13	— 0 13

Falle aber stimmen sie in genügender Weise mit Fresnels Reflexionsformel überein; ja es muß die Übereinstimmung der aus den je vier reflektierten Strahlen gleicher Richtung gewonnenen Mittelwerte als eine sehr gute bezeichnet werden.

Damit ist nicht nur eine von mir schon vor nahezu dreißig

Jahren gefundene Tatsache aufs neue erhärtet*, sondern es ist damit auch der Geltungsbereich derselben bis auf die äußersten Grenzen der herstellbaren Glasgitterintervalle erweitert. Nun ist aber hier 0,001160 mm die untere Grenze des Intervalles für Glasgitter, und da die eigentlichen Furchen selbst doch noch eine, im Verhältnis zu diesem Intervall nicht zu vernachlässigende Breite haben, so kann man hier ganz bestimmt behaupten, daß FRESNELS Reflexionsformel selbst noch für so schmale Flächenstreifen reflektierenden Glases gilt, die nicht breiter als 0,001 mm sind.

Anmerkung. Wir haben hier noch eine einfache, wichtige Eigenschaft der regelmäßig-reflektierten Strahlen zu erwähnen, nämlich die, daß ihr Polarisationszustand im reflektiert-gebeugten Strahlensystem durchaus keinen Ausnahmefall bildet. Schon aus meinen oben erwähnten Beobachtungen, ebenso aus den Untersuchungen W. KÖNIGS**, in welchen in der Reihenfolge der beobachteten gebeugten Strahlen auch die regelmäßig-reflektierten untersucht wurden, erhellt diese, auch dort schon erwähnte Tatsache; meine in vorliegender Arbeit mitgeteilten Beobachtungsreihen und Projektionsbilder lassen es ganz deutlich erkennen, daß die Polarisationsrichtungen des reflektiert-gebeugten Strahlensystems nirgends Diskontinuität zeigen, und daß der regelmäßig-reflektierte Strahl, vorausgesetzt seine Intensität ist von Null verschieden, sich in dieser Beziehung ganz und gar wie jeder andere Strahl des gebeugten Systems verhält.

Man kann daher sagen: Der regelmäßig-reflektierte Strahl, wie groß oder wie gering seine Intensität auch sein möge, bildet in bezug auf seinen Polarisationszustand durchaus keine Ausnahme im System der gesamten reflektiert-gebeugten Strahlen, sondern fügt sich den Polarisationsverhältnissen dieses Systems dem Erfahrungsprinzipe der Kontinuität gemäß ein.

---

* I. FRÖHLICH, Die Polarisation des gebeugten Lichtes, *Wiedemanns Ann. d. Phys. u. Chem.* Bd. I, p. 332, 1877.

** W. KÖNIG, Über die elliptische Polarisation des reflektiert-gebeugten Lichtes, *Wiedemanns Ann. d. Phys. u. Chem.* Bd. XVII, p. 1016—1036, 1882; p. 1027, 2).

§ 72. Experimentelle Darstellung von reinen regelmäßigen Reflexionserscheinungen, die analoge Polarisationsverhältnisse zeigen, wie die von Glasgittern reflektiert-gebeugten Strahlen. Unzulässigkeit der STOKESschen „irregulären Reflexion".

1. Ein von einer intensiven Lichtquelle herrührendes Bündel nahezu paralleler Strahlen ging durch den Polarisator und passierte ein dahinter aufgestelltes kleines Diaphragma mit kreisförmiger Offnung. Der von hier aus schwach divergierende Strahlenkegel fiel in einiger Entfernung auf ein starkes, achromatisches Kondensorsystem und trat aus demselben als stark konvergierender, polarisierter Strahlenkegel aus.

Wir nennen den längs der geometrischen Achse dieses Kegels fortschreitenden Strahl den Hauptstrahl dieses Kegels.

Untersucht man nun das Polarisationsazimut der einzelnen Strahlen dieses Kegels, so findet man, daß in bezug auf eine den Hauptstrahl und einen beliebigen Strahl enthaltende Ebene die Azimute beider Strahlen nahezu gleich sind; diese Erfahrung ist selbst bei einer Kegelöffnung von 45° in Geltung.

Man bemerkt sofort, daß diese einfache Eigenschaft nichts anderes als das Gesetz der reinen isogonalen Polarisation ausdrückt, so, wie selbe bei normaler Inzidenz auf die reflektierende Gitterfläche auftritt, § 65; der Gitternormale, also dem dort regelmäßig reflektierten Strahle entspricht hier der Hauptstrahl; die Symmetrieebene der isogonalen Anordnung ist in beiden Fällen die Polarisationsebene des Polarisators.

2. Läßt man den wie unter 1. hergestellten Strahlenkegel auf eine eben geschliffene schwarze Glasplatte und zwar in der Weise fallen, daß die Spitze des Kegels an die reflektierende Fläche komme, ferner daß der Einfallswinkel des Hauptstrahles gleich sei dem Polarisationswinkel der Glassubstanz der reflektierenden Platte und daß schließlich die Polarisationsebene dieses Hauptstrahles senkrecht sei zu dessen Einfallsebene: dann ist der mittlere Teil des reflektierten Strahlenkegels sehr dunkel, während die in der Nähe des Kegelrandes liegenden Strahlen, mit dem Analysator untersucht, alle Eigenschaften der voll-

ständigen zirkumpolaren Polarisation (§ 45, 46 und 47, drittes Projektionsbild, Fig. 12) aufweisen.

Es muß hier sofort bemerkt werden, daß dies zu erwarten war. Ich überzeugte mich durch direkt zu dem Zwecke angestellte Versuche, daß hier die gewöhnlichen FRESNELschen Reflexionsformeln für jeden einzelnen regelmäßig-reflektierten Strahl Geltung haben; rechnet man nun in der gewöhnlichen Weise die Lage der Randstrahlen des hier reflektierten Strahlenkegels, so findet man bei Strahlen, die vom reflektierten Hauptstrahl keinen sehr großen Winkelabstand haben, für die Lage der Polarisationsrichtungen einen Ausdruck, welcher zu dem des Gesetzes der zirkumpolaren Polarisation große Analogie hat und ebenfalls eine im allgemeinen zirkumaxiale Anordnung ergibt.

3. Stellt man den in 2 erwähnten Versuch bei anderem Einfallswinkel und anderem Einfallsazimut des Hauptstrahles an, so weist die Polarisation der einzelnen Strahlen des reflektierten Kegels im allgemeinen dieselben Eigenschaften auf, welche die in der Umgebung des regelmäßig-reflektierten Strahles fortschreitenden reflektiert-gebeugten Strahlen zeigen.

Damit ist die in der Überschrift dieses Paragraphen angezeigte Anologie experimentell dargestellt; die Wiedergabe der algebraischen Berechnung nach FRESNELS Reflexionsformeln würde hier etwas mehr Raum beanspruchen; dieser Grund, und auch der im folgenden Punkt 4 erwiesene Umstand, daß zwischen den in diesem Paragraphen betrachteten Erscheinungen nur eine beschränkte Analogie, aber durchaus keine Identität bestehen kann, veranlaßt mich, die angedeuteten Rechnungen hier fortzulassen.

4. Die STOKESsche „irreguläre Reflexion“ ist unzulässig.

Die unter 1., 2. und 3. angeführten Versuche wecken unwillkürlich die Vermutung, daß die mit Reflexion verbundene Beugung ein dem obigen identischer oder doch wenigstens sehr analoger Vorgang sei: nämlich, daß, nach STOCKES' Auffassung, § 3 und 46, Fußnote, das einfallende Licht, bevor es die reflektierend-beugende Gitterfläche erreicht, infolge der Beugung in divergierende Partialstrahlen zerfällt, deren Polarisation entweder gleichförmig bleibt oder sich dem STOKESschen Kosinusgesetze an-

schmiegt, § 3; diese Partialstrahlen werden dann von der reflektierend-beugenden Fläche in regelmäßiger Weise reflektiert.

Unseren in den Punkten 1, 2 und 3 dieses Paragraphen erwähnten Versuchen zufolge kann eine derartige Auffassung nur für in der nahen Umgebung des regelmäßig reflektierten Strahles fortschreitende reflektiert-gebeugte Strahlen gelten und auch für solche nur in der ersten Annäherung; aber für Strahlen, die vom ersterwähnten Strahl größeren Winkelabstand haben, widerspricht diese Auffassung völlig den Erfahrungstatsachen: Dies erweisen insbesondere die Fälle der normalen Inzidenz, § 39, 43 u. 65.

Es wurde nämlich dort ganz speziell festgestellt, daß bei linearpolarisiertem, normal einfallendem Licht (§ 43 u. 65) von den reflektiert-gebeugten Strahlen, dieselben mit freiem Auge betrachtet, kein einziger verschwindet (ausgelöscht erscheint), ferner daß nur die in der Polarisationsebene des einfallenden Strahles liegenden reflektiert-gebeugten Strahlen in dieser Ebene polarisiert sind. Wäre jedoch die STOKESsche Auffassung richtig, so müßte jeder reflektiert-gebeugte Strahl der jeweilige regulär-reflektierte Strahl eines derjenigen Partialstrahlen sein, in welche der einfallende zerfällt, bevor er die reflektierende Fläche erreicht; es müßte also jeder reflektiert-gebeugte Strahl, der mit dem normaleinfallenden den Polarisationswinkel P bildet, im allgemeinen in seiner eigenen Beugungsebene (Meridianebene) polarisiert sein, oder wenn er in der zur Polarisationsebene des einfallenden, Strahles senkrechten Ebene liegt, ausgelöscht erscheinen; aber weder das eine noch das andere tritt ein.

Ebenso wurde in § 39 erwiesen, daß bei normal einfallendem unpolarisierten (natürlichen) Lichte kein einziger der reflektiert-gebeugten Strahlen auch nur eine Spur von Polarisation zeigt; wäre hier STOKES' Hypothese richtig, so müßten alle reflektiert-gebeugten Strahlen, welche mit der Gitternormale den Winkel P bilden, aus Reflexion solcher Partialstrahlen entstehen, welche mit dieser Normale ebenfalls den Winkel P bilden; es müßten demnach alle diese gebeugten Strahlen, jeder in seiner Beugungsebene (Meridianebene) polarisiert sein;

dem widerspricht aber die soeben genannte Erfahrung vollständig.

Man kann daher den Polarisationszustand des reflektiert-gebeugten Lichtes streng genommen durchaus nicht nach der Auffassung der STOKESschen irregulären Brechung (§ 3; § 46 Fußnote), als „irreguläre Reflexion" betrachten, sondern als einen solchen, gewiß komplizierten Vorgang, bei welchem der Erregungszustand der sekundären Erregungsräume durch die Natur des einfallenden Lichtes, durch den Einfallswinkel und durch die optischen Konstanten der reflektierend-beugenden Substanz bestimmt wird; man kann diesen Vorgang wohl die allgemeinere Brechung und die allgemeinere Reflexion nennen.

Dieser Erregungszustand entsteht gleichzeitig bei jeder Refraktion und bei jeder Reflexion und zwar ebenso an der brechenden wie an der reflektierenden Seite der beugenden Grenzfläche; der Zustand selbst kann wohl nur indirekt, durch Beobachtung des Polarisationszustandes der von solchen sekundären Erregungszentren ausgehenden Lichtstrahlen untersucht werden.

Bei der gewöhnlichen regelmäßigen Reflexion und Refraktion durch eine glatte ebene Grenzfläche offenbart sich die Wirkung dieses Erregungszustandes nur längs des regulär reflektierten und des regulär gebrochenen Strahles; erfahrungsgemäß bleibt der Polarisationszustand dieser Strahlen ungeändert, wenn auch die regelmäßige Reflexion von so enggefurchten Gittern geschieht, deren reflektierende Streifen nicht breiter als etwa 0,001 mm sind, § 71. Aber durch die Furchung entsteht Beugung, welche in den in § 35—70 mitgeteilten Erscheinungen in bezug auf den erzeugten Polarisationszustand der gebeugten Strahlen, vom Gitterintervall und von der Intensität der gebeugten Strahlen im allgemeinen unabhängig sind: aber die Intensität dieser gebeugten Strahlen ist bei größerer Ausdehnung der reflektierenden Fläche unmerklich, und eben die Furchung macht den in den verschiedenen Strahlungsrichtungen immer vorhandenen Polarisationszustand dadurch erkennbar und beobachtbar, daß die durch die Furchung so hervorgerufene Beugung in geeigneter Weise in jeder Richtung einen gebeugten Strahl von genügender Intensität zustande bringt.

4. Qualitative Untersuchungen des Polarisationszustandes der an der Grenzfläche von Glas und Luft in Glas innen reflektiert-gebeugten, in Luft gebrochen-gebeugten und in Glas gebrochen-gebeugten Strahlensysteme.

§ 73. Über die an der Grenzfläche von Glas und Luft möglichen Beugungen überhaupt. Bedingungen zu deren einwandfreien Beobachtung: Halbkugel aus Glas.

I. Die Beugung an einer Glasgitterfläche kann vier verschiedene Strahlensysteme hervorufen:

1. und 2. Bei aus Luft auf die Gitterfläche fallendem Lichte entsteht 1. ein in Luft reflektiert-gebeugtes, 2. ein in Glas gebrochen-gebeugtes Strahlensystem;

3 und 4. Bei aus Glas auf die Gitterfläche fallendem Lichte entsteht 3. ein in Glas innen reflektiert-gebeugtes, 4. ein in Luft gebrochen-gebeugtes Strahlensystem.

Die Untersuchung des Systems 1 geschah in den §§ 28—72 vorliegender Arbeit. Zur genaueren, quantitativen Kenntnis der übrigen Strahlensysteme dürften ebenfalls nur ähnliche umfassende Beobachtungen führen; indes übersteigt die Ausführung derartiger messender Untersuchungen dieser übrigen drei Systeme 2, 3 und 4, sowie die mit deren Reduzierung verbundenen Rechnungen jedenfalls die Kräfte eines einzelnen Forschers.

Trotzdem schien es mir dringend wünschenswert, wenigstens vorläufig eine qualitative Orientierung in diesen Erscheinungen zu besitzen, einesteils weil das System 2 mit System 1 unmittelbar dadurch zusammenhängt, daß beide gleichzeitig infolge derselben erregenden Ursache auftreten; andernteils um bei System 3 und 4 im Gegensatz zu 1 und 2 den Einfluß der Vertauschung der Medien Luft und Glas konstatieren zu können.

Ich entschloß mich daher, vorerst eine qualitative Untersuchung der Systeme 2, 3 und 4 zu vollziehen, um damit auch darüber Einsicht zu gewinnen, in welcher Weise eine künftige ausführliche, quantitative Erforschung einzurichten sei.

II. Soll der Polarisationszustand des durch reine Beugung bei Wechsel des Mittels entstandenen Strahlensystems einwand-

frei untersucht werden können, so muß man dafür Sorge tragen, daß die Strahlen vor und nach der Beugung keinen solchen optischen Nebeneinwirkungen ausgesetzt seien, welche ihre Polarisation ändern können.

Bei dem oben erwähnten System 1 waren in dieser Beziehung keine besonderen Vorkehrungen nötig, da dort das Licht aus Luft auf die Gitterfläche fiel und von dort aus in Luft reflektiert-gebeugt wurde; bei den übrigen drei Systemen, nämlich bei System 2, 3 und 4 traten jedoch, planparallele Glasgitter vorausgesetzt, stets, und zwar entweder vor oder nach der Beugung, oder in beiden Fällen derartige störende Einwirkungen auf. Um dieselben überhaupt zu vermeiden oder auf ein Minimum herabzudrücken, benutzte ich eine von den Werkstätten Zeiss in Jena besonders zu diesem Zwecke angefertigte Halbkugel aus Borosilikatkronglas von etwa 4,5 cm im Durchmesser, dessen mittlererBrechungsindex nahezu 1,50 betrug, dessen Dispersion jedoch für mittlere Strahlen den geringen Wert $\frac{n-1}{\Delta n} = 66$ hatte.*

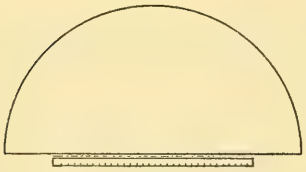


Fig. 29.

Ursprünglich hatte ich die Absicht, die ebene Fläche dieser Halbkugel mittels Diamantspitze mit Gitterfurchen zu versehen oder versehen zu lassen; indes behielt ich dies einem späteren Zeitpunkte vor, um vorher wenigstens die in den folgenden §§ 74—86 beschriebenen Versuche machen zu können.

Sollten die Systeme 2, 3 und 4 beobachtet werden, so wurden der Reihe nach verschiedene, dünnplattige Glasgitter mit ihrer ebenen, glatten Fläche mit Bein- oder Terpentinöl an die ebene Fläche der Halbkugel geklebt (Fig. 29): Halbkugel, Öl und Glasgitter hatten fast den gleichen mittlern Brechungsindex** und

---

* Genauere Angaben hierüber z. B. im Produktions- und Preisverzeichnis über optisches Glas, Glaswerk Schott und Genossen Jena, 1902.

** Das hier meistenteils benutzte Glasgitter hatte ein Intervall von 0,001 840 mm; der mittlere Brechungsexponent seiner Substanz betrug 1,5176; der der Glaskugel 1,5023, der des Terpentinöles etwa 1,48; die ersteren drei Daten bestimmte Herr P. Selényi.

die gefurchte Fläche des Gitters ging so nahe an dem Kugelmittelpunkte vorbei, daß die vom Mittelpunkte der Gitterfläche aus an die Kugelfläche gezogenen Strahlen nur unmerklich von der Richtung der vom Kugelmittelpunkte an die Kugelfläche gezogenen Strahlen abwichen.

In optischer Beziehung kann also diese Anordnung sehr nahezu als eine solche gelten, als ob die ebene Fläche der Halbkugel gefurcht wäre und als ob die gegen den Gittermittelpunkt zu durch die Kugelfläche, ebenso wie die von diesem Mittelpunkt ausgehenden, durch die Kugelfläche dringenden Strahlen nahezu normal zu dieser Fläche fortschreiten würden, und daher beim Durchschreiten derselben keine merkliche Änderung ihres Polarisationszustandes erleiden.

Die Halbkugel wurde nun auf einen ebenso konstruierten Zusatzapparat montiert, wie der in § 31, Fig. 7, beschriebene; derselbe wurde genau in derselben Weise in das Polarisatorrohr des Hauptapparates geschoben; dadurch konnte man in jeder gewünschten Richtung einen gebeugten Strahl genügender Intensität erhalten und genau so wie im reflektiert-gebeugten Lichte beobachten.

Es ist kaum nötig, ausdrücklich zu bemerken, daß bei den Beobachtungen der störende Einfluß des falschen Lichtes ganz vermieden wurde, und daß die Beobachtungen fast ausschließlich mit Sonnenlicht geschahen.

Im Folgenden beschränke ich mich nur auf die Wiedergabe der ganz unzweifelhaft festgestellten Erfahrungstatsachen, soweit dieselben zur allgemeinen Orientierung notwendig erscheinen. Man wird aber unter ihnen auch Gesetzmäßigkeiten sehr allgemeiner Natur und von großer Wichtigkeit finden.

§ 74. Das bei dem Grenzwinkel der totalen Reflexion entstehende reflektiert-gebeugte und gebrochen-gebeugte Strahlensystem. Experimentum crucis, daß gebrochen-gebeugtes Licht nicht aus dem regelmäßig gebrochenen Strahl entsteht.

I. Bevor ich die übrigen Versuche beschreibe, muß ich hier einen einfachen, wichtigen Versuch erwähnen, der die in der Über-

schrift dieses Paragraphen genannte Tatsache erhärtet. Der Grenzwinkel der totalen Reflexion ist bei unsern Glabsubstanzen zwischen 42° und 42,5°. Läßt man nun bei unserer Vorrichtung, Fig. 29, unter einem größern innern Einfallswinkel als diesem Grenzwinkel unpolarisiertes oder beliebig polarisiertes Licht auf die Gitterfläche fallen, so kann kein regelmäßig gebrochener Strahl entstehen, sondern nur ein regelmäßig, jetzt total reflektierter; trotzdem konnte man stets nicht nur im innen reflektiert-gebeugten Lichte, sondern auch im austretenden, gebrochen-gebeugten Lichte regelmäßig gebildete Spektra beobachten. Insbesondere war wahrzunehmen, daß die Intensität der reflektiert-gebeugten Spektra beträchtlich stärker wurde, die der gebrochen-gebeugten Spektra hingegen beträchtlich schwächer, wenn der innere Einfallswinkel den Grenzwinkel der totalen Reflexion überschritt.

II. Ich wiederholte nun diesen Versuch in verschiedener Anordnung, indem ich, um jedem Einwurf zu begegnen, die Hypotenusenfläche mehrerer rechtwinkliger Glasprismen mittels Diamantspitze furchte und dieselben dadurch in Gitterflächen von den verschiedensten Intervallen verwandelte; die Erscheinung selbst stellte ich sowohl subjektiv als auch objektiv dar; es fand sich aber stets die oben beschriebene Erfahrung.

III. Diese Tatsachen erweisen ganz unzweifelhaft, daß das in unserem Falle vorhandene durchgehend-gebeugte Licht unmöglich aus dem regelmäßig gebrochenen Strahl entstehen könne; es kann also diese Beugung unmöglich nach der Brechung zustandekommen.

Demnach kann die mit Brechung verbundene Beugung nur ein derartiger Vorgang sein, bei welchem die Brechung nicht vor der Beugung stattfinden kann, also entweder ein solcher, bei dem die Beugung und die damit verbundene Veränderung des Polarisationszustandes vor der Brechung vor sich geht, oder ein solcher allgemeinerer Brechungsvorgang, bei dem Brechung und Beugung gleichzeitig miteinander auftritt.

Wir werden bei Behandlung der Refraktionsbeugung aus Glas in Luft, § 81, Tatsachen anführen, die gegen die hier als erster Alternativfall erwähnte STOKESsche „irreguläre Brechung“ (§ 3 und 46, Fußnote, dieser Arbeit) sprechen.

§ 75. Reflexionsbeugung aus Glas an Luft in Glas. Art der Geltung der Gesetze des Polarkegels und des Extinktionskegels. Bemerkungen bei normaler Inzidenz. Art der Geltung des Gesetzes der zirkumpolaren und der zirkumaxialen Polarisation.

I. Unpolarisiertes (natürliches) Licht fiel normal durch die Kugelfläche auf den mittlern Teil der Gitterfläche und erlitt dort mit innerer Reflexion verbundene Beugung. Der Einfallswinkel betrug $P' = 90^0 - P$, wenn P den Polarisationswinkel der Glassubstanz bedeutet, in unserm Falle etwa $P' = 33{,}5^0$; dies ist also der innere Polarisationswinkel, welcher zu dem äußern P große Analogien aufweist. Die reflektiert-gebeugten, austretenden Strahlen wurden nun bei unverändertem Einfallswinkel, wie in § 35—39, mit Analysator beobachtet. Der regelmäßig reflektierte Strahl bildete hier mit dem einfallenden den Winkel von etwa $67{,}0^0$; nennt man nun Hauptpolarkegel diejenige Kegelfläche, deren Generatrix mit dem einfallenden Strahl den Winkel von $67{,}0^0$, mit seiner Fortsetzung den Winkel von $113{,}0^0$ bildet, so merkt man, daß derselbe seine äußere Kegelecke gegen diese Fortsetzung, seinen innern Körperwinkel gegen die Lichtquelle zu kehrt, also in dieser Beziehung sich umgekehrt verhält wie der Polarkegel bei äußerer Reflexion, § 35—37.

Es zeigten nun die Beobachtungen, daß im gegenwärtigen Fall dieser innere Polarkegel folgende Eigenschaften besitzt:

Die längs der Mantelfläche des innern Polarkegels fortschreitenden, innen reflektiert-gebeugten Strahlen zeigen sich um so mehr linear-polarisiert, je näher ihre Richtung zu der des regelmäßig reflektierten Strahles kommt; letzterer ist vollständig in der Einfallsebene polarisiert. Umgekehrt: je weiter diese Strahlen von dieser Richtung entfernt sind, um so weniger verschwinden sie beim Drehen des Analysators, sondern sie zeigen sich, wie die direkte Untersuchung mit dem Babinetschen Kompensator ergab, stets partiell (nicht elliptisch) polarisiert.

Man kann daher hier das Gesetz der innern Hauptpolarfläche nur mit den erwähnten Beschränkungen gelten lassen.

Bei allen andern Einfallswinkeln unpolarisierten Lichtes sind alle innen-reflektiert-gebeugten Strahlen mehr oder minder partiell polarisiert.

Bei normaler Inzidenz zeigen die um die Gitternormale liegenden innen reflektiert-gebeugten Strahlen keine merkliche Intensitätsänderung bei Drehung des Analysators, hingegen war bei größern Beugungswinkeln dieselbe schon wahrnehmbar; auch wurden diese Strahlen mittels BABINETs Kompensator untersucht, so daß man nun sagen kann:

Bei normaler Inzidenz natürlichen Lichtes auf ein Glasgitter sind vom innen reflektiert-gebeugten Strahlensystem die in der Nähe der Gitternormale fortschreitenden Strahlen unmerklich polarisiert; die stärker gebeugten Strahlen zeigen eine merkliche partielle Polarisation, während die rasant-gebeugten Strahlen fast ganz unpolarisiert sind.

II. Linear polarisiertes Licht fiel normal durch die Kugelfläche auf den mittlern Teil der Gitterfläche und zwar wieder unter dem innern Polarisationswinkel $P' = 33{,}5^0$ als Einfallswinkel. Die Beobachtung der nun ebenfalls innen-reflektiert-gebeugten Strahlen geschah wie in den §§ 40—43 mit freiem Auge. Nennt man hier die oben unter I. erwähnte Fläche den innern Extinktionskegel, so kann man als experimentell festgestellt betrachten:

Die längs der innern Extinktionsfläche fortschreitenden gebeugten Strahlen lassen sich durch Drehung des Polarisators umso besser auslöschen, je näher der jeweilige gebeugte Strahl dem regelmäßig reflektierten Strahle kommt; letzterer wird ganz ausgelöscht. Umgekehrt: Je weiter diese Strahlen vom regelmäßig reflektierten verlaufen, umso weniger können sie durch Drehung des Polarisators verdunkelt werden. Die direkte Untersuchung derselben mit BABINETs Kompensator zeigte ganz bestimmt, daß diese Strahlen elliptisch (nicht partiell) polarisiert sind, und zwar um so mehr, je größer der oben erwähnte Abstand ist.

Man kann demnach hier das Gesetz der Hauptextinktionsfläche nur unter den oben angegebenen Beschränkungen gelten lassen.

Bei allen andern Einfallswinkeln linear polarisierten Lichtes sind sämtliche, innen reflektiert-gebeugten Strahlen mehr oder minder elliptisch polarisiert.

Bei normaler Inzidenz linear polarisierten Lichtes auf ein Glasgitter zeigen die in der Nähe der Gitternormale verlaufenden Strahlen des innen reflektiert-gebeugten Strahlensystems bei Drehung des Polarisators keine Intensitätsänderung, hingegen ist selbe bei großen Beugungswinkeln schon merklich, doch tritt nirgends eine vollständige Auslöschung der gebeugten Strahlen ein; die rasant-gebeugten Strahlen zeigen indes keine merkliche Intensitätsänderung.

In bezug auf den Polarisationszustand dieser Strahlen siehe § 77, 2 und 79, 1.

III. Die unter I und II erwähnten Erfahrungen ließen es als wahrscheinlich erscheinen, daß in diesem Falle der Reflexionsbeugung aus Glas an Luft in Glas das Gesetz der zirkumaxialen Polarisation auftreten dürfte. Die bei dem Einfallsazimute 90^0 und dem innern Einfallswinkel $P' = 33{,}5^0$ entstandenen, innen reflektiert-gebeugten Strahlen zeigen bei der Untersuchung um den regelmäßig reflektierten (jetzt ausgelöschten) Strahl in dessen Umgebung vollständige zirkumpolare Polarisation; entferntere Strahlen sind, wie oben in II erwähnt, elliptisch polarisiert.

Ändert man den Einfallswinkel und das Einfallsazimut in geeigneter Weise, so erhält man ohne Schwierigkeit Strahlensysteme, welche in der nahen Umgebung einer jeweiligen Symmetrieachse gute, vollständige oder partielle, symmetrische oder asymmetrische zirkumaxiale Polarisation zeigen.

Der Verlauf und die Polarisationsverhältnisse dieser Systeme sind sehr analog denjenigen der in Luft reflektiert-gebeugten Strahlen [§ 45—50, 58, 59 usw.], im übrigen siehe § 83.

§ 76. Normale Inzidenz unpolarisierten und linearpolarisierten Lichtes: Refraktionsbeugung aus Glas in Luft. Übereinstimmung mit denselben Fällen bei Reflexionsbeugung aus Luft an Glas in Luft.

I. Einfallendes natürliches Licht. Beobachtung mit Analysator.

Die gewölbte Fläche der Glashalbkugel ist gegen den normal einfallenden Strahl unpolarisierten Lichtes gerichtet; derselbe gelangt nahezu ungebrochen bis an die Gitterfläche der Vorrichtung, Fig. 29, und tritt dann aus Glas unmittelbar als System gebeugter Strahlen in Luft.

Die besonders zu diesem Behufe mit Sorgfalt angestellten Beobachtungen ergaben mit voller Sicherheit, daß bei Drehung des Analysators kein einziger der so entstandenen gebrochengebeugten Strahlen, selbst nicht die rasant-gebeugten, auch nur eine Spur von Intensitätsänderungen zeigten; es bestehen also alle diese in Luft gebrochen-gebeugten Strahlen ausnahmslos aus unpolarisiertem (natürlichem) Licht.

Diese Erfahrungstatsache steht in völliger Übereinstimmung mit der in Punkt 2 des § 39 konstatierten Erfahrung, die bei normaler Inzidenz natürlichen Lichtes und Reflexionsbeugung aus Luft an Glas in Luft so charakteristisch auftritt.

Anmerkung: Auch bei schiefer Inzidenz natürlichen Lichtes gilt hier im allgemeinen dasselbe Gesetz.

II. Einfallendes linearpolarisiertes Licht. Beobachtung mit freiem Auge.

Die Lage der Vorrichtung, Fig. 29, ist dieselbe wie oben unter I, nur daß hier der einfallende Strahl linearpolarisiert ist.

Beobachtet man hier die Strahlen des in Luft austretenden gebrochen-gebeugten Systems mit freiem Auge, so kann man bei Drehung des Polarisators bei keinem einzigen dieser Strahlen eine Intensitätsänderung bemerken, selbst nicht bei den rasantgebeugten Strahlen, obwohl dieselben im allgemeinen beträchtliche Intensität haben. Es ist demnach hier die Intensität der gebrochen-gebeugten Strahlen dieses Systems von der Rich-

tung der zur Gitterfläche normalen Polarisationsebene des einfallenden Strahles unabhängig.

Auch diese Erfahrungstatsache stimmt mit derjenigen völlig überein, die wir in Punkt 2 des § 43 ausdrücklich konstatierten, die nämlich bei normaler Inzidenz linearpolarisierten Lichtes und Reflexionsbeugung aus Luft an Glas in Luft so bestimmt auftritt.

Anmerkung: Auch bei schiefer Inzidenz linearpolarisierten Lichtes gilt hier dasselbe Gesetz.

Die Polarisationsverhältnisse des Strahlensystems II entsprechen der genau isogonalen Anordnung [§ 78].

§ 77. Normale Inzidenz unpolarisierten und linearpolarisierten Lichtes: Refraktionsbeugung aus Luft in Glas. Partielle Polarisation. Von der einfallenden Polarisationsebene unabhängige Intensität gebrochen-gebeugter Strahlen.

I. Einfallendes natürliches Licht. Beobachtung mit Analysator.

Die Gitterfläche der Vorrichtung, Fig. 29, ist normal dem einfallenden Strahl unpolarisierten Lichtes zugewendet; das an dieser Fläche in Glas gebrochen-gebeugte Licht dringt durch die Glassubstanz der Halbkugel und tritt normal zu deren Fläche, also ohne Änderung des Polarisationszustandes in Luft aus.

Die Beobachtungen ergaben nun, daß bei Drehung des Analysators nur diejenigen Strahlen des in Glas gebrochen-gebeugten Systemes eine mäßige, jedoch merkliche Intensitätsänderung zeigten, welche von der Gitternormale um etwa 30 bis 60° abwichen; die übrigen Strahlen, selbst die rasant-gebeugten, behielten während dieser Drehung ihre Intensität unverändert.

Die nähere Untersuchung der ersteren, merklich verdunkelbaren Strahlen ergab, daß dieselben nicht elliptisch, sondern partiell polarisiert sind, und zwar ist der polarisierte Teil des Lichtes dieser gebeugten Strahlen stets in der jeweiligen Beugungsebene polarisiert.

Anmerkung: Bei schiefer Inzidenz gilt auch die Erfahrungstatsache, daß bei Drehung des Analysators kein einziger

der gebeugten Strahlen völlig oder auch nur angenähert vollständig ausgelöscht wird; doch gibt es solche, die eine sehr merkliche Verdunkelung zeigen.

II. Einfallendes linearpolarisiertes Licht. Beobachtung mit freiem Auge.

Die Orientierung der Vorrichtung, Fig. 29, war dieselbe wie oben unter I; es zeigte sich auch hier, bei sehr sorgfältiger Beobachtung, daß bei Drehung des Polarisators kein einziger Strahl des gebeugten Systems, selbst die rasant-gebeugten nicht, merkliche Intensitätsänderung zeigten.

Es ist demnach hier die Intensität dieser gebeugten Strahlen vom Einfallsazimut zur jeweiligen Beugungsebene unabhängig.

In bezug auf den Polarisationszustand dieses Systems siehe den § 79, 1; derselbe kann lineare, elliptische, auch zirkulare Polarisation sein.

Anmerkung: Bei schiefer Inzidenz ist die hier unter II. erwähnte Tatsache ebenfalls in Geltung: kein einziger der gebeugten Strahlen zeigt bei Drehung des Polarisators eine konstatierbare Intensitätsänderung.

§ 78. Normale Inzidenz linearpolarisierten Lichtes. Bei Refraktionsbeugung aus Glas in Luft gilt das Gesetz der isogonalen Polarisation. Zusammenfassung mit demselben Gesetz bei aus Luft an Glas in Luft reflektiert-gebeugtem Lichte.

Die Halbkugelfläche ist gegen den Polarisator gerichtet; der aus diesem austretende Strahl trifft die Mitte der Gitterfläche normal; der ungebeugte Strahl tritt aus dieser Fläche normal in Luft; die gebrochen-gebeugten Strahlen unter schiefen Winkeln ebenfalls in Luft. Die Furchenrichtung des Gitters ist senkrecht zum Hauptkreis des Apparates.

Es liegen dann alle gebeugten Strahlen in der zur Furchenrichtung senkrechten Ebene, der Beugungsebene, welche also hier der Ebene des Hauptkreises parallel ist.

Die Beobachtungen ergaben nun sofort, daß alle diese Strahlen, ganz unabhängig vom Beugungswinkel, parallel zur Furchenrichtung oder senkrecht dazu, also senkrecht zur Beugungsebene oder parallel zu derselben polarisiert sind, je nachdem das normal einfallende Licht senkrecht oder parallel zur Beugungsebene polarisiert ist.

Bildet jedoch die Polarisationsebene des einfallenden (und somit auch die des ungebeugt durchgehenden) Strahles einen beliebigen Winkel mit der Beugungsebene, so ergeben die Beobachtungen, daß die in derselben liegenden Strahlen nicht nur linearpolarisiert sind, sondern daß deren Polarisationsazimut, unabhängig vom Beugungswinkel, immer nahezu dasselbe ist, wie das des normal einfallenden Strahles.

Diese Tatsachen drücken also für diesen Fall das Gesetz der isogonalen Polarisation aus, § 65 und 66.

Anmerkung: Um diese Erfahrungsumstände festzustellen, ist die in Fig. 29 angegebene Anordnung nicht unbedingt nötig; es genügt auch ein gewöhnliches plan-paralleles Glasgitter, auf dessen glatte Seite das vom Polarisator kommende Licht normal einfällt; man hat diese Beobachtung schon vor einem halben Jahrhundert gemacht [§ 65, § 13 und deren Fußnoten], jedoch nicht bemerkt, daß dieselbe ein Ausdruck der oben erwähnten Gesetzmäßigkeit ist.

Um meinerseits jeden Zweifel auszuschließen, stellte ich die hier beschriebenen Versuche mit den verschiedensten Glasgittern, auch mit Kreisgittern an und fand das obige Gesetz der isogonalen Polarisation innerhalb der Grenzen der hier zu erwartenden Genauigkeit in jedem Falle bestätigt.

Wir dürfen also das in § 65 für in Luft reflektiert-gebeugtes Licht und im gegenwärtigen Paragraphen für in Luft gebrochengebeugtes Licht geltende gemeinsame Gesetz wie folgt ausdrücken:

Wenn bei normaler Inzidenz linearpolarisierten Lichtes auf Glasgitter das reflektiert-gebeugte oder das gebrochen-gebeugte Strahlensystem unmittelbar von der beugenden Fläche aus in Luft tritt: dann zeigt der Polarisationszustand dieses Systems das Gesetz der isogonalen Polarisation.

§ 79. Normale Inzidenz linearpolarisierten Lichtes. Refraktionsbeugung aus Luft in Glas. Reflexionsbeugung aus Glas an Luft in Glas. Beschränkte Geltung des Gesetzes der isogonalen Polarisation. Elliptische Polarisation. Zusammenfassung beider Fälle.

Die Furchen der Gitterfläche waren bei den Beobachtungen dieses Paragraphen stets senkrecht zum Hauptkreis des Apparates gerichtet; also die Beugungsebene stets parallel zur Ebene dieses Kreises.

1. Refraktionsbeugung aus Luft in Glas. Die gefurchte Fläche der Vorrichtung, Fig. 29, ist dem aus dem Polarisator austretenden Strahle normal zugewendet; die gebeugten Strahlen gehen nach der Beugung durch die Glasgittersubstanz und durch das Glas der Halbkugel und treten mit ungeändertem Polarisationszustand normal aus deren Fläche aus.

a) Die Beobachtungen ergaben bei sorgfältiger Wiederholung stets, daß alle in der Beugungsebene liegenden Strahlen, ganz unabhängig vom Beugungswinkel, senkrecht zur Beugungsebene oder parallel dazu polarisiert sind, je nachdem das einfallende Licht senkrecht oder parallel zu dieser Ebene polarisiert ist.

b) Bildet jedoch das Azimut des linear-polarisierten einfallenden Strahles einen von 0^0, 90^0, 180^0 abweichenden Winkel mit der Beugungsebene: dann sind nur diejenigen gebrochen-gebeugten Strahlen, die vom ungebrochen hindurchgehenden nur wenig abweichen, linearpolarisiert, und weicht auch deren Polarisationsazimut nicht sehr ab von dem des einfallenden Strahles.

Je größer indes der Beugungswinkel, umso mehr sind diese Strahlen elliptisch-polarisiert und nähert sich die große Achse der Polarisationsellipse immer mehr und mehr der Beugungsebene. Bei sehr großen Beugungswinkeln und geeigneten Einfallsazimuten kann jedoch die Polarisation der gebeugten Strahlen eine zirkulare sein.

2. Reflexionsbeugung aus Glas an Luft in Glas. Die Kugelfläche der Vorrichtung, Fig. 29, ist dem aus dem Polarisator austretenden Strahl zugewendet, der also normal durch diese Fläche eintritt, durch die Glassubstanz der Halbkugel normal bis

an die gefurchte Fläche dringt und von dort aus teils in Form eines gebrochen-gebeugten Strahlensystems in Luft tritt, teils in Form eines innen reflektiert-gebeugten Systems in die Glassubstanz zurück und aus deren Kugelfläche zentral austritt. Letztere Strahlen bilden nun das Untersuchungsobjekt.

a) Auch hier ergaben die Beobachtungen bei vielfältiger Wiederholung immer in gleicher Weise, daß alle in der Beugungsebene liegenden Strahlen, ganz unabhängig vom Beugungswinkel, senkrecht zu dieser Ebene oder parallel zu derselben polarisiert sind, je nachdem das einfallende Licht senkrecht oder parallel zu dieser Ebene polarisiert ist.

In dieser Beziehung ist also die Übereinstimmung mit 1. a) dieses Paragraphen vorhanden.

b) Bildet jedoch die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes einen von 0^0, 90^0, 180^0 verschiedenen Winkel mit der Beugungsebene, dann sind nur die in der Nähe des regelmäßig normalreflektierten Strahles fortschreitenden gebeugten Strahlen linearpolarisiert, und ihr Polarisationsazimut ist nahezu gleich demjenigen des ersterwähnten Strahles.

Bei wachsendem Beugungswinkel werden diese Strahlen sehr merklich elliptisch-polarisiert; auch hier nähert sich die große Achse der Polarisationsebene immer mehr der Beugungsebene; doch geht bei großen Beugungswinkeln und bei geeigneten Einfallsazimuten der Zustand dieser Strahlen selbst in zirkulare Polarisation über.

Es findet also auch in dieser Beziehung eine Übereinstimmung mit 1. b) dieses Paragraphen statt. —

Wir wollen nun die unter 1 und 2 erwähnten Erfahrungstatsachen wie folgt zusammenfassen:

1 und 2. Wenn bei normaler Inzidenz linearpolarisierten Lichtes auf Glasgitter das gebrochen-gebeugte oder das reflektiert-gebeugte Strahlensystem unmittelbar von der beugenden Fläche aus in Glas tritt, dann zeigt der Polarisationszustand der zur Gitternormalen nahe fortschreitenden gebeugten Strahlen sehr näherungsweise das Gesetz der isogonalen Polarisation. Ferner sind alle in der Polarisationsebene des einfallenden

Lichtes gebeugte Strahlen ebenfalls in dieser Ebene polarisiert, und alle in der dazu senkrechten Ebene gebeugten Strahlen senkrecht zur letzterer Ebene. Alle gebeugten Strahlen anderer Richtung zeigen elliptische Polarisation.

Anmerkung: Letztere allgemeine Erfahrungstatsache scheint dahin zu deuten, daß die beiden, zur jeweiligen Beugungsebene parallelen und senkrechten Komponenten des Lichtvektors des gebeugten Strahles gegeneinander eine vom Einfallsazimut zur Beugungsebene und vom Beugungswinkel abhängige Phasendifferenz erhalten. — Die Darstellung solcher Vektoren mittels Kugelwellen kann in der von W. KÖNIG bei Reflexionsbeugung in Luft versuchten formalen Weise [§ 9 dieser Arbeit] ohne Schwierigkeit geschehen, indes wäre damit noch nicht eine physikalische Vorstellung über die mögliche Art der Vorgänge im sekundären Erregungsraum gewonnen.

80. Refraktionsbeugung aus Glas in Luft. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut 0. Geltung des Gesetzes der stereographisch-parallelen Polarisation, wie bei Reflexionsbeugung aus Luft an Glas in Luft. Dieselbe zwingende Schlußfolgerung.

Die gewölbte Kugelfläche sei gegen den aus dem Polarisator tretenden Strahl gewendet; derselbe dringt normal durch diese Fläche bis zur Gitterebene und erleidet dort Beugung. Wir betrachten das in Luft austretende gebeugte Strahlensystem, das sich bei beliebigem Einfallswinkel bildet, wenn die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes in die Einfallsebene fällt.

Die oft wiederholten Beobachtungen ergaben:

a) Alle in der Einfallsebene liegenden gebeugten Strahlen sind bei jedem Einfallswinkel in dieser Ebene polarisiert.

b) Alle Strahlen, welche in der zur Einfallsebene senkrechten, die Gitternormale enthaltenden Ebene gebeugt sind, sind senkrecht zu dieser Ebene polarisiert.

c) Untersucht man die rasant austretenden gebeugten Strahlen und geht dabei längs der beugenden Gitterebene von

dem in der Einfallsebene liegenden rasant-gebeugten Strahle aus bis zu dem senkrecht zu dieser Ebene rasant-gebeugten Strahl, indem man dieselben mit dem Nicol stets auslöscht, so findet man, daß man dabei den Nicol sukzessive um 90^0 drehen muß.

Die unter a), b) und c) konstatierten Tatsachen können nur in eine bestimmte Gesetzmäßigkeit vereinigt werden: nämlich in eine isogonale Anordnung, deren ausgezeichnete Achse die Gitternormale, deren Symmetrieebene die Einfallsebene ist. Es ist dies also nichts anderes als das Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation [§ 54 und 56], die bei normaler Inzidenz in das der isogonalen Polarisation übergeht [§ 65 u. 66].

Ich änderte hier den Einfallswinkel von 0^0 bis zu der hier experimentell möglichen Grenze 82^0, und fand obige Tatsachen stets bestätigt.

Man bemerkt, daß diese Anordnung genau dieselbe ist wie die bei der Beugung aus Luft an Glas in Luft gefundene [§ 69]; man darf also die beiden Erfahrungstatsachen wie folgt vereinigt aussprechen:

Tritt bei beliebiger Inzidenz in der Einfallsebene polarisierten Lichtes auf ein Glasgitter das reflektiert-gebeugte oder das gebrochen-gebeugte Strahlensystem unmittelbar von der beugenden Fläche in Luft, so gilt für dessen Polarisationszustand das Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation.

Die zwingende Schlußfolgerung des § 69, nämlich daß der erregende Lichtvektor nur normal zu seiner Polarisationsebene sein kann, hat auch hier vollkommene Geltung.

§ 81. Refraktionsbeugung aus Glas in Luft. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut 90^0 und beliebig. Beschränkte Geltung der isogonalen Anordnung. Elliptische Polarisation aus senkrecht zur Einfallsebene polarisiertem Licht. STOKES' „irreguläre Brechung" in Widerspruch mit der Erfahrung. Ergänzung.

Die Versuchsanordnung ist dieselbe wie im vorigen Paragraphen, mit dem Unterschiede, daß die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes senkrecht ist zur Einfallsebene.

Hier ergaben die ebenfalls oft wiederholten Versuche:

a) Alle in der Einfallsebene gebeugten Strahlen sind bei jedem Einfallswinkel stets senkrecht zu dieser Ebene polarisiert.

b) Alle diejenigen gebeugten Strahlen, die sehr nahe zur Fortsetzung der Richtung des einfallenden Strahles fortschreiten, sind nahezu linearpolarisiert und zeigen in diesem beschränkten Gebiete das Gesetz der isogonalen Polarisation in der Weise, daß der in der Richtung der Fortsetzung des einfallenden Strahles fortschreitende gebrochen-gebeugte Strahl als ausgezeichnete Achse, die durch denselben senkrecht zur Einfallsebene gehende Polarisationsebene des einfallenden Strahles als Symmetrieebene dient. Auch diese Tatsache gilt für jeden Einfallswinkel.

c) Alle andern, in a) und b) nicht genannten gebeugten Strahlen zeigen deutlich erkennbare elliptische Polarisation, die im allgemeinen umso mehr sich der zirkularen Polarisation nähert, je größer der Einfallswinkel, je größer der Beugungswinkel, und je mehr der gebeugte Strahl von der Einfallsebene abweicht.

Die Gesetzmäßigkeit der Polarisation des hier betrachteten in Luft gebrochen-gebeugten Strahlensystems ist also durchaus nicht einfach; nur die unter a) und b) erwähnten Strahlen zeigen diesbezüglich einfachere Verhältnisse; nicht so die übrigen unter c) angeführten Strahlen, welche die merkwürdige Tatsache erhärten, daß aus zur Einfallsebene senkrecht polarisiertem einfallenden Lichte durch Beugung aus Glas in Luft elliptisch polarisierte Strahlen entstehen können.

Man bemerkt sofort, daß diese Erfahrung sich mit der STOKESschen Auffassung von der „irregulären Brechung“ nicht vereinigen läßt [§ 3 und 46, Fußnote]. Würde nämlich der auffallende Strahl, bevor er die Gitterfläche erreicht, etwa nach dem STOKESschen Kosinusgesetz in Elementarwellen zerfällt, so müßte jede derselben noch linearpolarisiert bleiben und auch nach Austritt in Luft diese Natur beibehalten, weil durch einfache Brechung aus Glas in Luft wohl die Lage der Polarisationsebene, nicht aber die lineare Polarisation in elliptische geändert werden kann.

Es besteht demnach Widerspruch zwischen Erfahrung und STOKES' „irregulärer Brechung". Siehe auch folgenden § 82.

Ergänzung. Wenn im Falle dieses und des vorigen Paragraphen das Einfallsazimut 45° beträgt, so zeigen die Beobachtungen bei einem Einfallswinkel, der kleiner ist als der Grenzwinkel der totalen Polarisation, daß die in der Nähe der Fortsetzung des einfallenden Strahles gebeugten Strahlen genügend linearpolarisiert sind; die übrigen zeigen mehr oder minder elliptische Polarisation. Ist der Einfallswinkel größer, so bleibt der Typus der Erscheinung zwar ungeändert, nur wird die elliptische Polarisation mit zunehmendem Einfallswinkel stets stärker, weicht also von der linearen Polarisation stets mehr und mehr ab. Das Nähere bringt § 84.

§ 82. Refraktionsbeugung aus Luft in Glas. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut 0° bis 90°. Die isogonale Anordnung ist nur in sehr beschränktem Gebiete gültig. Elliptische Polarisation aus parallel oder senkrecht zur Einfallsebene polarisiertem Lichte. Zirkumaxiale Polarisation kann nicht entstehen.

Die gefurchte Ebene der Vorrichtung, Fig. 29, S. 340, sei gegen den aus dem Polarisator tretenden Strahl gewendet; derselbe erleidet an dieser Gitterfläche Beugung direkt aus Luft in Glas; die gebeugten Strahlen durchlaufen dann die Glassubstanz der Halbkugel und treten normal durch deren Oberfläche, ohne durch diesen Austritt erlittene Änderung ihres Polarisationszustandes in Luft aus.

Wiederholt angestellte vielfache Beobachtungen ergaben:

a) Die in der Einfallsebene gebeugten Strahlen sind parallel oder senkrecht zu dieser Ebene polarisiert, je nachdem das einfallende Licht parallel oder senkrecht zur Einfallsebene polarisiert ist; der Einfallswinkel und der Beugungswinkel kann dabei ganz beliebig sein.

b) Diejenigen gebeugten Strahlen, welche sehr nahe zur Richtung der Fortsetzung des einfallenden Strahles fortschreiten, sind nahezu linearpolarisiert und zeigen sehr näherungsweise das

Gesetz der isogonalen Anordnung, wobei die Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles die ausgezeichnete Achse, die Polarisationsebene dieses Strahles die Symmetrieebene bildet. Auch diese Erfahrung gilt für beliebige Einfallswinkel.

c) Alle andern gebeugten Strahlen als die in a) und b) erwähnten zeigen im allgemeinen elliptische Polarisation, die um so größer ist, je größer der Beugungswinkel und je mehr der gebeugte Strahl von der Einfallsebene abweicht.

Man findet also auch hier dieselbe merkwürdige Tatsache wie im vorigen Paragraphen; jedoch ist diese auch für in der Einfallsebene polarisiertes einfallendes Licht gültig, nämlich daß aus einer einzigen Komponente parallel oder senkrecht zur Einfallsebene polarisierten einfallenden Lichtes durch Refraktionsbeugung aus Luft in Glas elliptisch polarisierte Strahlen entstehen können. Auch diese Erfahrung wie die des vorigen Paragraphen widerspricht aus den dort angeführten Gründen STOKES' irregulärer Brechung, § 3, 46, Fußnote und § 81.

Anmerkung: Es tritt hier von selbst die Frage auf, ob im Falle dieses Paragraphen, wenn das einfallende Licht in der Einfallsebene polarisiert ist, das aus Luft in Glas gebrochen gebeugte Strahlensystem bei verschiedenen Einfallswinkeln immer dieselbe Polarisationsanordnung zeigt? Bei aus Luft an Glas in Luft reflektiert-gebeugten, und aus Glas in Luft gebrochen-gebeugten Strahlen ist dies stets der Fall [§ 69 und 80], es gilt dort immer das Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation. Indes läßt sich diese Frage im Falle dieses § 82 nur auf Grund quantitativer Untersuchungen entscheiden, weshalb wir hier darauf nicht näher eingehen.

Erfahrung: Zirkumpolare oder zirkumaxiale Polarisation entsteht hier nicht.

Wenn bei der Anordnung dieses Paragraphen der Einfallswinkel der äußere Polarisationswinkel P der Glassubstanz ist, dann entsteht bei dem beim Einfallsazimut von 90^0 in Luft reflektiert-gebeugten Lichte die zirkumpolare Polarisation [§ 45—49], bei andern, von diesen nicht sehr verschiedenen Einfallswinkeln die allgemeinere symmetrisch-zirkumaxiale Polarisation [§ 58 und 59].

Die Erfahrungen dieses Paragraphen ergaben jedoch, daß in dem, dabei gleichzeitig entstehenden aus Luft in Glas gebrochengebeugten Strahlensystem keine Spur einer derartigen zirkumpolaren Anordnung vorhanden ist.

Fortgesetzte Beobachtungen ergaben, daß z. B. bei dem Einfallsazimut von 45^0 ein großer Teil der in der Einfallsebene gebeugten Strahlen nahezu linearpolarisiert ist, und dabei, besonders bei großen Einfallswinkeln eine bis über 100^0 gehende negative Drehung der Polarisationsebene zeigt; hingegen sind die außerhalb dieser Ebene liegenden gebeugten Strahlen fast ausnahmslos elliptisch polarisiert.

Dasselbe ist im allgemeinen auch bei den übrigen, zwischen 0^0 und 90^0 liegenden Einfallsazimuten der Fall. Näheres gibt § 85.

§ 83. Reflexionsbeugung aus Glas an Luft in Glas. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut beliebig. Die in der Einfallsebene gebeugten Strahlen. Beschränkte Geltung des Gesetzes der isogonalen Polarisation. Verallgemeinerung.

Hier mögen die in § 75, III und § 79, 2 erwähnten Erfahrungen durch Resultate weiterer Beobachtungen ergänzt werden; es ergab sich:

a) Alle in der Einfallsebene gebeugten Strahlen sind parallel oder senkrecht zu dieser Ebene polarisiert, je nachdem das einfallende Licht parallel oder senkrecht zu dieser Ebene polarisiert ist, und zwar ganz unabhängig vom Einfallswinkel.

b) Schon in § 75, III wurde erwähnt, daß bei dem innern Polarisationswinkel P' als Einfallswinkel, bei dem Einfallsazimut 90^0, innere zirkumpolare Polarisation entsteht und daß bei geeigneter Änderung des Einfallswinkels und des Einfallsazimutes vollständige oder partielle, symmetrische oder asymmetrische zirkumaxiale Polarisation auftritt.

Ist das Einfallsazimut $= 0$, dann zeigt sich im allgemeinen keine vollständige isogonale Anordnung, sondern nur die in § 79, 2 angeführte Erscheinung gewissermaßen in verschobener Weise: dort war nämlich die Gitternormale die Richtung des

einfallenden Strahles, und diese bildete die Symmetrieachse der nur für deren nähere Umgebung auftretenden isogonalen Anordnung.

Hier erweisen nun die Beobachtungen, daß die in die Nähe des einfallenden Strahles innen reflektiert-gebeugten Strahlen in bezug auf diese einfallende Richtung als ausgezeichnete Achse und die Einfallsebene als Symmetrieachse eine ganz deutlich erkennbare isogonale Polarisationsanordnung zeigen; die entfernteren gebeugten Strahlen, die nicht in der Einfallsebene liegen, sind mehr oder minder elliptisch polarisiert.

c) Verallgemeinerung. Fortgesetzte Beobachtungen ergaben, daß hier bei ganz beliebigem Einfallswinkel, ganz unabhängig davon, ob derselbe kleiner oder größer ist als der innere Polarisationswinkel $P' = 33{,}5^0$ oder als der Grenzwinkel der totalen Reflexion $42{,}5^0$ oder gleich einem derselben, und bei ganz beliebigem Einfallsazimut die in die Nähe des einfallenden Strahles innen reflektiert-gebeugten Strahlen in bezug auf diese einfallende Richtung als ausgezeichnete Achse und in bezug auf die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes als Symmetrieachse, die isogonale Anordnung zeigen.

Die übrigen innen reflektiert-gebeugten Strahlen zeigen mehr oder minder elliptische Polarisation. Ist der (innere) Einfallswinkel kleiner als der Grenzwinkel der totalen Reflexion, so sind beim Einfallsazimut 45^0 eine Reihe von in der Nähe des einfallenden liegenden Strahlen sehr gut linearpolarisiert, die in der Einfallsebene liegenden entfernteren Strahlen jedoch vorerst elliptisch, dann wieder linear und schließlich die rasant-gebeugten wieder elliptisch polarisiert. Ist der Einfallswinkel größer als der erwähnte Grenzwinkel, dann ist die Erscheinung analog, aber nicht identisch mit der vorigen; nur die in der Nähe des einfallenden fortschreitenden gebeugten Strahlen sind linearpolarisiert und anfänglich auch die rasant-gebeugten, die übrigen sind elliptisch polarisiert; bei noch größeren Einfallswinkeln auch die letzteren.

§ 84. Refraktionsbeugung aus Glas in Luft. Fortsetzung: Einfallswinkel in der Nähe des Grenzwinkels der totalen Reflexion, und beliebig. Einfallsazimut beliebig.

In Ergänzung der in § 80 und 81 erwähnten Tatsachen ergaben weitere Beobachtungen mehrere erwähnenswerte Beziehungen:

Ist das Einfallsazimut $= 45^0$, so zeigen die in der Einfallsebene gebeugten Strahlen einige bemerkenswerte Eigenschaften:

a) Bei dem innern Einfallswinkel $i = 38^0$, bei welchem bei unserer experimentellen Anordnung eben noch ein beobachtbarer, in Luft regelmäßig-gebrochener Strahl entstehen kann, sind die in Luft austretenden gebeugten Strahlen alle fast genau linearpolarisiert.

Beginnt man nun die Beobachtung des Polarisationsazimutes bei dem regelmäßig-gebrochenen Strahle, der hier also sehr nahe zur Gitterfläche fortschreitet, und setzt sie sukzessive fort bis zu dem von diesem fast um 180^0 rasant-gebeugten Strahl, so findet man, daß das Azimut zuerst langsam, dann immer mehr abnimmt und schließlich bei diesem rasanten Strahl eine vom ersten Azimut ab gerechnete negative Drehung von etwa 100^0 erlitten hat.*

Dabei ist es einerlei, ob bei Herstellung der Erscheinung die gebrochen-gebeugten Strahlen alle dem Beobachter rechts vom regelmäßig-gebrochenen Strahle liegend erscheinen oder links davon: der Sinn und die Größe der Drehung der Polarisationsebene sind stets die gleichen.

b) Bei einem etwas größeren inneren Einfallswinkel, bei welchem schon kein in Luft regelmäßig-gebrochener Strahl entstehen kann, sondern nur ein regelmäßig, total reflektierter, sind die in Luft austretenden gebeugten Strahlen fast alle genau linearpolarisiert, nur die von mittlern Beugungswinkeln zeigen eine, jedoch sehr geringe elliptische Polarisation. Die Polarisationsebene dieser Strahlen zeigt genau dieselbe Drehung

* Der Sinn der Drehung ist hier so zu verstehen, daß die Polarisationsebene für das Auge des Beobachters eine dem Uhrenzeigergange entgegengesetzte Rotation zeigt.

wie oben unter a); ebenso ist die dort erwähnte Bemerkung in bezug auf rechts- oder linksseitige Lage des gebeugten Strahlensystems auch hier gültig.

c) Wächst der innere Einfallswinkel noch mehr, so bleibt der Typus der Erscheinung im allgemeinen derselbe, jedoch sind die gebrochen-gebeugten Strahlen schon weniger linearpolarisiert, ja bei großen Einfalls- und Beugungswinkeln schon fast zirkular polarisiert.

d) Kommt das Einfallsazimut den Grenzen 0^0 oder 90^0 nahe, so geht die Anordnung der Polarisationsebenen stufenweise in die zur Einfallsebene parallele oder dazu senkrechte Anordnung über, § 80 und 81.

§ 85. Gebrochen-gebeugtes Strahlensystem. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut beliebig. Direkte Verifizierung des Gesetzes der isogonalen Polarisation für die in der Nähe der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles gebeugten Strahlen.

I. Beobachtung des in der Fortsetzung des einfallenden Lichtes liegenden Strahles.

a) Die Vorrichtung, Fig. 29, S. 340, wurde vorerst mit ihrer gewölbten Fläche so gegen den aus dem Polarisator tretenden Strahl gerichtet, daß derselbe die Gitterfläche normal traf und sein regelmäßig gebrochener Teil unabgelenkt in Luft austrat. Das mit Analysator versehene Beobachtungsrohr wurde nun auf diesen Strahl eingestellt. Die Richtung dieses Strahles fiel also in die Fortsetzung des einfallenden, und seine Polarisationsebene in diejenige des einfallenden Strahles.

Die Furchen des Gitters standen senkrecht zum Hauptkreis des Apparates; das Beobachtungsrohr blieb hier unverrückt in seiner Lage; das Einfallsazimut betrug zuerst 45^0, ebenso viel also das des ungebrochen durchgehenden Strahles.

1. Nun wurde unter sonst unverändert beibehaltener Anordnung der Einfallswinkel zwischen den Grenzen 0^0 und $\pm 90^0$ geändert; dies geschah mittels Drehung um die Achse K der Montierungsvorrichtung wie in § 31, Fig. 7, S. 195; es zeigte sich,

daß bei dieser Änderung des Einfallswinkels die Polarisationsebene des im fixen Beobachtungsrohre erscheinenden gebeugten Strahles fast ganz unverändert das Azimut 45° beibehielt; nur bei den rasant-gebeugten Strahlen zeigte sich eine kleine Unsicherheit, weil dieselben nicht genau linearpolarisiert erschienen.

2. Wurde nun bei sonst unverändert beibehaltener Anordnung obigen Punktes a), 1. durch Drehen des Polarisators das Einfallsazimut zwischen den Grenzen 0° und $\pm 90°$ geändert, so zeigte sich, daß bei dieser Änderung des Einfallsazimuts die Polarisationsebene des im fixen Beobachtungsrohre erscheinenden jeweiligen in Luft gebrochen-gebeugten Strahles stets sehr nahezu zusammenfiel mit derjenigen des jeweilig einfallenden Lichtes, und zwar unabhängig vom Einfallswinkel.

Es gilt also die in a), 1. konstatierte Tatsache nicht nur bei beliebigen Einfallswinkeln, sondern auch bei beliebigen Einfallsazimuten.

b) Es wurde nun die in a) benutzte Versuchsanordnung in der Weise modifiziert, daß die Gitterfläche der Vorrichtung, Fig. 29, S. 340, gegen den aus dem Polarisator austretenden Strahl gewendet war; die jetzt beobachteten Strahlen wurden aus Luft in Glas gebeugt, durchliefen dann die Glassubstanz der Halbkugel und traten normal aus der Kugelfläche in das fixe Beobachtungsrohr.

Die auch hier 1. bei Änderung des Einfallswinkels, 2. bei Änderung des Einfallsazimutes angestellten sorgfältigen Beobachtungen ergaben genau dasselbe Gesetz wie oben unter a).

a) und b) Man kann sich experimentell sehr leicht von der Richtigkeit des konstatierten Gesetzes überzeugen, wenn man entweder von der Einstellung a) oder von derjenigen b) ausgeht und bei einem bestimmten Einfallsazimut den in der Verlängerung des einfallenden Strahles gebeugten Strahl mit dem Analysator auslöscht. Ändert man nun den Einfallswinkel sukzessive von 0° bis $\pm 360°$, so ändert sich dabei die Lage des auslöschenden Nikols nur in fast unmerklicher Weise. Ändert man hingegen bei beliebigem Einfallswinkel das Einfallsazimut von 0° bis $\pm 360°$, so muß das auslöschende Nikol stets um denselben Winkel gedreht werden wie der Polarisator.

Wir fassen daher diese Erfahrungen in folgendem Ausspruch zusammen:

Fällt linearpolarisiertes Licht unter beliebigem Einfallswinkel und bei beliebigem Einfallsazimut auf ein Glasgitter und findet reine Refraktionsbeugung aus Glas in Luft oder aus Luft in Glas statt, dann fällt die Polarisationsebene des in der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Lichtes gebeugten Strahles stets mit derjenigen des einfallenden Lichtes zusammen.

Anmerkung: Es wäre ein großer Irrtum, zu erwarten, daß dieses Gesetz sich ohne weiteres auch bei einem planparallelen Glasgitter allein zeigen würde: hier treten störende Brechungen ein, die in unserer Vorrichtung, Fig. 29, S. 340, vermieden sind.

Man bemerkt nämlich, unter Voraussetzung eines planparallelen Glasgitters allein, sofort, daß wenn, wie bei Anordnung a), der einfallende Strahl, bevor er an die eigentliche Gitterfläche gelangt, zuerst die Gitterplattensubstanz zu durchlaufen hat, also vorher an der glatten Fläche des planparallelen Gitters Brechung erleidet; ebenso wenn, wie bei Anordnung b), wo nach der Beugung aus Luft in Glas das in Glas fortschreitende Strahlensystem in Luft auszutreten hat, dasselbe hier an derselben glatten Fläche gebrochen wird.

Um diesen störenden Einfluß festzustellen, beobachtete ich die oben beschriebene Erscheinung mit einem planparallelen Glasgitter allein, und fand, mit Ausnahme von $i = 0$ und den Einfallsazimuten 0^0 und 90^0, stets, mitunter ganz erhebliche Abweichungen von obigem Gesetz. Ihr Maximum erreichte dieselbe bei einem Einfallswinkel von etwa 80^0 und dem Einfallsazimut von 45^0; dasselbe betrug etwa 15^0; dabei war es einerlei, ob das einfallende Licht zuerst die glatte oder die gefurchte Fläche des Gitters traf.

II. Beobachtung der in der Nähe der Verlängerung der Einfallsrichtung liegenden gebeugten Strahlen.

Die im obigen Punkt I ausgeführten Versuche wurden nun in der Weise verallgemeinert, daß nicht nur der in der Fortsetzung des jeweilig einfallenden Lichtes gebrochen-gebeugte

Strahl, sondern die nahe um diesen herum liegenden Strahlen beobachtet wurden. Es mußte dabei das Gitter, wie in § 30, 31 und 32 erörtert, in seiner Ebene gedreht werden, um auch außerhalb der Einfallsebene fortschreitende gebeugte Strahlen zu erhalten. Bei diesen Versuchen wurde nun wieder Einfallswinkel und Einfallsazimut zwischen den weitesten Grenzen geändert und beide Fälle, nämlich wo der einfallende Strahl erst nach Durchdringung der Halbkugel oder direkt aus Luft auf die gefurchte Fläche fällt, untersucht. In letzterem Falle war die Auslöschung der beobachteten Strahlen nicht so ganz vollständig wie im ersteren.

Wir können nun diese Erfahrungstatsachen in folgender Weise ausdrücken:

Fällt linearpolarisiertes Licht unter beliebigem Einfallswinkel und bei beliebigem Einfallsazimut auf ein Glasgitter und findet reine Refraktionsbeugung aus Glas in Luft oder aus Luft in Glas statt, dann zeigt der nahe um die Verlängerung des einfallenden Strahles liegende Teil des gebrochen-gebeugten Strahlensystems das Gesetz der isogonalen Polarisation, und zwar in bezug auf die Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles als ausgezeichnete Achse und dessen Polarisationsebene als Symmetrieebene.

Man kann diese merkwürdige Eigenschaft des Lichtes wohl so auffassen, daß man sagt, die nahe zur einfallenden Richtung gebeugten Strahlen zeigen unter allen Umständen mit großer Energie das Bestreben, die Polarisationsebene des einfallenden Strahles unverändert beizubehalten.

Die Anmerkung des Punktes I in bezug auf planparallele Glasgitter allein, hat auch hier volle Geltung.

Da wir nun auch dieses letztere Gesetz sowohl für Reflexionsbeugung aus Luft an Glas in Luft, als auch bei Reflexionsbeugung aus Glas an Luft in Glas fanden [§ 65, 69 und 83], und zwar als entweder für das ganze gebeugte Strahlensystem gültig, oder jedenfalls wenigstens für die dem einfallenden Strahle nahe liegenden reflektiert-gebeugten Strahlen; und oben dasselbe Gesetz für die gebrochen-gebeugten Strahlensysteme [§ 78—82 und 85] und zwar ebenfalls entweder für das ganze gebeugte Strahlensystem gültig,

oder jedenfalls wenigstens für die in der Nähe der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Lichtes gebeugten Strahlen: so kann man dasselbe wohl in bezug auf die Verteilung des Polarisationszustandes der aus sekundären Erregungszentren sich fortpflanzenden Strahlen als eines der wichtigsten allgemeinen Gesetze betrachten und dasselbe vielleicht mit dem Namen der Erhaltung der Polarisationsebene bezeichnen.

§ 86. Einfaches allgemeines Gesetz, Einfallswinkel und Einfallsazimut beliebig: Die Polarisationsebene des normal zur Gitterfläche in Luft reflektiert-gebeugten, und des in Glas gebrochen-gebeugten Strahles hat zur Einfallsebene stets dasselbe Azimut wie das einfallende Licht.

I. Man lasse den aus dem Polarisator tretenden Strahl unmittelbar aus Luft auf die gefurchte Fläche der Vorrichtung, Fig. 29, S. 340, fallen; es entsteht ein aus Luft an Glas in Luft reflektiert-gebeugtes und ein aus Luft in Glas gebrochen-gebeugtes Strahlensystem.

Der Einfallswinkel sei beliebig, die Furchenrichtung sei senkrecht zur Einfallsebene; das Einfallsazimut sei ebenfalls beliebig; die zwei gebeugten Strahlen, welche in der Gitternormale liegen, schreiten in entgegengesetzter Richtung fort. Stellt man nun, bei festgehaltenem Einfallswinkel und Einfallsazimut das Beobachtungsrohr mit dem Analysator nacheinander auf diese beiden Strahlen ein, so findet man sofort, daß dieselben linearpolarisiert sind, und daß ihre Polarisationsebenen zur Einfallsebene nahezu dieselbe Neigung besitzen wie die Polarisationsebene des einfallenden Strahles.

Da nun hier die erwähnten beiden normal-gebeugten Strahlen stets gleichzeitig und immer längs einer Geraden auftreten, so kann man auch mit großer Annäherung sagen, daß dieselben in ein und derselben Ebene polarisiert sind, deren Polarisationsazimut sehr nahezu gleich dem des einfallenden Lichtes ist.

Dies Erfahrungsgesetz wurde innerhalb der weitesten Grenzen des Einfallswinkels und des Einfallsazimutes geprüft und stets in genügender Annäherung für richtig befunden.

Man bemerke, daß hier das einfallende Licht unmittelbar aus Luft die Gitterfläche traf.

II. Der aus dem Polarisator tretende Strahl fiel normal auf die gewölbte Fläche der Halbkugel, Fig. 29, S. 340, drang durch dieselbe und erreichte die Gitterfläche. Dort entstand nun ein in Glas innen reflektiert-gebeugtes und ein in Luft gebrochen-gebeugtes Strahlensystem.

Untersucht man nun den zur Gitterfläche normal reflektiert-gebeugten und den ebenso normal gebrochen-gebeugten Strahl, so findet man im allgemeinen das oben unter I. konstatierte Gesetz nicht bestätigt:

a) Der normal gebrochen-gebeugte Strahl, welcher bei normaler Inzidenz dasselbe Polarisationsazimut hat wie der einfallende, zeigt bei wachsendem Einfallswinkel zwar noch lineare Polarisation; sein Azimut wird jedoch stets kleiner, und ist bei etwa $i = 45^0$ gleich Null, also ist dieser Strahl in der Einfallsebene polarisiert. Bei weiterem Anwachsen von i zeigt dieser Strahl schon erhebliche elliptische Polarisation, deren größere Achse in der Einfallsebene liegt; und nur diejenigen gebeugten Strahlen, die in der Nähe der Fortsetzung der Richtung des einfallenden fortschreiten, zeigen lineare isogonale Polarisation [§ 85].

b) Der normal innen reflektiert-gebeugte Strahl zeigt ganz analoge Eigenschaften wie der normal gebrochen-gebeugte in a), doch ist hier schon bei kleineren Einfallswinkeln die elliptische Polarisation ganz erheblich. Auch hier sind nur die nahe um die Fortsetzung des einfallenden Lichtes fortschreitenden Strahlen linearpolarisiert und zeigen isogonale Polarisation [§ 85].

Man bemerke, daß hier das einfallende Licht unmittelbar aus Glas die Gitterfläche traf.

5. Qualitative Untersuchungen des Polarisationszustandes der im Innern des Mediums, bei geringer optischer Änderung des Mittels gebeugten Strahlen.

§ 87. Über Beugung an Gitterflächen, die beiderseits an optisch nahezu gleiche Medien stoßen, überhaupt. Bedingungen der einwurfsfreien Beobachtung. Halbkugel aus Glas.

I. Beobachtungen, die sich auf den in der Überschrift dieses Paragraphen genannten Fall beziehen, wurden, wie es scheint, nur von L. Lorenz und K. Exner ausgeführt [§ 3 und 5 dieser Arbeit]; erstere geschahen bei schiefer, letztere bei normaler Inzidenz; beide erstreckten sich nur auf eine Reihe von in ein und derselben Ebene gebeugter Strahlen.

Hier haben K. Exners Versuche mehr Interesse; wie schon in § 5 erwähnt, fand er bei normaler Inzidenz und bei dem zur Furchenrichtung mit dem Azimut von 45° polarisierten einfallenden Lichte, für die in der zur Furchenrichtung normalen Ebene gebeugten Strahlen das Stokessche Kosinusgesetz ziemlich gut bestätigt.

Dies würde also auf eine zirkumaxiale Anordnung der Polarisationsebenen der gebeugten Strahlen deuten, § 7; die Symmetrieachse liegt hier in der Beugungsfläche, also in der Fläche des Gitters, und zwar unter dem Winkel von 45° gegen die Furchenrichtung.

Es erschien nun ganz unabweislich wünschenswert, K. Exners Beobachtungen bei verschiedenen Einfallsazimuten zu wiederholen, um selbst für normale Inzidenz mehr Erfahrungstatsachen zur Verfügung zu haben; ferner war es ebenso wünschenswert, auch in diesem wichtigen Falle die Untersuchung ebenso auf räumliche gebeugte Strahlensysteme, bei verschiedenen Einfallswinkeln und Einfallsazimuten, bei gebrochen- und reflektiert-gebeugtem Lichte auszuführen. Daher entschloß ich mich, vorläufig wenigstens einige qualitative Beobachtungsreihen anzustellen, um einen allgemeineren Einblick in die merkwürdigen Beziehungen des

Polarisationszustandes der so im Innern eines Mediums entstehenden gebeugten Strahlensysteme zu gewinnen.

II. Um auch hier einwandfrei beobachten zu können, wurde die schon im § 73 erwähnte Zeisssche Halbkugel aus Borosilikatkronglas benutzt und das jeweilig gebrauchte Glasgitter mit seiner gefurchten Fläche mittels einiger Tropfen Terpentinöles an die ebene Fläche der Halbkugel geklebt. Der mittlere Brechungsexponent des Öles war nur ganz unerheblich geringer als der des Glases der Halbkugel und der Gittersubstanzen.

Man kann also in erster Annäherung behaupten, daß die Furchen sich an der Grenzfläche zweier solcher Medien befinden, deren optische Eigenschaften, besonders aber deren Brechungsindizes, kaum voneinander verschieden sind.

Indes muß bei dieser Vorrichtung, Fig. 30, bemerkt werden: je näher der Brechungsexponent des Öles dem des Glases kommt, umso geringer wird im allgemeinen die Intensität des gebrochen- oder reflektiert-gebeugten Strahles; das Öl dringt nämlich selbst in die Furchen des Gitters und macht das Gitter dadurch, wie allgemein bekannt, in bezug auf die Intensität des gebeugten Lichtes, minder wirksam. Man kann aber bei Terpentinöl, dessen Brechungsindex etwa nur um 0,7 % geringer ist als derjenige der Glassubstanz der Halbkugel, nur mit intensiven Lichtquellen arbeiten; ich benutzte daher ausschließlich Sonnenlicht.

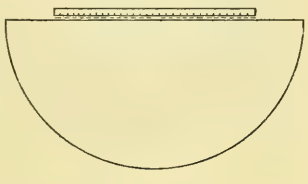


Fig. 30.

Man bemerkt, daß die von der Gitterfläche ausgehenden gebeugten Strahlen bei ihrem Durchgang durch die Glassubstanz und normalem Austritte aus der Kugelfläche durch diese letzteren Fortpflanzungsvorgänge selbst keine Änderung ihres Polarisationszustandes erleiden.

Auch hier soll ausdrücklich darauf hingewiesen werden, daß die weiter unten mitgeteilten Beobachtungen das „falsche“ Licht völlig beiseite ließen, § 34; dieses zeigte sich besonders bei der ohnehin nicht sehr intensiven, mit innerer Reflexion verbundenen Beugung, wo das falsche Licht oft intensiver war als das zu beobachtende. Wurde jedoch ein an der Rückseite mattgeschliffenes

und auf der matten Fläche geschwärztes Glasgitter auf die Halbkugel geklebt, so war das falsche Licht bei Reflexionsbeugung überhaupt nicht vorhanden, § 34.

Im gebrochen-gebeugten Strahlensystem machte sich das falsche Licht viel weniger störend bemerklich und konnte ebenfalls leicht vermieden oder unschädlich gemacht werden.

Eine fernere Bemerkung scheint hier nicht überflüssig zu sein: In dem Falle, wo das einfallende Licht zuerst normal durch die gewölbte Kugelfläche tritt und dann durch die Glassubstanz gegen die Mitte der Gitterfläche zu dringt, gelangt sie vorher an die dünne Ölschicht zwischen der Durchschnittsebene der Halbkugel und der Gitterfläche. Da nun das Öl einen etwas geringeren Brechungsindex als die Halbkugel hat, so findet bei etwa 80^0 innerem Einfallswinkel schon totale Reflexion statt: der einfallende Strahl kann dann nicht bis an die Gitterfläche gelangen und Beugung kann überhaupt nicht eintreten.

Ich teile nun im Folgenden kurz die Resultate meiner diesbezüglichen, zwar qualitativen, doch ganz bestimmten und verbürgten Beobachtungen mit; es finden sich darunter ebenso wichtige wie in den Abschnitten 3 und 4 des III. Teiles dieser Arbeit.

§ 88. Normale und schiefe Inzidenz unpolarisierten und linearpolarisierten Lichtes auf die glatte Fläche der Gitterplatte, Austritt des gebrochen-gebeugten Strahlensystems aus der gewölbten Kugelfläche: Die rasant-gebeugten Strahlen erfüllen das Stokes-Rayleighsche Gesetz.

Die beugende Vorrichtung, Fig. 30, S. 367, sei mit der glatten Fläche gegen den normal einfallenden Strahl gerichtet; derselbe tritt durch diese Ebene, durchdringt mit unverändertem Polarisationszustand die Gitterplatte bis zur gefurchten Ebene, erleidet dort eine mit sehr geringer Brechung verbundene Beugung; das gebeugte Strahlensystem dringt durch die dünne Ölschicht und durch die Glassubstanz der Halbkugel und tritt normal aus deren gewölbter Fläche in Luft, ohne durch diesen Austritt eine Änderung des Polarisationszustandes erlitten zu haben. Die Furchenrichtung ist dabei senkrecht zum Hauptkreise des Apparates.

I. Einfallendes unpolarisiertes (natürliches) Licht. Untersuchung der austretenden gebeugten Strahlen mittels Analysators.

Die in der angedeuteten Weise gebeugten Strahlen zeigten, mit Ausnahme des in ungeänderter Richtung fortschreitenden Strahles, der aus natürlichem Lichte besteht, stets partielle (nicht elliptische) Polarisation; der polarisierte Teil war in der jeweiligen Beugungsebene polarisiert. Je größer nun der Beugungswinkel, umso stärker war die partielle Polarisation, und bei dem größten hier beobachtbaren Beugungswinkel, wo die Beugung also eine fast rasante war, zeigten sich die rasant-gebeugten Strahlen als sehr gut in der Beugungsebene polarisiert. Die Intensität dieser Strahlen war ziemlich erheblich, ihre Farbe ein lebhaftes Blau-Grün.

Anmerkung: Bei schiefer Inzidenz ist dies Gesetz für kleinere Einfallswinkel bis etwa $i = 45^0$ noch gültig; doch ist derjenige rasant-gebeugte Strahl, welcher mit der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden den stumpfen Winkel bildet, vollständiger linearpolarisiert als der andere. Bei größeren Einfallswinkeln wird die Erscheinung unscharf; aber der erstgenannte rasant-gebeugte Strahl ist stets in der Beugungsebene polarisiert.

II. Einfallendes linearpolarisiertes Licht. Beobachtung der austretenden gebeugten Strahlen mit freiem Auge.

Dreht man in diesem Falle den Polarisator, so zeigt der in unveränderter Richtung fortschreitende Strahl keine merkliche Intensitätsänderung; alle andern gebeugten Strahlen zeigen jedoch eine partielle Verdunkelung, wenn die Polarisationsebene des Polarisators senkrecht zur jeweiligen Beugungsebene steht.

Je größer der Beugungswinkel, umso größer die Verdunkelung; die rasant-gebeugten Strahlen werden bei der erwähnten Lage des Polarisators ganz ausgelöscht. Die Intensität derselben ist übrigens im allgemeinen erheblich, ihre Farbe ein lebhaftes Blau-Grün.

Anmerkung: Bei schiefer Inzidenz, wobei jedoch das einfallende Licht stets polarisiert ist, hat dies Gesetz für kleinere

Einfallswinkel, bis etwa $i = 45^0$ noch mit genügender Schärfe Geltung; bei Drehung des Polarisators wird von den beiden rasant-gebeugten Strahlen derjenige ganz verdunkelt, welcher mit der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles einen stumpfen Winkel bildet, der andere weniger vollständig. Bei größeren Einfallswinkeln wird die Erscheinung unscharf; doch wird auch hier immer der ersterwähnte rasant-gebeugte Strahl völlig verdunkelt, wenn die Polarisationsebene des Polarisators senkrecht zur Beugungsebene ist. —

Erinnert man sich an die Untersuchungen STOKES' und Lord RAYLEIGHS in bezug auf die Beugung des an kleinen Partikelchen diffus zerstreuten Lichtes, § 12, so bemerkt man sofort, daß unsere hier mitgeteilten Beobachtungen mit dem dort erwähnten Gesetze in völliger Übereinstimmung sind; sogar mit der dort konstatierten Tatsache, daß unter Umständen in den, mit der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles einen stumpfen Winkel bildenden Richtungen die intensivste blaue Färbung und eine nahezu lineare Polarisation auftritt.

Man sehe die nächsten zwei Paragraphen, in welchen ganz ähnliche Erfahrungstatsachen erwähnt werden, ferner § 97, 98, 99.

§ 89. Normale und schiefe Inzidenz unpolarisierten und linearpolarisierten Lichtes auf die innere Gitterfläche; Austritt des gebrochen-gebeugten Strahlensystems aus der glatten Gitterfläche: Das STOKES-RAYLEIGHsche Gesetz gilt für die sehr stark gebeugten Strahlen.

Die beugende Vorrichtung, Fig. 30, S. 367, ist mit der gewölbten Kugelfläche gegen den einfallenden Strahl zu gewendet; derselbe tritt normal durch die Fläche ein, durchdringt die Kugelsubstanz und die dünne Ölschicht, erreicht die gefurchte Fläche normal, erleidet dort mit innerer, sehr geringer Brechung verbundene Beugung; das so entstandene Strahlensystem tritt dann unter gewöhnlicher Brechung aus der glatten Gitterfläche in Luft. Die Furchenrichtung ist senkrecht zum Hauptkreise des Apparates.

Es tritt zwar bei dieser letzten Brechung eine Änderung des Polarisationsazimutes der austretenden Strahlen ein, doch ist selbe, wie die in § 85, I in der Anmerkung erwähnten Beobachtungen zeigen, nicht sehr bedeutend; es kann dabei eine Änderung der Natur des Polarisationszustandes nicht stattfinden.

I. Einfallendes unpolarisiertes (natürliches) Licht. Untersuchung der austretenden gebeugten Strahlen mittels Analysators.

Die unter den obbezeichneten Umständen austretenden Strahlen zeigten nun bei Drehung des Analysators keine merkliche Intensitätsänderung und zwar selbst die rasant-austretenden Strahlen nicht; dieselben bestehen sonach aus natürlichem Licht. Nun ist es zwar richtig, daß letztere Strahlen, bevor sie austreten, mit der Gitternormale den Beugungswinkel von höchstens nur etwa 42,5° bilden können; indes könnte man, dem I. Abschnitt des vorigen Paragraphen zufolge, wenigstens bei größern Beugungswinkeln eine merkliche partielle Polarisation erwarten; diese tritt nun in der Tat ein.

Anmerkung: Bei schiefer Inzidenz ändert sich der Charakter der beobachtbaren Erscheinung: nämlich bei kleinen Einfallswinkeln stimmt sie mit der oben erwähnten überein. Wird der Einfallswinkel größer, dann zeigt von den beiden rasant austretenden Strahlen derjenige, welcher mit der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles den stumpfen Winkel bildet, stets sehr merkliche partielle Polarisation, der andere besteht ganz überwiegend aus natürlichem Licht. Bei sehr großen Einfallswinkeln ist der ersterwähnte rasant austretende Strahl vollständig linearpolarisiert, und zwar in der Beugungsebene. Der Beugungswinkel dieses Strahles im Glas ist sehr groß, jedenfalls 90° und darüber.

II. Einfallendes linearpolarisiertes Licht. Untersuchung der austretenden gebeugten Strahlen mit freiem Auge.

Die unter den obgenannten Umständen austretenden Strahlen zeigten beim Drehen des Polarisators keine merkliche Intensitätsänderung, auch nicht die rasant austretenden;

die Intensität derselben ist also vom Einfallsazimut unabhängig.

Indes haben die hier beobachtbaren Strahlen der oben unter I. erwähnten Bemerkung zufolge einen inneren Beugungswinkel von nur höchstens etwa 42,5°.

Anmerkung: Bei schiefer Inzidenz, wobei jedoch das einfallende Licht stets polarisiert ist, und bei kleineren Einfallswinkeln bleibt die Erscheinung fast unverändert; bei größeren Einfallswinkeln zeigt derjenige rasant austretende Strahl, der mit der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Stahles den stumpfen Winkel bildet, beim Drehen des Polarisators stets eine sehr merkliche Verdunkelung.

Ist der Einfallswinkel groß genug, dann ist auch dieser Strahl vollständig ausgelöscht, wenn die Polarisationsebene des Polarisators senkrecht zur Beugungsebene liegt. Auch hier ist der Beugungswinkel dieses Strahles sehr groß, jedenfalls 90° und darüber. —

Man bemerkt, daß das STOKES-RAYLEIGHsche Gesetz für die sehr stark gebeugten Strahlen auch hier Geltung hat.

§ 90. Normale und schiefe Inzidenz unpolarisierten und linearpolarisierten Lichtes auf die beugende Fläche. Innen reflektiert-gebeugtes Strahlensystem: Die sehr stark gebeugten Strahlen erfüllen das STOKES-RAYLEIGHsche Gesetz, wenn dabei die an der Gitterfläche liegende Ölschicht durchsetzt wird.

In diesem Paragraphen ergänze ich die in den beiden vorhergehenden Paragraphen für innen gebrochen-gebeugtes Licht angestellten Beobachtungen mit der Beobachtung der dabei stets gleichzeitig auftretenden innen reflektiert-gebeugten Strahlensysteme.

A) Die glatte Fläche der beugenden Vorrichtung, Fig. 30, S. 367, sei, wie in § 88 gegen den einfallenden Strahl zugewendet; derselbe durchdringt die Glasplatte, erleidet an der Grenzfläche derselben mit der Ölschicht eine mit innerer Reflexion verbun-

dene Beugung. Das so entstandene gebeugte Strahlensystem durchdringt wieder die Substanz der Glasplatte und tritt nach erlittener gewöhnlicher Brechung in Luft aus. Diese Brechung kann wohl die Lage der Polarisationsebene etwas ändern, aber nicht die Natur des Polarisationszustandes.

Man bemerkt, daß nur solche gebeugte Strahlen austreten können, die, wie im vorigen Paragraphen erwähnt, mit der Gitternormale im Innern keinen größern Winkel als etwa 42,5°, den Grenzwinkel der totalen Reflexion bilden; doch kann bei schiefer Inzidenz der von der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles gerechnete Beugungswinkel 90° und darüber erreichen.

I. Einfallendes unpolarisiertes (natürliches) Licht. Beobachtung der austretenden gebeugten Strahlen mittels Analysators.

Die in der oberwähnten Weise innen reflektiert-gebeugten, austretenden Strahlen zeigen bei Drehung des Analysators keine merkliche Intensitätsänderung; selbst die rasant austretenden nicht.

Anmerkung: Bei schiefer Inzidenz ergab sich genau dasselbe: kein einziger Strahl zeigte während der Drehung des Analysators irgendwelche Intensitätsänderung. Es sind demnach in diesem Falle alle innen reflektiert-gebeugten Strahlen unpolarisiert.

II. Einfallendes linearpolarisiertes Licht. Beobachtung der austretenden gebeugten Strahlen mit freiem Auge.

Die in der bezeichneten Weise entstandenen, innen reflektiert-gebeugten, austretenden Strahlen zeigen bei Drehung des Polarisators keinerlei merkliche Intensitätsänderung, selbst die rasant austretenden nicht.

Anmerkung: Bei schiefer Inzidenz gilt ganz dasselbe. Es hängt also hier die Intensität der innen reflektiert-gebeugten Strahlen nicht vom Einfallsazimut ab.

Diese hier unter A) erwähnten Erfahrungen stehen demnach in Widerspruch mit dem STOKES-RAYLEIGHschen Gesetz; es scheinen hier die Bedingungen, unter welchen diese Strahlen zustandekommen, wesentlich andere zu sein als in

den vorhergehenden beiden Paragraphen; nämlich dort mußten die Strahlen, entweder bevor oder nachdem sie die beugende Gitterfläche erreichten, stets durch die dünne Ölschicht schreiten; hier in A) ist dies nicht der Fall. —

B) Die gewölbte Fläche der Halbkugel, Fig. 30, S. 367 war gegen den einfallenden Strahl gerichtet; derselbe dringt durch die Glassubstanz und durch die Ölschicht bis an die Gitterfläche, von welcher nun auch ein innen reflektiert-gebeugtes Strahlensystem entsteht. Dasselbe dringt nun zurück durch die Glassubstanz der Halbkugel und tritt normal aus letzterer wieder in Luft zurück. Hier können also auch solche gebeugte Strahlen austreten, die im Innern mit der Gitternormale einen Winkel von fast 90^0 bilden; bei schiefer Inzidenz kann jedoch der von der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles gerechnete Beugungswinkel weit über 90^0 betragen.

I. Einfallendes unpolarisiertes (natürliches) Licht. Beobachtung der austretenden gebeugten Strahlen mittels Analysators.

Bei normaler Inzidenz zeigten die austretenden Strahlen genau dieselben Eigenschaften wie in dem entsprechenden (jedoch nicht zugehörigen) gebrochen-gebeugten Systeme, § 88, I; nur bei schiefer Inzidenz, wobei $i > 45^0$ war, konnte der rasant-gebeugte Strahl mit dem stumpfen Winkel, durch Drehung des Analysators nicht völlig ausgelöscht werden.

II. Einfallendes linearpolarisiertes Licht. Beobachtung der austretenden gebeugten Strahlen mit freiem Auge.

Bei normaler Inzidenz zeigten die austretenden Strahlen genau dieselben Eigenschaften wie in dem entsprechenden (jedoch nicht zugehörigen) gebrochen-gebeugten Systeme, § 88, II; nur bei schiefer Inzidenz, mit dem Einfallsazimut 0^0, wobei $i > 45^0$ war, konnte der rasant gebeugte Strahl mit dem stumpfen Winkel, durch Drehung des Polarisators nicht völlig ausgelöscht werden.

Diese hier unter B) erwähnte Erfahrung stimmt mit dem STOKES-RAYLEIGHschen Gesetz völlig überein.

§ 91. Innere, mit geringer Brechung verbundene Beugung. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut 0°. Allgemeine Geltung des Gesetzes der semi-zirkumaxialen Polarisation. Zwingender Schluß: Der Lichtvektor ist senkrecht zu seiner Polarisationsebene.

Der Beugungsapparat, Fig. 30, S. 367, ist gegen den einfallenden Strahl so gerichtet, daß derselbe auf die glatte Ebene der Gitterplatte fällt, dieselbe und die Glassubstanz der Platte durchschreitet, an der Grenzfläche derselben mit der dünnen Ölschicht Beugung erleidet. Das gebrochen-gebeugte Strahlensystem drang durch diese Schicht und durch die Glassubstanz der Halbkugel und trat durch deren gewölbte Fläche in Luft.

War nun, wie in der Überschrift dieses Paragraphen angedeutet, die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes stets parallel zum Hauptkreise des Apparates, also hier parallel zur Ebene des Einfallswinkels, so zeigte die Untersuchung mit dem Analysator, daß alle so austretenden gebeugten Strahlen linearpolarisiert sind.

Außerdem waren alle in der Einfallsebene gebeugten Strahlen in dieser Ebene, also parallel zur Polarisationsebene des einfallenden Strahles polarisiert.

I. Bei normaler Inzidenz untersuchte ich nun das ganze austretende räumliche Strahlensystem in der in § 31 und 32 angegebenen Art, und fand, daß die Polarisationsebenen dieser Strahlen sich sehr gut durch eine solche zirkumaxiale Anordnung darstellen lassen, deren Symmetrieachse die in der Gitterfläche senkrecht zur Polarisationsebene des einfallenden Lichtes liegende Gerade ist.

Es ist also hier diejenige Hälfte der ganzen sphärischen zirkumaxialen Anordnung vorhanden, die auf der dem einfallenden Strahl abgewendeten Seite der Gitterfläche liegt; man kann dieselbe vielleicht semi-zirkumaxial nennen.

Dieser Anordnung entspricht auch das Stokessche Gesetz, § 2 und 7, wenn man nämlich mit Stokes annimmt, daß die Oszillation senkrecht zur Polarisationsebene geschieht.

Dieses Gesetz wurde unter ähnlichen, jedoch einfacheren

Umständen von K. EXNER, § 5, in engerem Geltungsbereiche verifiziert: er ließ linearpolarisiertes Licht normal auf eine der Fig. 30 analoge beugende Vorrichtung auffallen; dieselbe hatte statt unserer Halbkugel eine Halbzylinderlinse und war daher nur zur Beobachtung solcher Strahlen geeignet, welche senkrecht zur Achse des Zylinders, also senkrecht zur Furchenrichtung des angeklebten Gitters verlaufen. Das Einfallsazimut gegen diese Furchenrichtung betrug 45°; EXNERS Resultate beziehen sich auf die Strahlen dieser einen Beugungsebene und dieses einen Azimutes, und sind im allgemeinen in genügender Übereinstimmung mit STOKES' Gesetz, also ebenfalls mit der zirkumaxialen Anordnung.

Seine Resultate kann ich hier nur bestätigen, jedoch ihren Geltungsbereich auf das hier entstehende ganze, räumliche Strahlensystem erweitern, oder, was dasselbe bedeutet: das Gesetz der semi-zirkumaxialen Polarisation ist bei normaler Inzidenz für jedes, von der Furchenrichtung ab gerechnete Einfallsazimut gültig.

II. Bei schiefer Inzidenz, unter beliebigem, zwischen den möglichen Grenzen $i = 0^0$ und 90^0 geänderten äußeren Einfallswinkel, jedoch immer bei dem, von der Einfallsebene ab gerechneten Einfallsazimut 0^0, wurde das Einfallsazimut durch die reguläre Brechung des einfallenden Strahles an der glatten Gitterfläche nicht geändert, sondern nur der innere Einfallswinkel vermindert. Ich fand bei sorgfältiger Untersuchung des jeweilig entstehenden ganzen räumlichen Strahlensystems, daß auch hier dasselbe Gesetz der semi-zirkumaxialen Anordnung der Polarisationsebenen Geltung hat. Auch hier ist die Symmetrieachse der Anordnung die in der Gitterfläche, senkrecht zur Polarisationsebene des einfallenden Strahles liegende Gerade.*

* Die ausführliche quantitive Messung dieser Polarisationsverhältnisse versuchte auf meine Veranlassung Herr Kandidat STEFAN JAKUCS im Sommer des Jahres 1905; indes erstrecken sich seine Beobachtungen nur auf zwei Einfallswinkel und bilden noch keine solche Reihe, wie etwa die im Abschnitt B) und C), § 58—72, mitgeteilten Resultate, so daß deren ausführliche Mitteilung hier noch nicht zweckmäßig erscheint. Doch bestätigen die bisher erhaltenen Resultate in jeder Beziehung das oben gefundene Gesetz.

Man merkt sofort, daß die Lage dieser Geraden durch die Anderung des Einfallswinkels nicht geändert wird; die Hälfte des unendlichen Raumes, in welcher unser gebrochen-gebeugtes Strahlensystem enthalten ist, wird stets durch die Ebene der gefurchten Gitterfläche begrenzt.

Diese wichtige Erfahrungstatsache steht nun mit unseren übrigen, bei dem Einfallsazimut 0^0 gewonnenen Tatumständen insofern in völliger Übereinstimmung, daß auch hier die Anordnung der Polarisationsebenen der Strahlen des gebeugten Systemes vom Einfallswinkel unabhängig ist, wie bei der stereographisch-parallelen Anordnung, § 54, 56, 69 u. 80. Es gilt also auch hier, wie an den genannten Stellen, ganz unabhängig von jeder Hypothese, die zwingende Schlußfolgerung, daß der erregende Lichtvektor nur senkrecht zu seiner Polarisationsebene sein kann.

Man sehe auch § 93, 94 und die Schlußbemerkung des § 99.

§ 92. Innere, mit geringer Brechung verbundene Beugung. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut 90^0 und 45^0. Symmetrische und asymmetrische partielle zirkumaxiale Polarisation. Beschränkte Geltung der isogonalen Anordnung. Der zur Gitterfläche normalgebeugte Strahl.

I. Der Beugungsapparat war wie im vorigen Paragraphen dem einfallenden Strahl zugewendet; jedoch war letzterer stets zur Einfallsebene senkrecht polarisiert. Dieses Azimut wurde durch die gewöhnliche Brechung des einfallenden Strahles an der äußeren, glatten Fläche der Gitterplatte nicht geändert.

Es fand sich auch hier, daß alle in der Einfallsebene gebeugten Strahlen senkrecht zur Einfallsebene polarisiert sind.

Auch die übrigen Strahlen sind alle gut linearpolarisiert; aber die Anordnung ihrer Polarisationsebenen ist hier vom Einfallswinkel abhängig. Außerdem fand ich, im Gegensatz zu der im vorigen Paragraphen konstatierten semi-zirkumaxialen Anordnung, daß hier diejenigen gebeugten Strahlen, die in der zur

Einfallsebene des einfallenden Strahles senkrechten, die Gitternormale enthaltenden Ebene liegen: zu dieser Ebene ganz wesentlich verschiedene Azimute besitzen, welche auf eine zur Einfallsebene symmetrische partielle zirkumaxiale Anordnung hindeuten.

Eine vollständige zirkumaxiale Anordnung konnte ich in diesem Falle nicht finden, obwohl ich zwischen $i = 0^0$ und 90^0 sorgfältigste Beobachtungen anstellte. Bei normaler Inzidenz tritt der schon im vorigen § 91 unter I. behandelte Fall ein.

II. Bildete die Polarisationsebene mit der Einfallsebene das Azimut 45^0, so änderte sich zwar die Polarisationsebene des durch die äußere, glatte Fläche der Gitterplatte eindringenden einfallenden Strahles infolge der regulären Brechung in mäßiger Weise, indes waren hier ebenfalls alle gebeugten Strahlen sehr gut linearpolarisiert. Der Einfallswinkel wurde dabei von 0^0 bis 90^0 geändert; das räumliche Strahlensystem zeigte nicht das im vorigen Paragraphen konstatierte semi-zirkumaxiale Gesetz, sondern wich von dieser Anordnung ganz beträchtlich ab. Doch konnte ich nirgends, trotz sorgfältigsten Bemühens eine geschlossen zirkumaxiale Polarisation konstatieren; vielmehr schien die Anordnung eine asymmetrisch-partiell zirkumaxiale zu sein. —

Hingegen fand ich auch hier zwei einfache, schon bei den Beobachtungen in den §§ 80, 81, 82, 83 und besonders im § 85, ferner § 86, festgestellte Beziehungen, nämlich:

1. Diejenigen innen gebrochen-gebeugten Strahlen, die in genügender Nähe der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Strahles fortschreiten, befolgen sehr näherungsweise das Gesetz der isogonalen Anordnung, und zwar inbezug auf diese Richtung als ausgezeichnete Achse, und der Polarisationsebene des einfallenden Strahles als Symmetrieebene.

2. Der in der jeweiligen Gitternormale gebeugte Strahl hat zur Beugungsebene stets dasselbe Polarisationsazimut, wie der einfallende Strahl; also genau wie in § 86.

§ 93. Innere, mit geringer Reflexion verbundene Beugung. Einfallsazimut 0^0. Allgemeine Geltung des Gesetzes der semi-zirkumaxialen Polarisation. Zwingender Schluß: Der Lichtvektor ist senkrecht zu seiner Polarisationsebene.

Der Beugungsapparat, Fig. 30, S. 367, ist mit der gewölbten Kugelfläche gegen den eintretenden Strahl gerichtet; derselbe durchläuft die Glassubstanz der Halbkugel, ferner die dünne Ölschicht und gelangt so an die Gitterfläche, wo er Beugung erleidet. Das reflektiert-gebeugte Strahlensystem durchdrang nun wieder die Ölschicht und die Halbkugel und trat normal zu deren Fläche in Luft aus, und wurde so beobachtet.

Lag die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes, wie bei allen in diesem Paragraphen beschriebenen Versuchen in der Einfallsebene, dann waren auch bei jedem Einfallswinkel die in dieser Ebene gebeugten Strahlen in derselben Ebene polarisiert. Ferner ergab sich:

I. Bei normaler Inzidenz zeigt das so innen reflektiert-gebeugte räumliche Strahlensystem eine ebensolche semi-zirkumaxiale Anordnung der Polarisationsebenen, wie im hierhergehörigen Falle des innen gebrochen-gebeugten Strahlensystems, § 91; es ist auch hier die Symmetrieachse dieser Anordnung die in der Gitterfläche, senkrecht zur Polarisationsebene liegende Gerade, genau wie in dem soeben erwähnten Falle der Refraktionsbeugung.

II. Bei schiefer Inzidenz und festgehaltenem Einfallsazimut 0^0 zeigt das innen reflektiert-gebeugte Strahlensystem dieselbe semi-zirkumaxiale Anordnung wie unter I.; auch hier begrenzt die Ebene des Gitters diejenige Hälfte des unendlichen Raumes, in welchem dieses System und seine Polarisationsanordnung auftritt, und bleibt die Symmetrieachse der letzteren dieselbe wie in I dieses Paragraphen.

Es ist demnach auch hier, bei dem Einfallsazimut 0^0, die Polarisationsanordnung des innen reflektiert-gebeugten Strahlensystems vom Einfallswinkel unabhängig; also gilt auch hier, unabhängig von jeder Hypothese, die

zuletzt im § 91 erwähnte zwingende Schlußfolgerung: Der erregende Lichtvektor kann nur senkrecht zu seiner Polarisationsebene sein.

§ 94. Vereinigung der Resultate der §§ 91 und 93: Das an der Grenzfläche von Glas und Öl entstandene ganze System gebeugter Strahlen zeigt bei einem Einfallsazimut 0^0 die räumlich vollständige zirkumaxiale Anordnung seiner Polarisationsebenen. Derselbe zwingende Schluß.

Die in den §§ 91 und 93 betrachteten, mit geringer innerer Brechung und mit geringer innerer Reflexion verbundenen beiden gebeugten Strahlensysteme treten im Innern des Mediums gleichzeitig auf: die Symmetrieachsen ihrer Polarisationsanordnungen fallen in eine und dieselbe Gerade; daher zeigen diese Strahlensysteme bei jedem Einfallswinkel zusammen rings um diese, senkrecht zur Polarisationsebene des einfallenden Lichtes in der Beugungsfläche liegende Gerade eine einzige, räumlich vollständige, zirkumaxiale Polarisationsanordnung.

Es ist dies eines der einfachsten und schönsten Gesetze der Polarisation des gebeugten Lichtes im Innern eines optisch homogenen Mediums oder richtiger, an der Grenzfläche zweier optisch sehr wenig voneinander verschiedener Mittel.

Indes muß betont werden, daß dies Gesetz in seiner Allgemeinheit für innen reflektiert-gebeugte Stahlen nur dann gültig ist, wenn dieselben die Ölschicht passierten; bei den gebrochengebeugten Strahlen muß dies stets der Fall sein; bei den ersteren nur dann, wenn der einfallende Strahl zuerst die Ölschicht durchdringt und dann die Gitterfläche trifft. Diese Bedingung ist eine wesentliche; die sorgfältigen Beobachtungen des § 90, Abschnitt A) erweisen dies; andererseits stehen die Beobachtungen der §§ 88, 89 und 90 B) mit unserem hier konstatierten Gesetze in völliger Übereinstimmung und zeigen zugleich, daß die Intensität des längs der Symmetrieachse der zirkumaxialen Anordnung gebeugten Strahles verschwindend ist.

Betrachtet man also dieses für den, den Erregungsort umschließenden, ganzen Kugelraum experimentell festgestellte Gesetz als Grundlage von Schlußfolgerungen, so findet man sofort, daß der erregende Vektor des linearpolarisierten einfallenden Lichtes, welcher also diese räumlich symmetrische Anordnung hervorruft, nur längs dieser Symmetrieachse gerichtet sein kann, also senkzu seiner Polarisationsebene sein muß.

Dieser Schluß ist ebenso zwingend wie der des § 91 und 93 und ist ebenso wie diese von jeder hypothetischen Auffassung über die Natur des Lichtes unabhängig; man sehe auch den zwingenden Schluß und die Schlußbemerkung im § 99.

§ 95. Innere, mit geringer Reflexion verbundene Beugung. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut 90°. Vollständige symmetrische, zirkumpolare, ferner symmetrische vollständige und partielle zirkumaxiale Polarisation.

Der Beugungsapparat, Fig. 30, S. 367, hatte dieselbe Anordnung wie in § 93, nur daß hier das Einfallsazimut 90° betrug.

Es fand sich sofort, daß hier alle in der Einfallsebene gebeugten Strahlen senkrecht zu dieser Ebene polarisiert sind.

Aber die Untersuchung des räumlichen, innen reflektiertgebeugten Strahlensystems ergab auch sofort das Vorhandensein der zirkumpolaren Polarisation.

Da hier die Brechungsexponenten der an der gefurchten Fläche sich berührenden Medien, nämlich Glas und Öl, sehr wenig voneinander verschieden sind, also der relative Brechungsindex sehr wenig von der Einheit abweicht, so konnte der Polarisationswinkel der reflektierend-beugenden Fläche nur um ein Geringes größer oder kleiner sein als 45°.

Fiel nun das Licht unter diesem Winkel mit dem Einfallsazimut 90° auf diese Gitterfläche, so war der regelmäßig reflektierte Strahl fast ganz ausgelöscht, und man konnte nach den Überlegungen und Erfahrungen der §§ 45—49 erwarten, daß die

Richtung dieses Strahles die Symmetrieachse der zirkumpolaren Anordnung der Polarisationsebenen des innen reflektiert-gebeugten Strahlensystems sei.

Die Beobachtung bestätigte diese Erwartung in vollem Maße: es trat vollständige, um die Richtung des regelmäßig reflektierten, ausgelöschten Strahles symmetrische, zirkumpolare Polarisation auf.

Bei Änderung des Einfallswinkels, unter sonst festgehaltenem Einfallsazimut 90° blieb die Anordnung noch immer eine vollständige symmetrisch-zirkumaxiale, und zwar konnte ich selbe innerhalb der Grenzen $i = 35^0$ bis $i = 80^0$ auf das bestimmteste konstatieren.

Es findet also in diesem Falle eine allgemeine Übereinstimmung mit denjenigen Strahlensystemen statt, die bei demselben Einfallsazimut 90° aus Luft an Glas in Luft reflektiert-gebeugt werden, § 45—49, 58 und 59.

Auch hier kann man aus der zirkumaxialen Anordnung der Polarisationsebenen auf elastisch-fester und elektromagnetischer Grundlage dieselbe nicht zwingende Schlußfolgerung ziehen, wie in § 49; siehe auch § 94.

Bei normaler Inzidenz tritt der Fall des § 93, Abschnitt I und der des § 94 ein.

Es muß bemerkt werden, daß hier alle innen reflektiert-gebeugten Strahlen ohne Ausnahme, sehr vollständig linearpolarisiert sind; auch ist ihre Intensität genügend erheblich, um eine sichere Beobachtung zu gestatten.

§ 96. Innere, mit geringer Reflexion verbundene Beugung. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut 45° und beliebig. Asymmetrische zirkumaxiale Polarisation.

Wird bei der Anordnung der vorigen beiden Paragraphen das Einfallsazimut 45°, so tritt keine der in den erwähnten zwei Paragraphen konstatierten Verteilungen der Polarisationsebenen ein, sondern solche, welche bei denselben Einfallswinkeln und Einfallsazimuten im allgemeinen dieselben Typen zeigen, wie die der aus Luft an Glas in Luft bei demselben Einfallsazimute

reflektiert-gebeugten Strahlensysteme, § 52, 60 und 63. Insbesondere fand ich noch:

Diejenigen innen reflektiert-gebeugten Strahlen, welche in großer Nähe des einfallenden Strahles fortschreiten, erfüllen in genügender Annäherung das Gesetz der isogonalen Anordnung ihrer Polarisationsebenen und zwar in bezug auf dessen Richtung als ausgezeichnete Achse und der Polarisationsebene des einfallenden Strahles als Symmetrieebene; so wie etwa in § 92.

Hingegen ergaben die Beobachtungen, daß der längs der Normalen der Gitterfläche gebeugte Strahl nicht dasselbe Polarisationsazimut besitze, wie der einfallende, sondern: je größer der Einfallswinkel, umso mehr nähert sich die Polarisationsebene des in der Gitternormale gebeugten Strahles der Einfallsebene.

Es gilt also hier nicht das einfache, in § 86 konstatierte Gesetz, welches bei in Luft reflektiert-gebeugten und in Glas gebrochen-gebeugten, in der Gitternormale fortschreitenden Strahlen sich zeigt, und das auch in § 92 konstatiert wurde.

Doch waren auch hier alle gebeugten Strahlen sehr gut linearpolarisiert.

§ 97. Ergänzung: H. Siedentopfs Beobachtung der Polarisation der durch einzelne ultramikroskopische Teilchen hervorgerufenen sekundären Strahlensysteme zeigen qualitativ das Gesetz der vollständigen zirkumaxialen Polarisation.

H. Siedentopfs Versuche über die Polarisation des durch ultramikroskopische Teilchen gebeugten Lichtes sind in der in Gemeinschaft mit R. Zsigmondy veröffentlichten, in den letzten Jahren vielgenannten Abhandlung enthalten.*

* H. Siedentopf und R. Zsigmondy, Über Sichtbarmachung und Größenbestimmung ultramikroskopischer Teilchen, mit besonderer Anwendung auf Goldrubingläser, *Drudes Annalen der Physik*, vierte Folge, Bd. X, p. 1—39, Leipzig 1903.

Die Beobachtungen beziehen sich auf Beugungserscheinungen von ungefähr derselben Natur, wie die in § 12 erwähnte, von STOKES und Lord RAYLEIGH beobachtete Polarisation des „falsch zerstreuten" Lichtes und der Zerstreuung des Lichtes durch trübe Medien, und sind der Hauptsache nach mit diesen in völliger Übereinstimmung, weisen schon in viel deutlicherer, ja sogar ganz unverkennbarer, jedoch nur qualitativer Weise auf das Gesetz der Anordnung der Polarisationsebenen hin, welches bei Beugung ohne Wechsel des Mediums durch kleine Partikelchen Geltung hat.

Indem ich die allgemeine Anordnung der experimentellen Hilfsmittel dieser merkwürdigen Versuche als bekannt voraussetze, beschränke ich mich hier vorerst nur auf die wort- und bildgetreue Wiedergabe des auf die Polarisation des gebeugten Lichtes bezüglichen Teiles der Abhandlung*, um daran einige Erörterungen zu knüpfen. Jedoch möge zuerst daran erinnert werden, daß die Richtung des auf die im Medium fein zerteilten winzigen Teilchen einfallenden Lichtes stets senkrecht ist auf die Achse des Beobachtungsmikroskops, und daß diese beiden Richtungen die Lage der „Hauptbeugungsebene" festlegen.

„Der Polarisationszustand ist bei Anwendung eines Polarisators und stärkerer Systeme innerhalb der einzelnen Beugungsscheibchen, wie in der ganzen hinteren Brennebene des Mikroskopobjektivs in den nachstehenden Figuren 7—10 [in unserer Reproduktion Fig. 31—34] erläutert. Bei denselben bezeichnet PE die Polarisationsebene des Polarisators, EE die Ebene, welche die Achsen des wirksamen Beleuchtungs- und Beugungskegels enthält (Hauptbeugungsebene). Die Strichelung in den großen Kreisen gibt die Richtung der Polarisationsebene in der hinteren Brennebene des Mikroskopobjektives. Das darunter gezeichnete Scheibchen stellt schematisch das Aussehen des entsprechenden Beugungsscheibchens dar. Vorausgesetzt sind hierbei Teilchen, die erheblich kleiner als ca. 0,1 μ sind. Die Figuren lassen erkennen, was bei Anwendung eines Analysators zu erwarten ist. Erwähnt sei hier nur die bemerkenswerte Spaltung der runden

* L. c. p. 11—13.

Beugungsscheibchen durch einen in der Hauptbeugungsebene liegenden dunklen Balken in zwei längliche Scheibchen, wenn die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes parallel der Achse

$\perp P.E.$ $\perp E.E.$

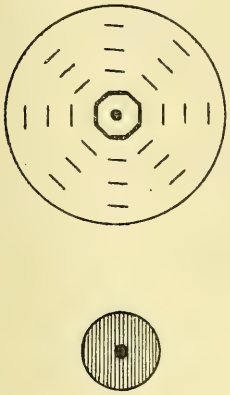


Fig. 31.

/ $P.E.$ 45° g. $E.E.$ n. r.

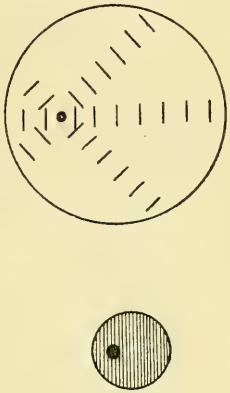


Fig. 32.

\ $P.E.$ 45° g. $E.E.$ n. l.

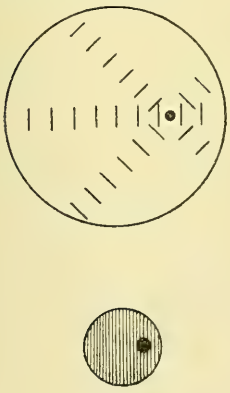


Fig. 33.

| $P.E.$ | $E.E.$

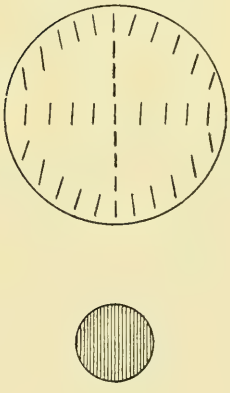


Fig. 34.

der beleuchtenden Strahlen und senkrecht zur Hauptbeugungsebene (Fig. 10) und die Polarisationsebene des Analysators parallel der Hauptbeugungsebene liegt."

Diesen Beobachtungen fügt SIEDENTOPF keinen Kommentar

hinzu; und auch während der seither verflossenen wenigen Jahre scheint man diesem Teil der von SIEDENTOPF gefundenen Resultate nicht überall die gebührende Aufmerksamkeit geschenkt zu haben.*

Man erkennt nämlich aus den Zeichnungen, Fig. 31—34, S. 385, sofort, daß hier ganz deutlich eine schöne zirkumaxiale Anordnung der Polarisationsebenen auftritt, deren jeweilige Symmetrieachse die durch das beugende Partikelchen gehende Normale der Polarisationsebene des auf das Partikelchen fallenden Lichtes ist.

In Fig. 31 fällt diese Achse in die Achse des Beobachtungsmikroskops, also in die Hauptbeugungsebene; in Fig. 32 läßt das durch das Mikroskop verkehrte Bild die Rechtsdrehung der Symmetrieachse um den einfallenden Strahl erkennen, ebenso Fig. 33 die Linksdrehung; in Fig. 34 liegt diese Achse senkrecht zur Mikroskopachse und senkrecht zur Hauptbeugungsebene.

Soweit diese im beschränkten Beugungskegel angestellten Versuche sich erstrecken, stellen sich dieselben als, wenn auch nur qualitativ, so doch ganz unverkennbare bestimmte Anzeichen des Gesetzes der zirkumaxialen Polarisation dar (§ 47, 48, 49, 58, 59, 91, 93, 94 und 95).

Obige Beobachtungen gestatten jedoch noch andere Folgerungen:

Die Form und die Dimensionen der die Beugung verursachenden Goldpartikelchen im Rubinglase sind jedenfalls voneinander sehr verschieden, ebenso in den beobachteten kolloidalen Lösungen des Goldes; doch sagt SIEDENTOPF nirgends, daß die oben beschriebene Anordnung der Polarisationsebenen für verschiedene Partikelchen eine verschiedene sei, ebenso wenig erwähnt er einen hierauf bezüglichen Einfluß der Lichtgattung des gebeugten Strahles.

Man darf also schließen, daß die Anordnung der Polarisationsebenen des gebeugten Lichtes auch in diesem Falle von der Form und den Dimensionen des beugenden, sehr kleinen Goldpartikelchens und von der Wellenlänge des gebeugten Strahles unabhängig

* Eine Ausnahme bildet J. C. MAXWELL GARNETTS Arbeit, von welcher im folgenden Paragraphen die Rede sein wird.

sei. Wir haben in den §§ 91, 93, 94 und 95 gesehen, daß diese Erfahrungen mit den mittels Glasgittern, jedoch ohne optisch merklichen Wechsel des Mittels erzeugten Beugungserscheinungen in voller Übereinstimmung sind; man sehe auch die wichtige Anmerkung am Schlusse des § 99.

In einer spätern Mitteilung gibt H. SIEDENTOPF einen kurzen Bericht seiner Untersuchungen über ultramikroskopische Teilchen im Steinsalz*. Hier findet er nun, daß eine große Anzahl der Beugungsscheibchen, die von den färbenden ultramikroskopischen Teilchen im Steinsalze im Mikroskop erzeugt werden, wie er es nennt, anomal, d. i. nicht nach der Hauptbeugungsebene polarisiert sind, sondern daß viele ihr Intensitätsmaximum in irgend einem anderen Azimut besitzen können, und daß jedes Teilchen vollkommen unabhängig vom benachbarten, im allgemeinen aber anders als dieses polarisiert ist. Ergänzungsweise möge bemerkt werden, daß H. SIEDENTOPF bei Flüssigkeiten niemals anomale Polarisation beobachten konnte; dieselbe scheint ihm für die festen Körper charakteristisch zu sein.**

Diese Erscheinungen dürften von komplizierterer Natur sein, als die Beugung an ultramikroskopischen Teilchen in Rubinglas, zum Teil auch deshalb, weil die im kristallinischen Medium eingelagerten Natriumteilchen auch selbst kristallinisch sind oder sein können. Indes macht H. SIEDENTOPF auch in dieser Mitteilung noch keine präzise Äußerung über die von J. C. MAXWELL GARNETT, und unabhängig auch von mir erkannte, oben erwähnte Gesetzmäßigkeit der Polarisation des Beugungskegels bei Rubinglas, denn er sagt hier: „Feinere Unterschiede können schließlich noch in der Verteilung der Polarisation innerhalb des Beugungsscheibchens selbst[2]) und in dem Intensitätsverlauf nach den Nebenbeugungsringen hin vorhanden sein.“ „2) Ann. d. Phys. 10, 12, 1903.“ Die angezogene Stelle bezieht sich auf die auch hier in diesem Paragraphen reproduzierten Abbildungen, Fig. 31—34,

* H. SIEDENTOPF, Ultramikroskopische Untersuchungen über Steinsalzfärbungen [Vorträge und Diskussionen von der 77. Naturforscherversammlung zu Meran], *Phys. Zeitschr.* Jahrg. 6, Nr. 24 vom 1. Dezember 1905, p. 855—866; insbesondere p. 861, zweite Spalte, erster Absatz bis p. 863.

** L. c. p. 865.

die eben die zirkumaxiale Anordnung der Polarisationsebenen qualitativ ganz zweifellos erkennen lassen. —

Die diesem Vortrag H. Siedentopfs folgende interessante Diskussion* möge hier nur insofern Erwähnung finden, inwiefern durch dieselbe diejenigen theoretischen Versuche der Aufmerksamkeit gewürdigt wurden, welche in Ergänzung zu der in § 12 und 26 erörterten Lord Rayleighschen Theorie, die Untersuchung der durch Anwesenheit von kleinen leitenden Kugeln im homogenen Dielektrikum entstandenen sekundären Wellen zum Zwecke haben.

Die Berufung auf diese Theorien, insbesondere auf Lord Rayleighs neuere Theorie, hat deshalb Berechtigung, weil bei den bisher angestellten Beobachtungen der durch ultramikroskopische Teilchen hervorgerufenen sekundären Lichtwellen diese Teilchen fast ausschließlich metallischer Natur waren; andrerseits kann aber nicht mit Bestimmtheit behauptet werden, daß diese Teilchen regelmäßige Kugelform oder andere regelmäßige, symmetrische Form hätten.

§ 98. Ergänzung: Lord Rayleighs neuere Theorie und J. C. Maxwell Garnetts Erklärung. J. J. Thomsons Theorie der Zerstreuung der Wellen durch kleine metallische Kugeln. Fr. Hasenörls und F. Ehrenhafts Theorien. F. Pockels Bemerkungen. M. Plancks Theorien erregender Zentra. R. W. Woods Beobachtungen.

J. C. Maxwell Garnett** geht von einer Arbeit Lord Rayleighs*** aus, in welcher mit bezug auf dessen frühere Unter-

* *Physikalische Zeitschrift*, l. c. p. 864—866.

** J. C. Maxwell Garnett, Colours in Metal Glasses and in Metallic Films, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*; Series A, Vol. 203 [19. April, 2. Juni 1904], p. 385—420, London 1904. Einen kurzen Auszug davon gibt R. W. Wood, *Physical Optics* p. 491—497, Newyork und London 1905.

*** Lord Rayleigh, On the Incidence of Aerial and Electric Waves upon Small Obstacles in the Form of Ellipsoids or Elliptic Cylinders, and on the Passage of Electric Waves through a Circular Aperture in a Conducting Screen, *Philosophical Magazine* (5), vol. XLIV, p. 28—52, 1897; *Scientific Papers* vol. IV, p. 305—326, Cambridge 1903.

suchungen* dasjenige meridionale elektrische Vektorensystem dargestellt ist, welches in großer Entfernung von einer linear-oszillatorischen elektrischen Erregungsquelle entsteht, wenn letztere dadurch hervorgerufen wird, daß ein einfacher, ebener, elektrischer Wellenzug durch ein kleines, kugelförmiges Hindernis im homogenen, isotropen Dielektrikum eine Störung erleidet [Formel (106), S. 321 der hier in der Fußnote S. 388 angeführten Arbeit], soweit dieselbe von der Verschiedenheit des Dielektrizitätskoeffizienten des Mediums und des Hindernisses abhängt.

Mit dieser meridionalen Vektorenanordnung vergleicht nun GARNETT die auch von ihm bildlich reproduzierten Lagen der Polarisationsebenen in den Beugungsscheibchen, welche durch ultramikroskopische Partikelchen von geringerer Dimension als 0,1 μ hervorgerufen werden; er nimmt dabei an, daß der Lichtvektor des linearpolarisierten Strahles ein zu dessen Polarisationsebene senkrechter elektrischer Vektor sei und interpretiert also die beobachteten zirkumaxialen Systeme der Polarisationsebenen als solche, die zu obigem meridionalen, elektrischen Vektorensystem gehören.

Auf Grundlage der von ihm benutzten RAYLEIGHschen Theorie schließt GARNETT, daß die im Gold- und Kupfer-Rubinglas und im Silberglas vorhandenen kleinen Metallteilchen, welche von bedeutend kleinerer Dimension als 0,1 μ sind und welche zugleich obige Erscheinung hervorrufen, genau kugelförmig sind. Dieser Schluß wird nach GARNETT durch die Erfahrungstatsache plausibel, daß solches Glas nach Herausnahme aus dem Schmelzofen und nach schneller Abkühlung ganz durchsichtig ist und keine Färbung zeigt, sondern erst nach langsamer Wiedererwärmung, während welcher also die Metallteilchen, die sich im durchsichtigen Glase wahrscheinlich in glasiger Lösung vorfanden, nun ausgeschieden werden und Zeit und Gelegenheit haben, sich zu Kügelchen zu formieren. Bei dieser Formierung wirkt auch die Oberflächenspannung mit, welche die Metallmoleküle zu Klümpchen ballt; die Kräfte dieser Spannungen sind hier bei sehr kleinen Dimensionen der Teilchen stärker als die der Kristallisierung;

* Siehe § 12 und 26 dieser Arbeit.

letztere überwiegen erst dann, wenn die Größe der Partikelchen eine gewisse Grenze überschritten hat. Die übrigen Teile der GARNETTschen Arbeit beziehen sich auf andere Partien der SIEDENTOPF-ZSIGMONDYschen Arbeit, auf die hier nicht weiter eingegangen wird.

In J. J. THOMSONS Theorie* sind auf Grund der elektromagnetischen Auffassung die Komponenten der durch leitende Kugeln entstehenden elektrischen Polarisation und magnetischen Kraft mittels sehr komplizierter, durch Kugelfunktionen verschiedener Art gebildeter Ausdrücke dargestellt, die für jeden Wert des Kugelradius gelten; doch beschränkt sich der Verfasser auf die Ausrechnung des Falles, wo dieser Radius gegen die Wellenlänge sehr klein ist.

J. J. THOMSONS Resultat läßt sich in diesem Falle folgendermaßen aussprechen: Fällt ein ebener Wellenzug linearpolarisierten Lichtes auf eine solche Kugel, so verschwindet das sekundär erregte Licht in einer bestimmten Richtung, nämlich in derjenigen, welche in der zur magnetischen Induktion der einfallenden Welle senkrechten Ebene liegend, mit dem einfallenden Strahl den Winkel von 120^0 bildet. Ebenso ist bei einfallendem unpolarisierten Licht jeder sekundäre Strahl, der mit dem einfallenden den Winkel von 120^0 bildet, in der den einfallenden und den gebeugten Strahl enthaltenden Ebene polarisiert.

Diese Resultate zeigen nun gegenüber den in den §§ 12 und 26 dieser Arbeit, sowie gegenüber den hier soeben erwähnten Ergebnissen Lord RAYLEIGHS für dielektrisch verschiedene Kugeln den Unterschied, daß bei letzteren die Richtungen der verschwindenden Strahlen mit dem einfallenden nicht 120^0, sondern 90^0 bilden.

J. J. THOMSON scheint keinen Versuch gemacht zu haben, seine theoretisch gefundenen Werte experimentell zu verifizieren. Seine Theorie verallgemeinerte Fr. HASENÖRL**, indem er die

* J. J. THOMSON, Notes on recent Researches in Electricity and Magnetism. Intended as a sequel to professor Clerk-Maxwell's Treatise on Electricity and Magnetism. gr. 8^0, XVI und 578 S., Oxford, Clarendon Press 1893; p. 437—451: On the Scattering of Electric Waves by Metallic Spheres.

** FRITZ HASENÖRL, Über die Absorption elektrischer Wellen in einem Gas. Vorgelegt in der Sitzung am 5. Juni 1902. *Sitzungsberichte d. k. Aka-*

Veränderungen berechnet, welche eine ebene, geradlinig polarisierte Welle elektrischer Kraft erfährt, wenn sie ein Medium durchsetzt, das aus im Mittel gleichförmig verteilten Kugeln besteht, deren elektromagnetische Konstanten von denen des umgebenden Äthers verschieden sind. Für ein solches Medium benutzt der Verfasser zur Kürze den Terminus Gas; er untersucht die angedeuteten Veränderungen, um eine Theorie der spektralen Absorption zu begründen.

Aus dieser Arbeit sei für die Zwecke vorliegender Schrift nur das Ergebnis ihres dritten Abschnitts erwähnt*: es wird darin nämlich das System der Komponenten derjenigen elektrischen Kraftwelle ausgedrückt, welche eine durch die erwähnte einfallende Welle erregte kugelförmige, vom umgebenden Medium abweichende Masse, als sekundäre Erregungsstelle nach außen hin ausstrahlt.

Diese Ausdrücke benutzt nun F. EHRENHAFT** als Grundlage von Entwicklungen zum Zwecke der Verallgemeinerung von J. J. THOMSONS oben erwähnten Resultaten für den Fall, wenn der Radius der leitenden Kugeln zwar kleiner ist als die Wellenlänge der Strahlung im freien Raume, aber doch nicht sehr klein.

Indem er sehr große Leitfähigkeit des Kugelmaterials voraussetzt, entwickelt er die Komponenten der von einer solchen Kugel ausgestrahlten elektromagnetischen sphärischen Welle, wenn die Kugel durch eine linear-polarisierte, ebene elektrische Welle in stationärer Erregung erhalten wird. Dadurch bestimmen sich die Intensitäts- und Polarisationsverhältnisse der so entstandenen kugelförmigen sekundären Lichtwelle, sowie die Beziehungen der Farbe solcher Strahlen.***

Hier mögen nur die Ergebnisse in bezug der Polarisationsverhältnisse Erwähnung finden: Der Verfasser behandelt zuerst

demie der Wissensch. zu Wien. Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse. CXI. Bd., Abteilung IIa, p. 1229—1263, Wien 1902.

* L. c. p. 1243.

** FELIX EHRENHAFT, Die diffuse Zerstreuung des Lichtes an kleinen Kugeln. Ultramikroskopische Studie. Vorgelegt in der Sitzung am 18. Mai 1905. *Sitzungsberichte der k. Akademie der Wissenschaften zu Wien.* Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse. CXIV. Bd., Abt. IIa, p. 1115—1141, Wien 1905.

*** L. c. p. 1127—1129.

den von J. J. THOMSON betrachteten Fall, bei dem der Kugelradius a gegen die Wellenlänge λ sehr klein ist und kommt zu dem schon oben angedeuteten Resultate; hierauf nimmt er für das Verhältnis a/λ der Reihe nach die Werte an: 0,01, 0,05, 0,1, 0,2 und findet, daß in diesen Fällen das Polarisationsmaximum der sekundären Strahlen eintritt, wenn dieselben mit dem einfallenden Strahl die jeweiligen Winkel bilden: 120°, 116,5°, 115°, 109°.

F. EHRENHAFT bemerkt hierzu, daß nach seinen zu Anfang des Jahres 1903 angestellten Beobachtungen das Polarisationsmaximum des kolloidalen Goldes, mit dem CORNUschen Photopolarimeter gemessen unter 118° bis 120° liegt; das des kolloidalen Platins unter 115°; des kolloidalen Silbers unter 110° gegen den einfallenden Strahl; er zieht aus diesen Werten Schlüsse auf die Größenordnung der Teilchen. Auch konnte er wiederholt bei ein und derselben Suspension der Partikelchen das Wandern des Polarisationsmaximums gegen kleinere Winkel beobachten, welche Tatsache er als unverkennbar mit dem fortschreitenden Zusammenflocken der Teilchen zu größeren Gruppen zusammenhängend betrachtet.*

In bezug auf die von H. SIEDENTOPF in der ersten Abhandlung mitgeteilten Beobachtungen, die sich auf die Polarisationsverhältnisse der vom Einzelteilchen ausgestrahlten sekundären Lichtwelle beziehen, die wir in § 97 im vollen Wortlaute und getreuer Abbildung anführten, behauptet EHRENHAFT, daß dieselben durch seine Diskussionen vollkommene Erklärung finden. Dies scheint indes wenigstens für die in der Abbildung S. 385 versinnlichten Polarisationsverhältnisse nicht der Fall zu sein, denn dieselben zeigen nicht nur das Polarisationsmaximum in der zum einfallenden Strahl senkrechten Richtung, sondern auch ganz ausgesprochen, wenigstens qualitativ das einfache Gesetz der zirkumaxialen Polarisation.

Jedenfalls aber sind genauere Beobachtungen dieser Einzelwellen erwünscht; sobald mir die Umstände günstig sind, werde ich solche anstellen oder veranlassen; man sehe auch den folgenden § 99 dieser Arbeit.

---

* L. c. p. 1135.

Nicht unerwähnt sei hier auch der interessante kritische Artikel F. Pockels*, in welchem derselbe die Ansicht ausspricht, daß die eigentümlichen optischen Eigenschaften von Metallen in sehr feiner Zerteilung nur in ganz unwahrscheinlicher Weise durch optische Resonanz erklärt werden können, wenn man nämlich die ganzen Metallteilchen als wirkende Resonatoren betrachten würde; ebenso findet er es für unzulässig, darauf eine Bestimmung der Größenordnung dieser Teilchen zu gründen. Auch ändert er seine Meinung nicht, trotz einer energischen Erwiderung F. Ehrenhafts.** Dabei will er jedoch in keiner Weise die Zulässigkeit der Annahme intramolekularer Resonanz bestreiten.

Letztere Bemerkung bezieht sich auf eine interessante theoretische Untersuchung M. Plancks***, die sich jedoch ausschließlich mit der Berechnung der Extinktion im optisch homogenen Mittel von normaler Dispersion beschäftigt und in bezug auf die Polarisation des gebeugten Lichtes nichts Neues enthält; während derselbe Verfasser an anderer Stelle ein elektrisches meridionales und ein magnetisch zirkumaxiales Kräftesystem zum Ausgangspunkt fernerer Untersuchungen nimmt.† —

In einer vor kurzem erschienenen Mitteilung erwähnt R. W. Wood†† eine Erscheinung, die mit den bisherigen Erfahrungen der Polarisation des von kleinen Partikelchen gebeugten Lichtes in Widerspruch zu stehen scheint.

---

* F. Pockels, Zur Frage der „optischen Resonanz" feinzerteilter Metalle, *Physikalische Zeitschrift* Jahrg. 5, p. 152—156, 1904; auch *Winkelmanns Handbuch der Physik* 2. Aufl., Bd. VI, Optik, p. 1118, Leipzig 1906.

** F. Ehrenhaft, Zur optischen Resonanz, *Physikalische Zeitschrift* Jahrg. 5, p. 387—390, 1904 und F. Pockels, Entgegnung hierzu, ebenda, p. 460—461, 1904.

*** M. Planck, Über die Extinktion des Lichtes in einem optisch homogenen Mittel von normaler Dispersion, *Sitzungsber. der k. pr. Akademie der Wissensch. zu Berlin*, p. 740—750, 1904.

† M. Planck, Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung p. 106, Leipzig 1906; siehe auch die Fußnote des § 22 dieser Schrift, S. 168.

†† R. W. Wood, Abnormal Polarization and Colour of Light scattered by Small Absorbing Particles, *Philosophical Magazine* (6), vol. 12, p. 147—149, 1906.

Bildet sich in einer Glaskugel ein Niederschlag aus Joddampf und wird dieser Dampf, der wie Nebel aussieht, von intensivem, unpolarisiertem Lichte erleuchtet, so zeigt sich kräftig zerstreutes Licht von tiefroter Farbe, welches, wenn es senkrecht zum einfallenden Lichte fortschreitet, in einer zum einfallenden Strahl senkrechten Ebene polarisiert ist; also im Gegensatz zum gewöhnlichen Falle, wo solches Licht in der Beugungsebene polarisiert ist. Der Versuch gelingt am besten, wenn man je ein Stück Siegelwachs und Jod, von der Größe eines Stecknadelkopfes in eine kleine Glasretorte bringt, und letztere nun mittels einer sehr kleinen Flamme erwärmt; der rote Nebel hält einige Zeit an, wenn er einmal entstanden ist.

Besonders gute Resultate erzielt man mit Dimethyl-Anilinnitrat; eine geringe Menge davon auf den Boden eines größeren Probierglases gebracht und mit kleiner Flamme erwärmt, gibt plötzlich einen gelblichen Nebel, welcher dieselben optischen Eigenschaften zeigt wie der Joddampf.

Wood versucht diese Erscheinung dadurch zu erklären, daß er die etwa 0,003 mm großen Nebelteilchen kugelförmig und durchsichtig annimmt und voraussetzt, daß ein Teil der rechtwinkelig abgelenkten Strahlen von der Oberfläche direkt, regulär reflektiert wird, während der andere Teil eine einmalige innere Brechung, eine einmalige innere Reflexion und eine einmalige äußere Refraktion erleidet. Der erste Teil ist in der Ablenkungsebene, der zweite senkrecht dazu polarisiert.

Schließlich erwähnt er eine andere, von ihm schon etwa zwei Jahre früher gefundene Erscheinung*: Fällt ein Bündel intensiven, unpolarisierten Lichtes senkrecht auf eine über eine Silberfläche gelagerte dünne Kollodiumschicht, so zeigt das rasant zur Fläche zerstreute (gebeugte) Licht die ganz merkwürdige Eigenschaft, daß die eine Hälfte des sichtbaren Spektrums parallel zur Fläche, die andere Hälfte senkrecht dazu polarisiert ist. Wood schreibt die Erscheinung der Kräuselung des Films zu, dessen granulare Struktur mit den stärksten Vergrößerungen eben

* R. W. Wood, On some New Cases of Interference and Diffraction, *Phil. Mag.* (6), vol. 7, p. 376, 1904.

erkennbar wird. Aber alle diese Erscheinungen sind experimentell noch nicht genügend untersucht; insbesondere scheint die letztere einer eingehenden Erforschung wert zu sein.

§ 99. Ergänzung: Polarisation der durch in der leuchtenden Hülle und im Rauche heller Flammen schwebenden Teilchen hervorgerufenen sekundären Strahlensysteme. Quantitative Beobachtungen: Tabelle XXa und XXb. Sehr genügende Geltung des Gesetzes der räumlich vollständigen zirkumaxialen Polarisation. Zwingender Schluß: Der erregende Lichtvektor ist senkrecht zu seiner Polarisationsebene. Anmerkung: Dieselbe Erscheinung mittels einer vollen Glaskugel.

Eine der interessantesten hierhergehörigen Erscheinungen ist jedenfalls die in der Überschrift dieses Paragraphen genannte, die in bezug der Polarisationsverhältnisse der von sekundären Erregungszentren ausgehenden Lichtstrahlen zweifellos von großer Wichtigkeit ist.

Die Erscheinung selbst scheint zuerst von G. J. Burch experimentell festgestellt worden sein*; indes dürfte sie trotz ihrer Mitteilung in einer angesehenen Zeitschrift nicht genügend bekannt geworden sein, da sie G. G. Stokes** sechs Jahre später ganz unabhängig wieder entdeckte, jedoch nachher Burchs Priorität bereitwilligst anerkannte.

Trotz Stokes' Publikation scheint die Erscheinung noch immer nicht die gebührende Beachtung gefunden zu haben; so fand ich z. B. auch in der II. Auflage von Winkelmanns Handbuch der Physik, Optik, Bd. VI_{II}, 1906, keine Erwähnung davon. Dieser Umstand dürfte eine kurze Reproduktion der bisherigen tatsächlichen Kenntnisse hier gestatten, ebenso die Mitteilung der Resultate einiger hier direkt angestellten Beobachtungsreihen.

* George J. Burch, Some experiments on flame, *Nature*, Vol. XXXI, 1885, p. 272—275.

** G. G. Stokes, On an optical proof of the existence of suspended matter in flames [1891], *Mathematical and Physical Papers*, Vol. V, p. 232—234. On the reactions occurring in flames [1892], ebenda, p. 234—237, Cambridge 1905.

I. Fällt konzentriertes Licht einer intensiven Lichtquelle auf die leuchtende Hülle einer Kerzenflamme, so sieht man deutlich auf derselben zwei hellere Flecken, die die Eintritts- und Austrittsstelle des Lichtkegels an der Flammenhülle bezeichnen; dieselben sind in fast jeder Sehrichtung gut sichtbar.

a) Ist das einfallende Licht unpolarisiert, dann ist jeder zum einfallenden senkrecht gebeugte (zerstreute) Strahl in seiner Beugungsebene vollständig linear polarisiert; in jeder andern Richtung ist der gebeugte Strahl in seiner Beugungsebene partiell polarisiert und zwar umso stärker, je mehr sich der gebeugte Strahl der zur Einfallsrichtung senkrechten Ebene nähert.

b) Ist das einfallende Licht linearpolarisiert, dann ist die Intensität desjenigen gebeugten (zerstreuten) Strahles, der gleichzeitig normal zur Polarisationsebene und senkrecht zum einfallenden Strahl fortschreitet, gleich Null; dieser Teil der Erscheinung scheint von beiden obgenannten Forschern nicht genügend hervorgehoben worden zu sein.

Die erwähnten Eigenschaften der so entstandenen gebeugten Strahlen sind von der Gattung und von der Zusammensetzung des einfallenden Lichtes ganz unabhängig. —

Genau dieselbe Erscheinung findet statt, wenn konzentriertes Licht auf den heißen rötlichen oder auf den kalten, fast farblosen und kaum sichtbaren Rauch heller Flammen fällt; doch scheint es, muß der Rauch von einem tatsächlichen Verbrennungsprozeß herrühren, denn bei ohne Verbrennung entstandenem Rauche findet unter a) keine merkliche Polarisation des zerstreuten Lichtes statt und verschwindet der unter b) erwähnte Strahl nicht.

Die Erscheinung kann man wohl mit Recht der Zerstreuung des Lichtes durch die an den Stellen der genannten hellen Flecken vorhandenen Kohlenstoffteilchen zuschreiben; dieselben entstanden infolge der Dissoziation der Moleküle des Brennstoffes in Atome und zwar durch den Verbrennungsprozeß. Diese Teilchen befinden sich in der hellen Hülle der Flammen in heftigem Glühen, im warmen Rauche in schwachem Selbstleuchten, im kalten Rauche vielleicht nur im Zustande der Wärmestrahlung. In jedem Falle aber haben diese Teilchen infolge der vorhandenen Luftströmung noch eine erhebliche translatorische Bewegung nach aufwärts; dieselbe be-

einflußt aber den optischen Teil des Phänomens in keiner Weise.

Die hier erwähnten qualitativen Polarisationsverhältnisse sind also dieselben wie diejenigen der durch in Luft, in Flüssigkeiten, in Glas oder in Kolloiden suspendierten Körperchen verursachten Beugungserscheinung [§ 12, 97 u. 98]; auch hier sind diese Eigenschaften als erste Anzeichen einer möglichen zirkumaxialen Anordnung der Polarisationsebenen zu betrachten, deren Polarachse die Richtung des verschwindenden Strahles, also die Normale der Polarisationsebene des einfallenden Lichtes ist; indes scheinen bisher diesbezüglich weitere genauere Erfahrungen zu fehlen.

II. Um jedoch die Verhältnisse auch quantitativ feststellen zu können, wurden im Laufe des Sommers 1906 von mir und von dem Lehramtskanditaten Herrn Paul Selényi folgende Messungen angestellt:

Ein vom Heliostatenspiegel [§ 30] reflektiertes Lichtbündel paralleler Sonnenstrahlen gelangte durch eine kreisrunde Öffnung von etwa 8 cm Durchmesser auf eine Kondensorlinse, wurde dann in passender Entfernung mittels einer geeigneten Zerstreuungslinse in ein etwa 1 cm Durchmesser haltendes Bündel paralleler Strahlen verwandelt, die nach Durchdringung des Polarisators des in § 30 erwähnten Apparates eine kleinere Kondensorlinse passierten und in der vertikalen Achse des horizontalen Hauptkreises ein Sonnenbildchen von etwa 2,5 mm Durchmesser erzeugten. Dieses fiel nun auf die Flamme einer kurzen Kerze von etwa 3,5 cm Durchmesser, deren Achse in die vertikale Achse des genannten Hauptkreises fiel, deren Höhe beliebig verändert werden konnte. Später erwies sich die Zerstreuungslinse und der kleinere Kondensor als überflüssig und der unmittelbar aus der größeren Kondensorlinse tretende Strahlenkegel genügte vollkommen.

Nachdem nun die unter I. erwähnten qualitativen Beziehungen ohne weiteres erhärtet waren, wurde ein gewöhnliches leichtes horizontales Messingdrahtgeflecht zungenförmiger Gestalt in die Kerzenflamme geschoben, deren oberer Teil dadurch fast ganz abgeschnitten wurde; an seiner Stelle entstand eine kleine, gewöhnlich kaum sichtbare, etwas kältere Rauchsäule, von welcher sich nun das darauffallende, linearpolarisierte Sonnenbildchen als

gut begrenzter, verhältnismäßig sehr heller bläulich-weißlicher Fleck abhob. Derselbe konnte mittels des im Beobachtungsrohre befindlichen Analysators stets fast ganz ausgelöscht werden und so wurde die Lage der Polarisationsebene des jeweiligen, beobachteten sekundären (gebeugten oder zerstreuten) Strahles festgestellt.

Im sonstigen war die Beobachtungsordnung des ganzen gebeugten (zerstreuten) Strahlensystems im allgemeinen ähnlich derjenigen des im § 65 beschriebenen Falles normaler Inzidenz auf die Gitterfläche, nur daß hier kein Einfallswinkel vorhanden ist, weil die Natur der Erscheinung keinen solchen enthalten kann.

Durch Drehung des Polarisators konnte das Polarisationsazimut des einfallenden Strahlenbündels zur Ebene des horizontalen Hauptkreises, also zur jeweiligen Beugungsebene beliebig gewählt werden; in dieser Ebene konnte mittels des Beobachtungsrohres jeder beliebige Strahl untersucht werden, so daß in dieser Weise das hier um die Auffallsstelle des Sonnenbildchens als sekundäre Erregungsstelle entstandene ganze gebeugte Strahlensystem beobachtet werden konnte, soweit dies nämlich die Konstruktion des Apparates gestattete.

Die Anzahl der Ablesungen der Lage des auslöschenden Analysators betrug für jeden einzelnen Strahl 10 bis 20; diejenigen Strahlen, die nahe zur Polarachse lagen, hatten geringere Intensität und erforderten mehr Ablesungen.

III. Die folgenden Zahlentabellen XXa und XXb enthalten nun die Resultate der, wie oben erwähnt, im Laufe des Sommers 1906 mit Sonnenlicht angestellten Untersuchungen; ferner deren Vergleichung mit dem einfachen Gesetze der zirkumaxialen Polarisation, wenn man, wie schon oben bemerkt, voraussetzt, daß die Polarachse des zerstreuten (gebeugten) Strahlensystems die Normale der Polarisationsebene des einfallenden Strahles sei.

Zur Erläuterung der benutzten Abkürzungen und sonstiger Überlegungen diene Fig. 35. Darin bedeutet O die Auffallsstelle des Sonnenbildchens im Flammenrauche; $\overline{OI}$ den einfallenden-durchgehenden Strahl; $\overline{OR}$ einen beliebig zerstreuten, gebeugten Strahl; $HRIH$ die zum großen Horizontalkreis des Apparates parallele, jeweilige Beugungsebene; ON deren Normale; PIP die

Polarisationsebene des jeweiligen einfallenden Strahles $\overline{OI}$; $\overline{OZ}$ deren Normale; diese wird nun hier als Symmetrieachse der zirkumaxialen Polarisation vorausgesetzt. Ferner sei $\sphericalangle (HIP) = \vartheta$ das von der Horizontalebene ab gerechnete Polarisationsazimut des einfallenden Strahles und $\sphericalangle (HRS) = \varphi_c$ das von derselben Ebene ab gerechnete, zirkumaxiale Polarisationsazimut des jeweiligen gebeugten Strahles $\overline{OR}$, dessen theoretische Polarisationsrichtung

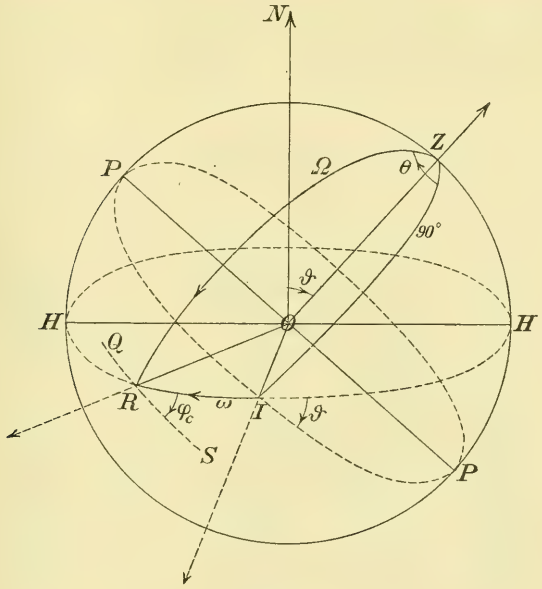


Fig. 35.

also in die Tangente des zu PP parallelen Kreises QRS fällt, den man also senkrecht zur Achse OZ durch R ziehen kann.

Wie aus der Figur ersichtlich, kann die Lage des gebeugten (zerstreuten) Strahles $\overline{OR}$ in verschiedener Weise festgestellt werden: 1. Es sind ω und ϑ die auf den einfallenden Strahl $\overline{OI}$ und auf dessen Polarisationsebene PP bezogenen sphärischen Koordinaten von $\overline{OR}$. 2. Es sind Ω und Θ die auf die Normale Z der Polarisationsebene des einfallenden Strahles und auf den durch diese und durch den einfallenden Strahl $\overline{OI}$ gehenden

Meridian $\widehat{ZI}$ bezogenen zirkumaxialen Koordinaten desselben Strahles $\overline{OR}$.

Die hier nötigen trigonometrischen Beziehungen liefert das sphärische Dreieck (ZIR); darin ist, wie aus Fig. 35 ersichtlich, $\sphericalangle(\widehat{ZI}) = \frac{1}{2}\pi$; $\sphericalangle(RIZ) = \vartheta + \frac{1}{2}\pi$; $\sphericalangle(ZRI) = \frac{1}{2}\pi - \varphi_c$; man erhält somit sofort folgende Transformationsformeln für die zwei Koordinatensysteme und Bestimmungsgleichungen für φ_c:

$$\left.\begin{aligned} \cos\omega &= +\cos\Theta\sin\Omega, \\ \operatorname{tg}\vartheta &= -\operatorname{cotg}\Omega\operatorname{cosec}\Theta, \\ \operatorname{tg}\varphi_c &= -\cos\Omega\operatorname{cotg}\Theta. \end{aligned}\right\} (1) \qquad \left.\begin{aligned} \cos\Omega &= -\sin\vartheta\sin\omega, \\ \operatorname{cotg}\Theta &= +\operatorname{cotg}\omega\sec\vartheta, \\ \operatorname{tg}\varphi_c &= +\operatorname{tg}\vartheta\cos\omega. \end{aligned}\right\} (2)$$

Tabelle XXa enthält nun diejenigen Beobachtungsresultate, die zu einem solchen gebeugten Strahlensystem gehören, dessen einzelne Strahlenrichtungen nach regelmäßigen Intervallen von ω und ϑ fortschreiten, wie selbe durch einfaches Drehen des Polarisators um den Winkel ϑ und Drehen des Beobachtungsrohres in der Horizontalebene um den Winkel ω unmittelbar in das Beobachtungsrohr gelangen und so beobachtet werden können.

Diese Koordinatenwerte von ϑ und ω sind in der ersten und zweiten Rubrik der Tabelle enthalten; die zugehörigen Θ und Ω sind aus System (2) dieses Paragraphen berechnet und bilden die dritte und vierte Rubrik. Die fünfte Rubrik enthält die zugehörigen Werte $\varphi_{obs} = \varphi_o$ der beobachteten Polarisationsazimute, die sechste die nach (2) gerechneten zirkumaxialen Werte φ_c der theoretisch zu erwartenden Polarisationsazimute; schließlich die siebente Rubrik die Differenz $\varphi_o - \varphi_c$.

Die in der Tabelle enthaltenen 128 verschiedenen Strahlenrichtungen sind um den einfallenden Strahl und über die ganze Kugeloberfläche (also über den ganzen Raum) symmetrisch und gleichmäßig verteilt; ihre Polarisationsrichtungen stimmen nun mit dem einfachen Gesetz der zirkumaxialen Polarisation im allgemeinen sehr gut überein, wenn man, wie schon bei vorher betrachteten Erscheinungen, als Polarachse des gebeugten (zerstreuten) Strahlensystems diejenige Richtung OZ annimmt, welche gleichzeitig senkrecht ist zur Richtung des einfallenden Strahles und senkrecht zu dessen Polarisationsebene.

Tabelle XXa.

Gesetz der räumlich vollständigen symmetrischen, zirkumaxialen Polarisation.

Einfallendes linearpolarisiertes Licht.

Beobachtete Polarisationsazimute der von im Rauche leuchtender Flammen suspendierten Teilchen symmetrisch zerstreuten (gebeugten) Lichtstrahlen.

Vergleichung mit den strengen Werten des Gesetzes der zirkumaxialen Polarisation.

Supponierte Polarachse: Die Normale der Polarisationsebene des einfallenden Strahles.

ϑ	ω	Θ	Ω	$\varphi_{obs.}$	$\varphi_{calc.}$	$\varphi_o - \varphi_c$
0	0	0	0	0	0	0
0,0	0,0	0,0	90,0	0,0	0,0	0,0
0,0	22,5	22,5	90,0	— 0,8	0,0	— 0,8
0,0	45,0	45,0	90,0	+ 0,1	0,0	+ 0,1
0,0	67,5	67,5	90,0	+ 0,4	0,0	+ 0,4
0,0	90,0	90,0	90,0	— 1,9	0,0	— 1,9
0,0	112,5	112,5	90,0	— 2,7	0,0	— 2,7
0,0	135,0	135,0	90,0	— 2,6	0,0	— 2,6
0,0	153,0	153,0	90,0	— 2,4	0,0	— 2,4
22,5	0,0	0,0	90,0	+ 22,3	+ 22,5	— 0,2
22,5	22,5	20,9	98,4	+ 20,4	+ 20,9	— 0,5
22,5	45,0	42,7	105,7	+ 15,2	+ 16,3	— 1,1
22,5	67,5	65,8	110,7	+ 8,2	+ 9,0	— 0,8
22,5	90,0	90,0	112,5	+ 0,6	0,0	+ 0,6
22,5	112,5	114,1	110,7	— 9,0	— 9,0	0,0
22,5	135,0	137,3	105,7	— 16,7	— 16,3	— 0,4
22,5	153,0	154,8	100,0	— 23,8	— 20,3	— 3,5
45,0	0,0	0,0	90,0	+ 44,6	+ 45,0	— 0,4
45,0	22,5	16,3	105,7	+ 41,9	+ 42,7	— 0,8
45,0	45,0	35,3	120,0	+ 34,5	+ 35,3	— 0,8
45,0	67,5	59,6	130,7	+ 20,0	+ 20,9	— 0,9
45,0	90,0	90,0	135,0	— 2,4	0,0	— 2,4
45,0	112,5	120,4	130,7	— 23,7	— 20,9	— 2,8
45,0	135,0	144,7	120,0	— 35,5	— 35,3	— 0,2
45,0	153,0	160,2	108,7	— 41,5	— 41,7	+ 0,2
67,5	0,0	0,0	90,0	+ 67,1	+ 67,5	— 0,4
67,5	22,5	9,0	110,7	+ 65,8	+ 65,9	— 0,1
67,5	45,0	20,9	130,8	+ 59,8	+ 59,6	+ 0,2
67,5	67,5	42,7	148,4	+ 44,1	+ 42,7	+ 1,4
67,5	90,0	90,0	157,5	— 1,9	0,0	— 1,9
67,5	112,4	137,3	148,4	— 45,6	— 42,7	— 2,9
67,5	135,0	159,1	130,8	— 63,0	— 59,6	— 3,4
67,5	153,0	169,0	114,8	— 67,4	— 65,1	— 2,3

Tabelle XXa (Fortsetzung).

ϑ	ω	Θ	Ω	$\varphi_{obs.}$	$\varphi_{calc.}$	$\varphi_o - \varphi_c$
0	0	0	0	0	0	0
90,0	0,0	0,0	90,0	+ 89,6	+ 90,0	— 0,4
90,0	22,5	0,0	112,5	+ 89,8	+ 90,0	— 0,2
90,0	45,0	0,0	135,0	+ 90,2	+ 90,0	+ 0,2
90,0	67,5	0,0	157,5	+ 90,0	+ 90,0	0,0
90,0	90,0	0,0	180,0	Richtung der Polarachse.		
90,0	112,5	0,0	202,5	+ 85,3	+ 90,0	— 4,7
90,0	135,0	0,0	225,0	+ 87,2	+ 90,0	— 2,8
90,0	153,0	0,0	243,0	+ 87,3	+ 90,0	— 2,7
112,5	0,0	0,0	90,0	+ 112,3	+ 112,5	— 0,2
112,5	22,5	— 9,0	110,7	+ 114,2	+ 114,1	+ 0,1
112,5	45,0	— 20,9	130,8	+ 121,5	+ 120,4	+ 1,1
112,5	67,5	— 42,8	148,4	+ 137,9	+ 137,3	+ 0,6
112,5	90,0	— 90,0	157,5	+ 176,2	+ 180,0	— 3,8
112,5	112,5	— 137,3	148,4	+ 221,4	+ 222,7	— 1,3
112,5	135,0	— 159,1	130,8	+ 238,3	+ 239,6	— 1,3
112,5	153,0	— 169,0	114,8	+ 243,1	+ 245,1	— 2,0
135,0	0,0	0,0	90,0	+ 134,9	+ 135,0	— 0,1
135,0	22,5	— 16,3	105,7	+ 137,2	+ 137,3	— 0,1
135,0	45,0	— 35,3	120,0	+ 145,3	+ 144,7	+ 0,6
135,0	67,5	— 59,6	130,7	+ 160,9	+ 159,1	+ 1,8
135,0	90,0	— 90,0	135,0	+ 180,8	+ 180,0	+ 0,8
135,0	112,5	— 120,4	130,7	+ 202,5	+ 200,9	+ 1,6
135,0	135,0	— 144,7	120,0	+ 216,0	+ 215,3	+ 0,7
135,0	153,0	— 160,2	108,7	+ 224,0	+ 221,7	+ 2,3
157,5	0,0	0,0	90,0	+ 157,7	+ 157,5	+ 0,2
157,5	22,5	— 20,9	98,4	+ 160,5	+ 159,1	+ 1,4
157,5	45,0	— 42,7	105,7	+ 166,8	+ 163,7	+ 3,1
157,5	67,5	— 65,8	110,7	+ 171,9	+ 171,0	+ 0,9
157,5	90,0	— 90,0	112,5	+ 181,7	+ 180,0	+ 1,7
157,5	112,5	— 114,1	110,7	+ 189,6	+ 189,0	+ 0,6
157,5	135,0	— 137,3	105,7	+ 198,1	+ 196,3	+ 1,8
157,5	153,0	— 154,8	100,0	+ 200,4	+ 200,3	+ 0,1
180,0	0,0	0,0	90,0	+ 180,0	+ 180,0	0,0
180,0	22,5	— 22,5	90,0	+ 180,4	+ 180,0	+ 0,4
180,0	45,0	— 45,0	90,0	+ 181,6	+ 180,0	+ 1,6
180,0	67,5	— 67,5	90,0	+ 181,2	+ 180,0	+ 1,2
180,0	90,0	— 90,0	90,0	+ 181,1	+ 180,0	+ 1,1
180,0	112,5	— 112,5	90,0	+ 181,3	+ 180,0	+ 1,3
180,0	135,0	— 135,0	90,0	+ 180,3	+ 180,0	+ 0,3
180,0	153,0	— 153,0	90,0	+ 180,7	+ 180,0	+ 0,7
202,5	0,0	0,0	90,0	+ 202,6	+ 202,5	+ 0,1
202,5	22,5	— 20,9	81,6	+ 201,8	+ 200,9	+ 0,9
202,5	45,0	— 42,7	74,3	+ 197,1	+ 196,3	+ 0,8
202,5	67,5	— 65,8	69,3	+ 189,1	+ 189,0	+ 0,1
202,5	90,0	— 90,0	67,5	+ 179,8	+ 180,0	— 0,2
202,5	112,5	— 114,1	69,3	+ 171,5	+ 171,0	+ 0,5
202,5	135,0	— 137,3	74,3	+ 163,7	+ 163,7	0,0
202,5	153,0	— 154,8	80,0	+ 160,0	+ 159,7	+ 0,3

Tabelle XXa (Fortsetzung).

ϑ	ω	Θ	Ω	$\varphi_{obs.}$	$\varphi_{calc.}$	$\varphi_o - \varphi_c$
0	0	0	0	0	0	0
225,0	0,0	0,0	90,0	+ 225,3	+ 225,0	+ 0,3
225,0	22,5	— 16,3	74,3	+ 222,9	+ 222,7	+ 0,2
225,0	45,0	— 35,3	60,0	+ 215,0	+ 215,3	— 0,3
225,0	67,5	— 59,6	49,3	+ 201,2	+ 200,9	+ 0,3
225,0	90,0	— 90,0	45,0	+ 180,9	+ 180,0	+ 0,9
225,0	112,5	— 120,4	49,3	+ 158,2	+ 159,1	— 0,9
225,0	135,0	— 144,7	60,0	+ 142,4	+ 144,7	— 2,3
225,0	153,0	— 160,2	71,3	+ 136,3	+ 138,3	— 2,0
247,5	0,0	0,0	90,0	+ 247,4	+ 247,5	— 0,1
247,5	22,5	— 9,0	69,3	+ 245,6	+ 245,9	— 0,3
247,5	45,0	— 20,9	49,2	+ 238,3	+ 239,6	— 1,3
247,5	67,5	— 42,7	31,6	+ 217,8	+ 222,7	— 4,9
247,5	90,0	— 90,0	22,5	+ 180,6	+ 180,0	+ 0,6
247,5	112,5	— 137,3	31,6	+ 137,2	+ 137,3	— 0,1
247,5	135,0	— 159,1	49,2	+ 121,9	+ 120,4	+ 1,5
247,5	153,0	— 169,0	65,2	+ 114,7	+ 114,9	— 0,2
270,0	0,0	0,0	90,0	+ 270,0	+ 270,0	0,0
270,0	22,5	0,0	67,5	+ 269,9	+ 270,0	— 0,1
270,0	45,0	0,0	45,0	+ 270,2	+ 270,0	+ 0,2
270,0	67,5	0,0	22,5	+ 271,4	+ 270,0	+ 1,4
270,0	90,0	0,0	0,0	Richtung der Polarachse.		
270,0	112,5	180,0	22,5	+ 90,6	+ 90,0	+ 0,6
270,0	135,0	180,0	45,0	+ 89,7	+ 90,0	— 0,3
270,0	153,0	180,0	63,0	+ 89,8	+ 90,0	— 0,2
292,5	0,0	0,0	90,0	+ 292,5	+ 292,5	0,0
292,5	22,5	9,0	69,3	+ 296,7	+ 294,1	+ 2,6
292,5	45,0	20,9	49,2	+ 304,6	+ 300,4	+ 4,2
292,5	67,5	42,7	31,6	+ 319,4	+ 317,3	+ 2,1
292,5	90,0	90,0	22,5	+ 359,3	+ 360,0	— 0,7
292,5	112,5	137,3	31,6	+ 405,4	+ 402,7	+ 2,7
292,5	135,0	159,1	49,2	+ 420,4	+ 419,6	+ 0,8
292,5	153,0	169,0	65,2	+ 424,6	+ 425,1	— 0,5
315,0	0,0	0,0	90,0	+ 314,9	+ 315,0	— 0,1
315,0	22,5	16,3	74,3	+ 317,9	+ 317,3	— 0,6
315,0	45,0	35,3	60,0	+ 326,8	+ 324,7	+ 2,1
315,0	67,5	59,6	49,3	+ 339,1	+ 339,1	0,0
315,0	90,0	90,0	45,0	+ 357,5	+ 360,0	— 2,5
315,0	112,5	120,4	49,3	+ 381,0	+ 380,9	+ 0,1
315,0	135,0	144,7	60,0	+ 400,5	+ 395,3	+ 5,2
315,0	153,0	160,2	71,3	+ 407,8	+ 401,7	+ 6,1
337,5	0,0	0,0	90,0	+ 337,5	+ 337,5	0,0
337,5	22,5	20,9	81,6	+ 340,6	+ 339,1	+ 1,5
337,5	45,0	42,7	74,3	+ 344,5	+ 343,7	+ 0,8
337,5	67,5	65,8	69,3	+ 351,3	+ 351,0	+ 0,3
337,5	90,0	90,0	67,5	+ 360,5	+ 360,0	+ 0,5
337,5	112,5	114,1	69,3	+ 368,9	+ 369,0	— 0,1
337,5	135,0	137,3	74,3	+ 376,6	+ 376,3	+ 0,3
337,5	153,0	154,8	80,0	+ 382,5	+ 380,3	+ 2,2

Tabelle XXb. **Gesetz der räumlich vollständigen symmetrischen, zirkumaxialen Polarisation.**

Einfallendes linearpolarisiertes Licht.

Beobachtete Polarisationsazimute der von im Rauche leuchtender Flammen suspendierten Teilchen zerstreuten (gebeugten) Lichtstrahlen. Vergleichung mit den strengen Werten des Gesetzes der zirkumaxialen Polarisation. Supponierte Polarachse: Die Normale der Polarisationsebene des einfallenden Lichtes.

Ω	Θ	ω	ϑ	$\varphi_{obs.}$	$\varphi_{calc.}$	$\varphi_o - \varphi_c$
0	0	0	0	0	0	0
22,5	0,0	67,5	— 90,0	— 89,4	— 90,0	+ 0,6
22,5	22,5	69,3	— 81,0	— 67,3	— 65,8	— 1,5
22,5	45,0	74,3	— 73,7	— 43,2	— 42,7	— 0,5
22,5	67,5	81,6	— 69,1	— 25,2	— 20,9	— 4,3
22,5	90,0	90,0	— 67,5	— 1,0	0,0	— 1,0
22,5	112,5	98,4	— 69,1	+ 18,9	+ 20,9	— 2,0
22,5	135,0	105,7	— 73,7	+ 42,4	+ 42,7	— 0,3
22,5	157,5	110,7	— 81,0	+ 65,4	+ 65,8	— 0,4
22,5	180,0	112,5	— 90,0	+ 90,3	+ 90,0	+ 0,3
22,5	222,5	110,7	— 99,0	+ 114,9	+ 114,2	+ 0,7
22,5	225,0	105,7	— 106,3	+ 137,5	+ 137,3	+ 0,2
22,5	247,5	98,4	— 110,9	+ 160,3	+ 159,1	+ 1,2
22,5	270,0	90,0	— 112,5	+ 176,9	+ 180,0	— 3,1
22,5	292,5	81,6	— 110,9	+ 203,7	200,9	+ 2,8
22,5	315,0	74,3	— 106,3	+ 226,4	+ 222,7	+ 3,7
22,5	337,5	69,3	— 99,0	+ 246,6	+ 245,8	+ 0,8
45,0	0,0	45,0	— 90,0	— 89,8	— 90,0	+ 0,2
45,0	45,0	59,9	— 54,7	— 35,5	— 35,3	— 0,2
45,0	90,0	90,0	— 45,0	— 0,2	0,0	— 0,2
45,0	135,0	120,1	— 54,7	+ 35,4	+ 35,3	+ 0,1
45,0	180,0	135,0	— 90,0	+ 90,1	+ 90,0	+ 0,1
45,0	225,0	120,1	— 125,3	+ 142,4	+ 144,7	— 2,3
45,0	270,0	90,0	— 135,0	+ 178,6	+ 180,0	— 1,4
45,0	315,0	59,9	— 125,3	+ 216,9	+ 215,3	+ 1,6
90,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
90,0	45,0	45,0	0,0	+ 0,1	0,0	+ 0,1
90,0	90,0	90,0	0,0	— 1,9	0,0	— 1,9
90,0	135,0	135,0	0,0	— 2,6	0,0	— 2,6
90,0	153,0	153,0	0,0	— 2,4	0,0	— 2,4
90,0	207,0	207,0	0,0	— 0,7	0,0	— 0,7
90,0	225,0	225,0	0,0	— 0,3	0,0	— 0,3
90,0	270,0	270,0	0,0	— 1,1	0,0	— 1,1
90,0	315,0	315,0	0,0	— 1,6	0,0	— 1,6
135,0	0,0	45,0	90,0	88,6	90,0	— 1,4
135,0	45,0	59,9	54,7	34,0	35,3	— 1,3
135,0	90,0	90,0	45,0	2,0	0,0	+ 2,0
135,0	135,0	120,1	54,7	— 33,9	— 35,3	+ 1,4
135,0	180,0	135,0	90,0	— 88,9	— 90,0	+ 1,1
135,0	225,0	120,1	54,7	— 144,0	— 144,7	+ 0,7
135,0	270,0	90,0	45,0	— 179,2	— 180,0	+ 0,8
135,0	315,0	59,9	54,7	— 215,2	— 215,3	+ 0,1

Tabelle XXb enthält Beobachtungen solcher 41 Strahlen, deren Koordinaten Ω und Θ nach bestimmten Intervallen fortschreiten, die also um die Polarachse OZ, und über die ganze Kugeloberfläche, also ebenfalls über den ganzen Raum um O symmetrisch und gleichmäßig verteilt sind. Die zugehörigen ω und ϑ, mittels welcher die Einstellung des Apparates auf den jeweiligen gebeugten Strahl geschieht, wurden nach System (1) dieses Paragraphen, S. 400, berechnet; ebenso φ_c; die Differenz $\varphi_o - \varphi_c$ zeigt hier ebenfalls eine schöne Übereinstimmung mit dem Gesetz der zirkumaxialen Polarisation.

IV. Die gefundenen quantitativen Tatsachen führen in bezug auf die Lage des Lichtvektors zu seiner Polarisationsebene zu einer einfachen zwingenden Schlußfolgerung, und zwar in folgender Reihenfolge:

A) Der Vektor des einfallenden, erregenden linearpolarisierten Lichtstrahles muß erfahrungsgemäß stets senkrecht sein zur Fortpflanzungsrichtung dieses Strahles und kann nur entweder in dessen Polarisationsebene oder senkrecht dazu liegen.

B) Die räumliche Erscheinung, welche dieser erregende Vektor in einem um das sekundäre Erregungszentrum homogenen und isotropen Medium erzeugt, kann nur symmetrisch zur fixen Richtung dieses Erregungsvektors sein.

C) Die Erfahrung lehrt nun, daß in diesem Falle die Polarisationsebenen des um dies Erregungszentrum entstandenen sekundären Strahlensystems räumlich symmetrisch um die Normale der Polarisationsebene des einfallenden Strahles geordnet sind.

D) Der erregende Vektor des einfallenden Strahles kann daher nur senkrecht zu seiner Polarisationsebene sein.

Auch dieser Schluß ist ganz unabhängig von jeglicher besonderen Hypothese in bezug auf die Natur des Lichtes; man sehe die §§ 69, 80, 91, 93 und 94. —

Anmerkung: Dieselbe Erscheinung mittels einer vollen Glaskugel.

Der einfachste Versuch, im homogenen, isotropen Medium das Gesetz der räumlich vollständigen symmetrischen, zirkum-

axialen Polarisation festzustellen, dürfte der folgende sein, welcher stets ohne weiteres gelingt:

Man nehme eine volle Glaskugel, wie man eine solche z. B. bei jedem Sonnenschein-Registrierapparat im Durchmesser von etwa 10 cm vorfindet, setze davor eine kleine, nicht zu stark konvergierende Kondensorlinse, deren ein Fokus in den Kugelmittelpunkt fällt und beleuchte denselben mittels einer intensiven Lichtquelle: die Spitze des Lichtkegels ist hier das sekundäre Erregungszentrum und ist von jeder Richtung aus sichtbar; die von ihm ausgehenden sekundären Strahlen treten überall normal zur Kugelfläche in Luft aus, erleiden durch den Austritt weder Richtungs- noch Polarisationsänderung.

Ist das einfallende Licht unpolarisiert, dann ist jeder zum einfallenden senkrecht gebeugte, zerstreute Strahl in seiner jeweiligen Beugungsebene linear polarisiert; jeder anders gebeugte Strahl ist in seiner Beugungsebene partiell polarisiert. Ist das einfallende Licht linear polarisiert, dann zeigen die von der Spitze des Lichtkegels ausgehenden sekundären Strahlen genau das Gesetz der räumlich vollständigen, symmetrischen zirkumaxialen Polarisation, deren Symmetrieachse durch die Kegelspitze senkrecht zu deren geometrischer Achse geht und zugleich normal zur Polarisationsebene des einfallenden Lichtes ist. Es zeigt sich hier genau dieselbe Erscheinung wie in § 91, 93, 94, 97 und 99; nur ist ihre, auch quantitative, Beobachtung sehr bequem.

§ 100. Einfache Darstellung der typischen Polarisationsgesetze mittels bewegter Elektronen. Rückblick auf die theoretischen Deutungen. Ausblick in künftige Forschungen. Kristallinische Medien.

I. Es sei hier noch gestattet, einiges über die Stellung der Elektronentheorie zur Deutung der in dieser Arbeit betrachteten und beobachteten Erscheinungen zu sagen; diese Theorie kann auch hier als eine spezielle Art der elektromagnetischen Auffassung betrachtet werden.

1. Nimmt man als einfachste Lichtquelle ein einzelnes, einfach linear-harmonisch schwingendes Elektron an, so läßt sich

die durch ein solches Erregungszentrum in großer Entfernung davon erzeugte Störung mit Leichtigkeit darstellen: man findet, genau so wie in § 23 und 25 dieser Arbeit, ein einfach-meridionales elektrisches und ein dazu orthogonales einfach-zirkumaxiales magnetisches Vektorensystem, deren gemeinsame Symmetrieachse die Verlängerung der Geraden ist, längs welcher das Elektron schwingt.*

Diese Vorstellung ist also zur Darstellung der vielfach beobachteten vollständigen zirkumaxialen Polarisation ganz geeignet; es gelten dann die in § 49 auseinandergesetzten Überlegungen.

2. Würde man, analog den Elektronen, Magnetionen annehmen, also solche kleine Teilchen, die nur positive oder nur negative magnetische Ladung enthalten, so könnte man als physikalisches Bild einer einfachen Lichtquelle auch ein einfach linearharmonisch schwingendes Magnetion betrachten, welches nun, wie in § 24 und 25 dieser Arbeit gezeigt wurde, in großen Entfernungen vom Erregungszentrum ein einfach-meridionales magnetisches und ein dazu orthogonales einfach-zirkumaxiales elektrisches Vektorensystem hervorruft, deren gemeinsame Symmetrieachse die Fortsetzung der Geraden ist, längs welcher das Magnetion schwingt.

Auch diese Vorstellung ist zur Darstellung der zirkum-

* Man sehe z. B. H. A. Lorentz, Maxwells elektromagnetische Theorie; Weiterbildung der Maxwellschen Theorie, Elektronentheorie: Enzyklopädie der Mathematischen Wissenschaften, Bd. V_2, p. 63—144, 145—280, Leipzig 1904; insbesondere p. 180—187. Ferner M. Abraham, Theorie der Elektrizität, 2. Bd.: Elektromagnetische Theorie der Strahlung, p. 59—72, Leipzig 1905. Auch hier wird die Wellenstrahlung einer bewegten Punktladung behandelt und sowohl eine einfache lineare, erregende Schwingung des Elektrons als auch drei zueinander senkrechte Komponenten einer solchen Erregung vorausgesetzt; das Resultat ist für große Entfernungen vom Erregungsorte dasselbe wie oben im Texte erwähnt. — A. H. Bucherer, Mathematische Einführung in die Elektronentheorie p. 90—94, Leipzig 1904. Hier wird a) eine einfache lineare Schwingung, b) eine elliptische, c) eine kreisförmige Schwingung eines Elektrons behandelt und im Falle a) für größere Entfernungen von diesem Erreger ein meridionales elektrisches und ein dazu orthogonales magnetisches Vektorensystem dargestellt; die Fälle b) und c) geben die Übereinanderlagerung solcher Systeme, die durch die erregenden linearen Komponenten von b) und c) entstehen.

axialen Polarisation gut geeignet; auch hier gelten die Überlegungen des § 49.

3. Würde man annehmen, im Erregungsraume schwinge ein Elektron und ein Magnetion senkrecht zueinander, mit gleicher Periode und Phase und mit gleicher Energie, so würde man durch geeignete Kombinierung der Resultate des Punktes 1 und 2, gerade so wie im § 27 dieser Arbeit, zueinander orthogonale Systeme isogonaler elektrischer und magnetischer Vektoren erhalten, die zur Darstellung der hier so oft beobachteten reinen isogonalen und der allgemeineren stereographisch-parallelen Polarisation geeignet sind.

Es bleibt nun noch zu erörtern, wie die hier vorausgesetzten Magnetionen vom Standpunkte der Elektronentheorie aufzufassen sind. Ein mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um seine Achse rotierender elektrischer Ring ist in bezug auf seine äußeren magnetischen Wirkungen einem konstanten magnetischen Moment äquivalent, welches längs dieser Achse gerichtet ist und welches dem auf diese Achse bezogenen Rotationsmoment der rotierenden Ladung proportional ist.

Wäre diese Winkelgeschwindigkeit eine oszillatorische, so würde auch das zugehörige magnetische Moment alternierend sein.

Man kann sich demnach mittels Elektronen das einfachste Bild eines der Größe nach einfach-harmonisch alternierenden, der Richtung nach unveränderlichen magnetischen Moments bilden, wenn man annimmt, ein mit symmetrischer Ladung versehenes Elektron oszilliere rotatorisch in einfach harmonischer Weise um seine fix gerichtete Symmetrieachse.

Dann wird ein dieserart rotierend-oszillierendes Elektron in großer Entfernung die Wirkung des hier unter 2. erwähnten alternierenden Magnetions darstellen und die dort genannten beiden Vektorensysteme erzeugen.

Demnach läßt sich nach 3. ohne weiteres mittels eines einzigen Elektrons ein elektrisches und ein magnetisches isogonales Vektorensystem herstellen: man hat dazu nur anzunehmen, daß an der Auftreffstelle des einfallenden homogenen Strahles das Elektron gleichzeitig: a) eine lineare, translatorische einfach-harmonische Schwingung vollführe, und zwar senkrecht

zum einfallenden Strahl; b) um die eigene Symmetrieachse eine rotatorisch-oszillatorische einfach-harmonische Drehung vollziehe, deren Achse sowohl zum einfallenden Strahl als auch zur translatorischen Schwingung senkrecht ist. Wenn die durch diese beiden gleichzeitigen Schwingungsarten hervorgerufenen Vektorensysteme in bezug auf ihre Energieverhältnisse den in § 27 erörterten Bedingungen genügen, dann kann selbst ein einziges, in der erwähnten Weise bewegtes Elektron als sekundäres Erregungszentrum zur Darstellung der allgemeinen stereographisch-parallelen Polarisation dienen.

Die Analogie dieser Darstellung mit derjenigen mittels einer sowohl translatorisch als auch rotatorisch schwingenden kleinen, festen Kugel im homogenen, isotropen elastischen Medium, wie dies in § 15, 16, 17 und 21 besonders ausgeführt wurde, ist sehr nahe liegend. —

II. Im experimentellen Teil dieser Arbeit liegt der Schwerpunkt auf den gewonnenen zahlreichen neuen Erfahrungstatsachen, während den theoretischen Deutungen nur insofern Wichtigkeit beizumessen ist, als dieselben geeignet sind, uns ein physikalisch mögliches Bild des so sehr komplizierten, uns gewiß ganz unbekannten eigentlichen Erregungsvorganges der Beugung zu konstruieren.

Ich glaube, man kann die aus unseren Erfahrungen gezogenen theoretischen Folgerungen etwa wie folgt zusammenfassen:

Die Polarisationszustände der von Glasgittern und von sehr kleinen Partikelchen im homogenen Medium gebeugten Strahlensysteme können sowohl auf elastisch fester, als auf elektromagnetischer Grundlage, mittels Systemen von Kugelwellen verhältnismäßig einfacher Art dargestellt werden.

Insbesondere gilt dies bei mit Reflexion verbundener Beugung aus Luft an Glas in Luft; ferner bei mit Brechung verbundener Beugung aus Glas in Luft und ebenso bei mit sehr geringer Brechung und sehr geringer Reflexion verbundener Beugung an der Grenzfläche von Glas und Öl; schließlich bei Beugung an ultramikroskopischen Teilchen und bei Beugung im genau selben Mittel.

Eine Entscheidung zwischen der elastisch-festen und der elektromagnetischen Auffassung lassen jedoch die untersuchten Beugungserscheinungen nicht zu.

Man sieht ferner, daß zur theoretischen Herstellung der benutzten Kugelwellen keine langwierigen, mit verschiedenen, unkontrollierbaren Hypothesen verquickte Theorien nötig sind, sondern daß dazu die elementarsten Bedingungen genügen.

Doch ist damit durchaus nicht gesagt, daß wir in diesen Wellensystemen eine allgemeine Theorie der Beugungserscheinungen besitzen: dazu ist unsere bisherige Erfahrung vielleicht noch nicht genügend. Man kann den Polarisationszustand jedes einzelnen gebeugten Strahlensystems, der bei irgend einem bestimmten Einfallswinkel und Einfallsazimut entsteht, mittels je einer Kugelwelle mit bestimmten Parametern darstellen; aber die Abhängigkeit der letzteren vom Einfallswinkel, vom Einfallsazimut und von den optischen Konstanten der bei der Beugung mitwirkenden Mitteln ist noch genauer festzustellen.

Einen Fingerzeig in dieser Beziehung bieten uns die Eigenschaften des Polarkegels und des Extinktionskegels in bezug auf die Richtung der jeweiligen Symmetrieachse der zirkumaxialen Polarisation; ebenso das ziemlich allgemeine, jedoch in vielen Fällen nur in beschränktem Bereiche gültige Gesetz der Erhaltung der Polarisationsebene in bezug auf die Kontinuität der Polarisationszustände an beiden Seiten einer Gitterfläche; doch ist es noch nicht gewiß, ob diese Erfahrungen zur befriedigenden Kontrollierung einer allgemeinen Theorie genügen werden.

Indes möge beachtet werden, daß die vollständig ausgebildete Anordnung der isogonalen und der stereographisch-parallelen Polarisation der Erfahrung gemäß bei mit wesentlichem Wechsel des Mittels verbundener Beugung auftritt. Man kann nun die theoretischen Anschauungen mit diesem Gesetze in Übereinstimmung bringen, wenn man bei der elastisch-festen Auffassung annimmt, daß sowohl die translatorisch-, als auch die rotatorisch-oszillatorische Erregung des einfallenden Strahles wirksam sei; bei der elektromagnetischen ebenso dessen magnetisch- wie elektrisch-oszillatorische Erregung.

Andrerseits gilt das schöne Gesetz der räumlich vollstän-

digen symmetrischen, zirkumaxialen Polarisation bei Beugungen im genau demselben Mittel oder mit nur ganz unwesentlichem optischen Wechsel des Mittels. Dies Gesetz läßt sich mit den genannten Anschauungen nur so in Einklang bringen, wenn man annimmt, daß bei der elastisch-festen Auffassung nur die translatorisch- oder nur die rotatorisch-oszillatorische Erregung des einfallenden Strahles wirksam sei, bei der elektromagnetischen Auffassung aber nur dessen magnetisch- oder elektrisch-oszillatorische Erregung.

Dieselbe Schlußfolgerung gilt auch für die anderen Fälle der vollständigen zirkumaxialen Polarisation.

Die Unabhängigkeit vom Einfallswinkel und die Abhängigkeit vom Wechsel des Mittels an der Beugungungsfläche tritt nun in den beiden letztgenannten Erfahrungen sehr deutlich und gesetzmäßig hervor. Betracteht man etwa das gebrochen-gebeugte System, bei beliebigem Einfallswinkel, jedoch bei dem Einfallsazimut 0^0, so zeigt dasselbe bei Beugung aus Glas in Luft stets dieselbe stereographisch-parallele Anordnung; bei Beugung aus Glas in Öl und Glas stets dieselbe, die einfach-zirkumaxiale Anordnung. Derselbe Unterschied gilt für das in Luft, bezüglich in Öl reflektiert-gebeugte System.

Die Unabhängigkeit der Polarisationsanordnung der soeben erwähnten vier Reihen von räumlich-gebeugten Strahlensystemen vom Einfallswinkel, ebenso wie die räumlich vollständige zirkumaxiale Polarisation der an ultramikroskopischen Teilchen und der im genau selben Mittel gebeugten Strahlensysteme führte uns fünfmal zu demselben, von jeder hypothetischen Auffassung des Lichtvektors unabhängigen, zwingenden Schluß, daß dieser Vektor nur senkrecht zu seiner Polarisationsebene sein kann; ich halte diesen Schluß für ebenso fest begründet, wie den, daß der Lichtvektor nur senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung seines Strahles gerichtet sein kann. —

Die Abhängigkeit der Erscheinung vom Wechsel des Mittels führt ferner unmittelbar zu der Überlegung: würde man bei Beugung aus Glas in Öl und Glas statt des Öles und der Halbkugel aus Glas nacheinander verschiedene Medien benutzen, so

würden ähnliche Beobachtungen den stufenweisen Übergang der zirkumaxialen Anordnung in die stereographisch-parallele und damit auch die nähere Art und Weise des Einflusses des Wechsels des Mediums dartun.

Es scheint nun, daß Untersuchungen, welche die in dieser Schrift mitgeteilten ergänzen und sie in der letztgenannten Weise verallgemeinern würden, das nächste Ziel solcher Forschungen bilden dürften; auch hier würden die so sehr vorteilhaften Eigenschaften der Glasgitter zur Geltung kommen, nämlich daß der Polarisationszustand des gebeugten Lichtes vom Gitterintervall, von der Intensität und von der Lichtgattung unabhängig ist.

Aus diesen Gründen veranlaßte ich die Ausführung der angedeuteten Untersuchung, und ist selbe nun hierorts, im physikalischen Institut der Universität Budapest in vollem Zuge. —

III. Noch möge hier die Frage der Lichtausbreitung aus sekundären Erregungszentren kristallinischer Medien erwähnt werden; es genüge, folgende Erfahrungen und Überlegungen anzudeuten:

Der Kristall sei einachsig; das erregende Licht sei beliebiger Natur; liegt das Erregungszentrum im Innern oder an der Oberfläche des Kristalles, so schreitet im Innern desselben die ordentliche Welle als Kugelfläche, die außerordentliche Welle als Ellipsoidfläche fort.* Alle Strahlen des ordentlich gebrochengebeugten (zerstreuten) Strahlensystems haben Polarisationsebenen, welche die Richtung der optischen Achse enthalten; hingegen sind die Polarisationsebenen des außerordentlich gebrochen-ge-

* Die Theorien der Kristalloptik beschäftigen sich gewöhnlich nur mit der Herleitung der Gesetze der Fortpflanzung ebener Wellen im Kristallinnern, nicht aber mit der Ausbreitung von Erregungen aus einem leuchtenden Punkte in einem solchen Mittel. Wie es scheint bietet selbst die einfachste theoretische Darstellung dieser aus einer punktförmigen Erregungsstelle im Kristallinnern entstandenen Wellensysteme beträchtliche mathematische Weitläufigkeiten, man sehe etwa: G. Lamé, Leçons sur la Théorie mathématique d l'Élasticité des corps solides, Deuxième édition, Paris 1866, p. 295—335: Recherches sur la possibilité d'un seul centre d'ébranlement, wo eine derartige Untersuchung ausführlich ausgearbeitet ist.

beugten (zerstreuten) Strahlensystems alle senkrecht zum jeweiligen Hauptschnitt.

Demnach zeigen hier, wie zu erwarten war, die Polarisationsrichtungen des ersteren Strahlensystems eine in bezug auf die optische Achse meridionale, des letzteren Strahlensystems eine um diese Achse zirkumaxiale Anordnung. Befindet sich jedoch die sekundäre Erregungsstelle an der Oberfläche des Kristalles und treten die an dieser Stelle gebeugten Strahlensysteme in ein homogenes, isotropes Medium, so bilden sich andere Polarisationsverhältnisse, deren Untersuchung keine besonderen Schwierigkeiten zu bieten scheint, besonders dann, wenn man die einfache Einrichtung trifft, daß im isotropen Medium nur eine reflektierte und nur eine gebrochene Welle entstehen kann. Man würde in dieser Weise die Polarisation der aus Erregungsstellen kristallinischer Struktur in isotrope Medien fortschreitenden Strahlensysteme erkennen.

So eröffnet sich hier dem forschenden Geiste ein neues wichtiges Arbeitsgebiet, dessen Erschließung und Pflege das allgemeine, so abwechslungsreiche Problem der Ausbreitung der Lichtwellen und der Eigenschaften der Erregungszentren gewiß ganz wesentlich fördern dürfte.

Anhang.

Modelle und Zeichnungen.

Die Anschauungsbehelfe, welche ich gelegentlich der in der Fußnote auf S. 65 und 66 erwähnten Vorträge und Demonstrationen benutzte, sind die folgenden:

1. Großes Modell einer Kegelfläche aus hartem Karton, zum Teil mit Kolophonium ausgegossen, mit gläserner Achse und auf die äußere Mantelfläche gezeichneten rotfarbenen Strahlen, zur Darstellung des Hauptpolarkegels und des Hauptextinktionskegels, §35—43, Fig. 8, S. 207. Lineare Öffnung des Mantelfläche etwa 55 cm; Höhe des Kegels etwa 25 cm. Das Modell fertigte ich selbst an.

2. Sieben große ebene Projektionszeichnungen, welche zur Darstellung des Gesetzes des Hauptpolarkegels, des Hauptextinktionskegels, des Gesetzes der zirkumpolaren Polarisation, der vollständigen asymmetrischen Zirkumpolarisation, der partiellen asymmetrischen Zirkumpolarisation, der stereographisch-parallelen Polarisation und der isogonalen Polarisation dienen; siehe das erste, zweite, dritte, vierte, fünfte, sechste und fünfzehnte Projektionsbild, Fig. 9, 10, 12, 14, 15, 17 und 28, S. 217, 229, 245, 255, 261, 269 und 317. Diese Zeichnungen sind auf Millimeterpapier ausgeführt; der Durchmesser des Projektionskreises beträgt je 1 m und sind darin alle Teile der Figuren in linear zehnfach größerem Maße eingezeichnet, wie in den hier im Texte eingedruckten Projektionsbildern. Die ursprünglichen Zeichnungen hatte ich vorher selbst im Durchmesser von 50 cm auf Pauspapier, mit unterlegbarem Projektionsnetze angefertigt; die linear doppelt so großen Bilder wurden von den Herren Kandidaten Ernst Homor und Stefan Jakucs mit großer Sorgfalt ausgeführt; siehe auch Fußnote S. 218.

3. Acht kleinere Projektionszeichnungen auf Pauspapier, mit unterlegbaren Projektionsnetzen, Durchmesser 20 cm, zur Darstellung des Gesetzes der asymmetrischen stereographisch-parallelen Polarisation, der symmetrischen vollständigen zirkumaxialen Polarisation in zwei Fällen, der asymmetrischen, partiellen Zirkumpolarisation; der stereographisch-parallelen Polarisation, der verschobenen isogonalen und symmetrisch-partiellen zirkumaxialen Polarisation, der gedrehten isogonalen und asymmetrischen partiell-zirkumaxialen Polarisation und wieder der stereographisch-parallelen Polarisation; siehe das siebente bis vierzehnte Projektionsbild, Fig. 20—27, S. 281, 287, 292, 295, 299, 303, 307 und 311; ebenso auch die Fußnote S. 218.

4. Eine große Zeichnung zur Versinnlichung derjenigen translatorischen Oszillation und rotatorischen Oszillation, welche ein kleiner kugelförmiger Teil eines elastisch-festen Mediums erleidet, wenn dasselbe einem stationären, ebenen, linearpolarisierten Wellenzug ausgesetzt ist; siehe auch § 20 und 21, S. 161—168.

5. Zehnfach linear vergrößerte Zeichnungen der Fig. 29 und 30, S. 340 und 367, zur Versinnlichung der Art der Anklebung des Glasgitters an die Zeiss'sche Halbkugel.

6. Fünfzehnfach linear vergrößerte Zeichnungen der Fig. 31—34, S. 385, zur Darstellung der H. Siedentopf'schen Versuche über die Polarisation der an ultramikroskopischen Teilchen gebeugten Strahlen.

Die hier unter 4., 5. und 6. erwähnten Zeichnungen fertigten die Herren Kandidaten Vazul Micula, Daniel Nádasdi und Zoltán Szénfy an.

7. Bifilar aufgehängte, farbig bestrichene Kugel von 10 cm Durchmesser, deren translatorische und rotatorische Schwingungsdauer gleich gemacht war, zur Versinnlichung der Oszillation des hier unter 4. erwähnten kugelförmigen Teiles eines elastischen Mittels.

8. Modell zur Versinnlichung eines elektrischen oder magnetischen Oszillationszustandes: Ein langer, in Form einer vertikalen Gabel gebogener Stahlstreifen trug an jedem Ende eine gleichgroße Blechplatte von etwa 10 cm Durchmesser; die eine Platte ist rot, die andere grün bestrichen; im Ruhestand der Gabel fielen die geometrischen Achsen der Platten in eine Gerade; vor diesen Platten stand nun eine ebenso große, fix befestigte weiße Platte, so daß ein in deren gemeinsamer Achse befindliches Auge nur die fixe Platte sah. Wurden nun die Gabelenden in Oszillation gebracht, so sah das Auge oszillierende sichelförmige Teile der rückwärtigen Platten, wodurch der elektrische oder magnetische Schwingungszustand eines polarisierbaren kugelförmigen Teiles des Mediums versinnlicht wurde; man sehe auch § 25—27, S. 176—186.

Die hier unter 7. und 8. erwähnten Modelle fertigte der hierortige Institutsmechaniker Johann Györi an.

9. Sechs große Kugelmodelle mit darauf gezeichneten Kurvenscharen zur räumlichen Veranschaulichung der theoretisch konstruierbaren Vektorensysteme und der beobachteten räumlichen Anordnungen der Polarisationsebenen.

Jede Kugel besteht aus solidem Globusmaterial, ist mit dunkler Kreidemasse überzogen, auf breitem, tellerförmigem Fußgestell drehbar und neigbar montiert und hat einen Durchmesser von 51 cm. Dieselben wurden in den Werkstätten von Emanuel Kogutowicz & Komp., Ungarisches geographisches Institut, A.-G. zu Budapest, in vorzüglicher Weise ausgeführt. Die auf die Kugeln zu zeichnenden Kreissysteme konstruierte und zog ich unter werktätiger Beihilfe der Lehramtskandidaten und Internisten des Baron Josef Eötvös-Kollegiums, Herren Vazul Micula, Daniel Nádasdi und Zoltán

Szénfy, mittels eines besonders hierzu angefertigten Metallzirkels, mit farbiger Kreide sorgfältig auf die Kugelflächen; die so entstandenen Kurven fixierte dann der Budapester Schildermaler Eduard Fabinyi mit ebensolcher Ölfarbe auf diese Flächen.

Die in dieser Weise hergestellten Kurvensysteme sind nun ihrer wirklichen räumlichen Gestalt und Anordnung gemäß richtige Bilder der in dieser Mitteilung behandelten und beobachteten typischen Vektorensysteme und sind daher auch zu deren weiterer Untersuchung geeignet.

Die einzelnen Kugelflächen bedecken folgende Kurvenscharen:

α) Die erste Kugelfläche versinnlicht die zirkumaxiale Anordnung der Polarisationsebenen; sie zeigt ein orangefarbenes System von zirkumaxialen Parallelkreisen, deren Symmetrieachse die Drehungsachse der Kugel ist; die Erregungsstelle liegt hier im Zentrum der Kugel.

β) Die zweite Kugelfläche dient zur Versinnlichung der bei Beobachtung der zirkumaxialen Polarisation sich ergebenden Lagen der Polarisationsebenen der gebeugten Strahlen zu ihren jeweiligen Beugungsebenen. Die Kugelfläche zeigt nun ebenfalls ein orangefarbenes System von zirkumaxialen Parallelkreisen um die Drehungsachse der Kugel; ferner ein System von weißfarbenen Meridianen, deren gemeinsame Achse im größten Parallelkreis, also im Äquator liegt; die Eintritts- und Austrittsstelle dieser Meridianenachse ist besonders bezeichnet.

Es bedeutet diese Achse den einfallenden Strahl, das Kugelzentrum dessen Auffallsstelle, also den Erregungsort; die Meridiane die jeweiligen Beugungsebenen der vom erregenden Zentrum aus nach jeder räumlichen Richtung hin gebeugten Strahlen. Man kann also mittels dieser Kurven sofort konstatieren, welchen Winkel die jeweilige Polarisationsebene irgendwelchen gebeugten Strahles mit seiner zugehörigen Beugungsebene bildet, vorausgesetzt, wie dies auch in einer großen Anzahl von Fällen zutrifft, daß die Anordnung der Polarisationsebenen eine zirkumaxiale ist, deren Symmetrieachse senkrecht zum einfallenden Strahl liegt. Man sehe z. B. § 91—94 und § 99.

γ) Die dritte Kugelfläche dient zur Versinnlichung der bei Beobachtung der isogonalen und der stereographisch-parallelen Polarisation sich ergebenden Lagen der Polarisationsebenen der gebeugten Strahlen zu ihren jeweiligen Beugungsebenen. Die Kugelfläche zeigt daher ein orangefarbenes System solcher Kreise, welche sämtlich eine einzige Tangente der Kugelfläche enthalten; der einfallende Strahl geht nun durch den Berührungspunkt dieser Tangente gegen den Kugelmittelpunkt zu, welcher die sekundäre Erregungsstelle vertritt. Durch die Richtung dieses einfallenden Strahles ist nun, ebenso wie bei der zweiten Kugelfläche unter β), ein System von weißfarbenen Meridianen gelegt; dieselben versinnlichen also die jeweiligen Beugungsebenen der von der Erregungstelle ausgehenden gebeugten Strahlen. Diese Beugungsebenen,

also diese Meridiane schneiden nun das System der orangefarbigen Kreise immer isogonal, nämlich je ein Meridian schneidet alle diese Kreise unter einem und denselben Winkel; dieser Winkel ist aber für jeden Meridian verschieden. Man sehe z. B. § 65, 66 und 78; ferner § 54, 55, 56, 57, 61 und 64; dann § 69 und 80.

δ) Die vierte Kugelfläche versinnlicht ein solches Vektorensystem, welches entsteht, wenn im unendlichen, homogenen, isotropen, elastischen Medium eine kleine starre Kugel um eine ihrer Achsen, die jedoch zur Drehungsachse des großen Modells parallel sei, stationäre, rotatorische Oszillationen vollzieht; oder, wenn im unendlichen homogenen isotropen Dielektrikum ein kleiner kugelförmiger Teil des Mediums längs der Richtung obiger Achse stationäre magnetische Oszillationen vollführt. Der Mittelpunkt der großen Kugelfläche vertritt diese Erregungsstelle.

Es entstehen dann je zwei zueinander orthogonale Vektorensysteme:

Im ersten Falle zeigen die um die Drehungsachse der Kugel gelegten rotfarbenen Parallelkreise das entstandene System translatorischer elastischer Oszillationen, und die dazu orthogonalen, diese Drehungsachse enthaltenden grünfarbenen Meridiane, das mitentstandene System rotatorischer elastischer Oszillationen; § 14 Abschnitt I, § 15 und 19.

Im zweiten Falle bedeuten die grünfarbenen Meridiane das entstandene System magnetischer Oszillationen, die rotfarbenen Parallelkreise das mitentstandene System elektrischer Oszillationen; § 24—26.

In beiden Fällen pflanzt sich die einfallende Störung senkrecht zur Drehungsachse der großen Kugel fort; ihre Fortpflanzungsrichtung liegt also im größten Parallelkreis.

ε) Die fünfte Kugelfläche versinnlicht ein solches Vektorensystem, welches entsteht, wenn im unendlichen, homogenen, isotropen, elastischen Medium eine kleine starre Kugel längs einer durch ihren Mittelpunkt gehenden fixen Geraden, die jedoch zur Drehungsachse des großen Modells senkrecht sei, stationäre, translatorische Oszillationen vollzieht; oder wenn im unendlichen, homogenen, isotropen Dielektrikum ein kleiner, kugelförmiger Teil des Mediums längs der erwähnten Richtung stationäre elektrische Oszillationen ausführt. Der Mittelpunkt der großen Kugelfläche vertritt diese Erregungsstelle.

Es entstehen dann je zwei zueinander orthogonale Vektorensysteme:

Im ersten Fall bedeuten die den zur Drehungsachse der großen Kugel senkrechten Durchmesser, also die fixe Gerade enthaltenden rotfarbenen Meridiane das entstandene System translatorischer elastischer Oszillationen, und die dazu orthogonalen, um den erwähnten Durchmesser liegenden grünfarbenen Parallelkreise das mitentstandene System rotatorischer elastischer Oszillationen; § 14 Abschnitt II, § 15 und 19.

Im zweiten Fall bedeuten die rotfarbenen Meridiane das entstandene System elektrischer Oszillationen, die grünfarbenen Parallelkreise das mitentstandene System magnetischer Oszillationen; § 23, 25 und 26.

Auch hier ist die Fortpflanzungsrichtung der einfallenden Störung senkrecht zur Meridianachse und liegt also im größten Parallelkreise.

ζ) Die sechste Kugelfläche zeigt nun zwei solche zueinander orthogonale Systeme von Kreisen, wie die dritte Kugelfläche unter γ) ein solches System zeigt, und versinnlicht also isogonale und stereographisch-parallele Vektorenanordnungen.

Dieselben stellen hier diejenigen Vektorensysteme dar, welche entstehen, wenn im unendlichen, homogenen, isotropen, elastischen Medium eine kleine starre Kugel gleichzeitig um eine durch ihren Mittelpunkt gehende erste fixe Richtung rotatorische Oszillationen und senkrecht dazu, längs einer zweiten fixen Richtung translatorische Oszillationen von derselben Energie, Periode und Phase vollführt; oder wenn im unendlichen, homogenen, isotropen Dielektrikum ein kleiner, kugelförmiger Teil des Mediums gleichzeitig längs der ersten fixen Richtung elektrische und in der dazu senkrechten zweiten fixen Richtung magnetische Oszillationen von derselben Energie, Periode und Phase ausführt. Der Mittelpunkt der großen Kugelfläche ist hier ebenfalls der Ort der Erregungsstelle.

Auch hier entstehen je zwei zueinander orthogonale Vektorensysteme als geometrische Summe der auf der vierten und fünften Kugelfläche unter δ) und ε) dargestellten Systeme.

Es ergeben sich nämlich zwei Systeme von Kreisen: alle Kreise je eines Systems gehen durch eine einzige Tangente der Kugelfläche wie auf der dritten Kugelfläche unter γ); die zu den beiden Kreissystemen gehörigen zwei Tangenten gehen durch denselben Punkt der Kugelfläche und sind senkrecht zueinander; die eine ist zur ersten, die andere zur zweiten fixen Richtung parallel.

Im ersten Falle bedeutet das die zweite Tangente enthaltende rotfarbene Kreissystem das entstandene translatorische elastische, das die erste Tangente enthaltende grünfarbene Kreissystem das mitentstandene rotatorische elastische Oszillationssystem; § 15, 16, 17, 19 und 21.

Im zweiten Falle bedeutet das obige rotfarbene Kreissystem das entstandene elektrische, das grünfarbene Kreissystem das mitentstandene magnetische Oszillationssystem; § 27.

Auch hier ist die Fortpflanzungsrichtung der einfallenden Störung senkrecht zu den beiden fixen Richtungen, also auch hier senkrecht zur Drehungsachse der großen Kugelfläche. —

Ich ergreife auch hier gern die Gelegenheit, um den genannten mitwirkenden Herren meinen besten Dank auszusprechen.

Sachregister.*

Ablesungen 69, 198, 204, 398.
Abnormale Polarisation 393, 394.
Analysator 194, 203—205, 206, 223, 234, 235, 238, 343, 346, 347, 369, 371, 373, 374, 385, 398.
Anomale Polarisation 387.
Anschauungsbehelfe, Zeichnungen und Modelle 65, 66, 207, 218, 414—418.
Äußerlich gebrochen-gebeugtes Strahlensystem 73.

Beobachter, bei den zum Zwecke dieser Schrift angestellten Untersuchungen 205.
Beobachtungen, ältere,
von Arago 81, 82, 83, 84.
— — von Ditscheiner 96, 97, 98—100.
— — von Exner 101, 102.
— — von Fraunhofer 81, 84, 85, 86.
— — von Fröhlich 102, 103.
— — von Gouy 125, 126, 127.
— — von Holtzmann 94, 95.
— — von König 115, 116, 117.
— — von Lorenz 93.
— — von Mascart 96, 97.
— — von Quinke 100, 101.
— — von Strutt, Lord Rayleigh 130, 131.
— — von Stokes 86, 91—94, 127, 130, 131, 139.
— — von Tyndall 127, 130.
Beobachtungen, neue, angestellt zum Zwecke dieser Arbeit 202—413.
— —, Anzahl der, 204.
— —, angestellt zum Zwecke dieser Arbeit: Ort der, 202, 205.
— —, Zeit der, 202, 204, 205.
Beobachtungen, neuere,
von Siedentopf 383—388.
— — von Wood 388, 393, 394.
— — von Burch 395, 396.
— — von Stokes 395, 396.
Beobachtungsapparat 192—197, 397, 398.
Beugung im selben Mittel 74, 75, 405, 406, 410, 411.
— im nahezu selben Mittel 366—408, 410, 411.
— in Vollkugel aus Glas 405, 406.
— an Flammen und am Flammenrauche 395—405.
Beugungskegel 384, 387.
Beugungsscheibchen 384, 385, 387, 389
Beugungswinkel 198.

Eben-gebeugtes Strahlensystem 68, 187, 376.
Einstellungen 69, 198, 204.
Elastische Kugelwellen 141—167.
Elektromagnetische Kugelwellen 170—186.
Elektronentheorie und Polarisationsgesetze 406, 407, 408, 409.

* Die Zahlen geben die Seiten an.

Elliptische Polarisation 73, 125, 234, 345, 350—352, 353, 354, 355, 356, 358, 360.
Elongationsvektor (Kinetischer Vektor) 158—167.
Energiedichte 161, 185.
Energie elastischer Kugelwellen 161—167.
— elektromagnetischer Kugelwellen 176—180, 183, 184, 185, 186.
Energiefluß 185.
Energiestrahlung 186.
Erhaltung der Polarisationsebene 73, 76, 79, 364.
Experimenteller Teil dieser Arbeit 67—77, 187—416.
Experimentum crucis der Reflexionsbeugung 239, 240.
— — der Refraktionsbeugung 341.
Extinktionskegel 70, 78, 205, 230—234, 343, 410.
— innerer, 344.

Falsches Licht, Vermeidung desselben bei Reflexionsbeugung 69, 101, 202, 203, 204.
Falsche Zerstreuung 131, 384.
Fixe Oszillationsrichtung 113, 114, 189, 237.
Fixe Schwingungsrichtung, erste Auffindung derselben 236—242.

Gebeugte Strahlensysteme im allgemeinen 65.
Gebrochen-gebeugtes Strahlensystem 76, 205, 329; siehe Refraktionsbeugung.
Gekreuzte Gitterfurchensysteme 201, 202.
Gesetz der Erhaltung der Polarisationsebene 73, 76, 79, 364.
— des Extinktionskegels 70, 72, 230—234.
— des Hauptextintionskegels 222—230.
Gesetz des Hauptpolarkegels 205—218, 283.
— des Polarkegels 69, 72, 219—222.
— der isogonalen Polarisation 71, 72, 73, 113, 234, 315—322; siehe isogonale Polarisation.
— der stereographisch-parallelen Polarisation 70, 73, 234, 266 — 278, 283, 298—302, 310—315; siehe stereographisch-parallele Polarisation.
— der zirkumaxialen Polarisation 70, 72; siehe zirkumaxiale Polarisation.
— der zirkumpolaren Polarisation 70, 72; siehe zirkumpolare Polarisation.
— des normal zur Gitterebene gebeugten Strahles 364, 365, 378.
— von Brewster-Malus 70, 209, 215, 260.
— von Stokes 86, 89, 90, 101, 102, 108, 112, 113, 115, 119, 123, 124, 127, 128, 137, 138, 239—242, 366, 375.
— von Stokes-Rayleigh 129, 133, 368, 369, 370, 371, 372—374, 384.
Glasgitter mit gekreuzten Furchensystemen 68, 69, 191, 192, 199—202.
— im optisch nahezu selben Medium 74, 81, 82, 93, 100, 101, 139, 202, 319, 329, 366, 376.
Glaskugel, volle, 405, 406.
Gitterintervalle 68, 192, 199—202.
Goldpartikelchen im Rubinglas 396.
Grenzwinkel der totalen Reflexion, Beugung bei dem, 341, 359.

Halbkugel aus Glas 72, 339—341, 342, 366, 367, 414.
Hauptbeugungsebene 96, 384, 385, 386.
Hauptbilder 91, 92.
Hauptextinktionskegel 222—230, 237, 413.
— Modell dazu 414.
— innerer, 344.
Hauptpolarkegel 205—208, 210—215, 215—218, 249, 283, 414.

Hauptpolarkegel, Modell dazu, 414.
— innerer, 343.
Hauptstrahl 335.
Hauptziele dieser Arbeit 192.
Heliostat 193.
Historischer Teil dieser Arbeit 66, 81—140.
Horizontalkreis des Hauptapparates 193.
Huyghens' Prinzip 119—124.

Innen reflektiert-gebeugtes Licht 72.
Irreguläre Reflexion 71, 92, 94, 323, 335, 336, 337, 338.
Irreguläre Refraktion 71, 92, 93, 240, 342, 353, 354, 355.
Isogonale Kugelwellen und Vektorensysteme 66, 67, 134—137, 140, 146—155, 156—158, 164—167, 183—186, 278, 279, 320, 321.
Isogonale Polarisation 71, 72, 73, 76, 79, 113, 234, 269, 310, 311, 315—319, 321, 324, 326, 335, 347, 348, 349, 353, 413, 415.
— —, beschränkte Geltung der, 76, 350, 351, 353, 355, 357, 358, 360, 363, 377, 378, 383, 410.
— —, gedrehte, 306—310, 413.
— —, verschobene, 302—306, 314, 315, 413.

Kinetischer Vektor (Elongationsvektor) 158—167.
Kolloide 386, 388, 392, 397.
Kristallinische Medien 412, 413.
Kugelmodelle 66, 414—418.
Kugelwellen 66, 104—113, 188.
—, elastische, 140—167.
—, elektromagnetische, 168—186.

Leuchtende Punkte in Huyghens' Prinzip 120—124.
— —, elastische Theorie der, 141—167.
— —, elektromagnetische Theorie der, 168—186.
Lichtvektor und Polarisationsebene 71, 73, 76, 80, 132, 133, 135, 136, 138, 250—252, 319—322, 323, 324, 327, 328, 329, 330, 353, 375, 377, 379, 380, 381, 389, 395, 405, 411.
Literatur zum historischen Teil dieser Arbeit 81.

Magnetion 407, 408.
Meridionale Kugelwellen 66, 67, 140, 141, 144—146, 173, 176, 178, 179, 180, 182.
Modelle und Zeichnungen 65, 66, 207, 218, 414—418.

Normale Inzidenz 70, 73, 74, 78, 79, 101, 113, 132, 133, 221, 222, 233, 234, 315—322, 337, 343, 344, 345—352, 368, 370, 371, 372, 374, 375, 376, 379, 382, 398.
Normal zur Gitterfläche gebeugter Strahl 364, 365, 378.

Oberflächenspannung der Metallteilchen im weichen Glase 389.
Optische Resonanz 393.
Oszillation, rotatorische, einer starren Kugel 109, 142—144, 159, 415, 417, 418.
—, translatorische, einer starren Kugel 109, 144—146, 159, 415, 417, 418.
—, gleichzeitig rotatorische und translatorische, einer starren Kugel 146—151, 160, 415, 418.
—, eingeprägte elektrische, 170—173, 177—179, 415, 417.
—, eingeprägte magnetische, 173—176, 179—180, 415, 417.
—, eingeprägte, gleichzeitig elektrische und magnetische, 183—186, 418.
Oszillationsrichtung 90, 95, 96, 107, 108, 110, 114, 151—153.
Oszillationssystem, isogonales, 146—155, 156—158, 160, 164—167, 183—186.

Oszillationssystem, meridionales, 90, 105, 106—108, 144, 145, 146, 165, 173, 176, 178 —180.
—, zirkumaxiales, 105, 106, 107, 140 —144, 165, 173, 176, 178—180.

Physikalisches Bild der beobachteten Erscheinungen 77, 78, 140—186, 409.
Polarachse 105, 106, 108, 111, 189, 237, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405.
Polarachse, erste Auffindung der, 236—242.
Polarisation, abnormale, 393, 394.
—, anomale, 387.
— durch Beugung, erste Beobachtungen 82—86.
—, elliptische, 73, 125, 234, 345, 350, 351, 352—356, 358, 360.
—, isogonale, 71, 72, 73, 76, 78, 113, 133, 138, 234, 269, 310, 311, 315—319, 321, 324, 326, 335, 347, 348, 349, 353, 410, 414, 416, 418.
— —, gedrehte 306—310, 414.
— —, verschobene, 302—306, 314, 315, 414.
— —, beschränkte Geltung der, 72, 73, 76, 350, 351, 353, 355, 357, 358, 360, 363, 377, 378, 383.
—, partielle, 209, 210, 221, 222, 234, 343, 344, 347, 369, 371.
—, semi-zirkumaxiale, 375, 376, 379.
—, stereographisch-parallele, 70, 73, 133, 138, 234, 266—278, 283, 298 —302, 310—315, 318, 319, 327, 330, 331, 352, 353, 410, 411, 414, 415, 416, 418.
—, stereographisch-parallele, asymmetrische, 279—283.
—, zirkumaxiale, 70, 72, 75, 76, 78, 234, 237, 284—289, 290—293, 324, 326, 329, 330, 343, 355, 356, 366, 375, 380, 381, 383, 386, 388, 389, 392, 395, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 410, 411, 414, 416, 417.
Polarisation, zirkumaxiale, asymmetrische, partielle, 294—296, 297, 306—310, 331, 377, 378, 382, 414, 415.
—, —, symmetrische, partielle, 302 —306, 324, 326, 331, 377, 381, 414.
—, zirkumpolare, 70, 72, 76, 234, 237, 242—250, 251, 262, 326, 330, 336, 343, 355, 356, 381, 382, 414.
—, —, asymmetrische, vollständige, 252—258, 414.
—, zirkumpolare, asymmetrische, partielle, 258—265, 414.
—, —, innere, 345.
Polarisationsrichtung 109, 110, 111.
Polarisationswinkel der Glasgittersubstanz 205—214, 223—226, 233, 236—284.
— — —, innerer, 343—345.
Polarisator 193, 203, 204, 222, 225, 227, 231, 232, 233, 238, 369, 398.
Polarkegel 69, 72, 78, 205—208, 219 —222, 343, 410.
—, innerer, 343.
Potentieller Vektor (Torsionsvektor) 158—167.
Projektion, stereographische, 215—218.
Projektionsbilder 69, 217, 229, 245, 255, 261, 269, 281, 287, 292, 295, 299, 303, 307, 311, 317, 414.
Positionskreis
des Analysators 194, 198.
— des Polarisators 194, 198.
— der Einfallsebene 197, 198.
— des Einfallswinkels 196, 198.
— der Gitterfurchenrichtung 196, 198.

Rasant-gebeugte Strahlen und Stokes-Rayleighs Gesetz 368, 369, 370, 372, 373, 374.
Räumlich-gebeugte Strahlensysteme 65, 68, 74, 75, 76, 189—198, 203—234, 234—416.

Reflektiert-gebeugtes Licht 69, 74, 76, 92, 113, 190, 204, 205—338; siehe Reflexionsbeugung.
Reflexionsbeugung in Luft 72, 76, 79, 92, 192—338, 346, 348, 349, 352.
— in Glas 72, 76, 79, 339, 343, 344, 345, 346, 347, 350, 357.
— im optisch nahezu selben Mittel 368, 372—374, 379, 380, 381—383.
Reflexions- und Refraktionsbeugung im optisch nahezu selben Mittel 380, 381.
Reflexionsformeln, Fresnelsche, Geltungsbereich derselben, 72, 103, 323, 332—334, 336.
Refraktionsbeugung in Luft 72, 73, 95, 339, 346, 347, 352—354, 359.
— in Glas 72, 339, 347, 348—350, 355, 356.
—, reine, aus Luft in Glas; aus Glas in Luft 360—363.
— im optisch nahezu selben Mittel 368—372, 375—378, 380—381.
Refraktions- und Reflexionsbeugung im optisch nahezu selben Mittel 380, 381.
Regelmäßig reflektierter Strahl im reflektiert-gebeugten Strahlensystem 332, 334.
Regelmäßige Reflexionserscheinungen und Reflexionsbeugung 335, 336.
Regelmäßig gebrochener Strahl im gebrochen-gebeugten Strahlensystem 353, 354, 359.
Resonanz, optische, 393.
Rubinglas, Goldpartikelchen im, 383, 386, 387, 389.
—, Kupferpartikelchen im, 389.

Sekundäre Erregungszentra in Kristallen 412, 413.
Sekundäres Erregungs- oder Lichtzentrum 65, 71, 76, 77, 80, 123, 134, 142, 144, 150, 176, 177, 180—183, 184, 364, 383, 384, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 395, 405, 406, 407, 408, 409, 412, 413, 415, 416, 417, 418.
Sekundäre Verschiebung, elektrische, 128, 129, 135, 181, 182.
— —, magnetische, 135, 182.
Semi-zirkumaxiale Polarisation 375, 376, 379.
Silberglas 389.
Stereographisch-parallele Polarisation 70, 73, 133, 138, 234, 266—278, 283, 298—302, 310—315, 318, 319, 327, 330, 331, 352, 353, 410, 411, 414, 415—418.
Stereographisch-parallele, asymmetrische Polarisation 279—283, 414.
Stereographische Projektion 215—218.
Strahlenpaare nach Ditscheiner 99.

Theoretische Deutung der beobachteten Erscheinungen 77—80, 250—252, 278, 279, 319—322, 410.
Theoretischer Teil dieser Arbeit 66, 67, 141—186.
Theorie leuchtender Punkte (W. Voigt, I. Fröhlich, Lord Rayleigh, H. A. Rowland, H. v. Helmholtz) 141—186.
Theorie
von Ditscheiner 98, 99.
— von Ehrenhaft 388, 391, 292.
— von Eisenlohr 94, 95.
— von Fröhlich 77, 140—167, 168—186.
— von Glazebrook 113—115.
— von Hasenörl 388, 390, 391.
— von v. Helmholtz 168.
— von H. Hertz 77, 168, 181.
— von Kirchhoff 77, 119—125.
— von König 117, 118.
— von Kolaček 119, 123, 124.
— von Lorenz 93.
— von Planck 388, 393.
— von Poincaré 77, 119, 125, 127, 168, 181.

Theorie
von Lord Rayleigh 77, 127—130, 181, 182, 388, 389, 390.
— von Réthy 104—113.
— von Rowland 77, 133—139, 182.
— von Schwarzschild 125.
— von Sommerfeld 77, 125—127.
— von Stokes 77, 86—91, 95, 96, 135, 136.
— von J. J. Thomson 77, 388, 390, 391, 392.
— von Voigt 77, 141—146.
Torsionsvektor (Potentieller Vektor) 158—167.
Totale Reflexion, Beugung in der Nähe derselben 341, 342, 359, 360, 437, 438.

Ultramikroskopische Teilchen 75, 76, 133, 205, 383, 384, 386, 387, 391, 396—408, 411, 415, 437, 438.

Vektorensysteme, zirkumaxiale, 144, 159, 165, 173, 176, 178, 180, 182, 393, 407, 412, 416, 417, 418.
—, meridionale, 137, 146, 159, 165, 173, 176, 178, 180, 182, 389, 393, 407, 412, 417, 418.
—, isogonale, 135, 146—155, 156—158, 164—167, 183—186, 320, 321, 416, 417, 418.
Verdunkelung, totale, 223, 226, 227, 233.
—, partielle, 224, 225, 226, 231, 232—234.
Versuchsanordnung bei Reflexionsbeugung in Luft 192—197, 197, 198.
Vollkugel aus Glas 395, 405, 406.

Wechsel des Mittels 410, 411, 412.
Wellenvektor 66, 67; siehe ferner Vektorensysteme 144—186.

Zeichnungen und Modelle 65, 66, 207, 218, 414—418.
Zerstreuung, diffuse, des Lichtes 391.
Zerstreuung, falsche, des Lichtes 131, 384.
— des Lichtes an Flammen und am Flammenrauche 395—408.
Zirkumaxiale Polarisation 70, 72, 75, 76, 78, 234, 237, 284—289, 290—293, 324, 326, 343, 356, 366, 380, 381, 383, 386, 388, 389, 392, 395, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 410, 411, 414, 416, 417.
— —, asymmetrische, partielle, 294—296, 297, 306—310, 331, 377, 382, 414, 415.
— —, symmetrische, partielle, 302—306, 324, 326, 331, 377, 381, 414.
Zirkumpolare Polarisation 70, 72, 76, 234, 237, 242—250, 251, 252, 326, 330, 336, 343, 355, 356, 381, 382, 414.
— —, asymmetrische, partielle, 258—265, 414.
— —, asymmetrische, vollständige, 252—258, 414.
— —, innere, 345.
Zusatzapparat 194—198.

Namenregister.*

Abraham, M., 407.
Ames, J. S., 200.
Arago, F., 81, 82, 84, 86, 94, 188, 208, 323.
Archimedes 201.

Babinet, J., 116, 343, 344.
Boltzmann, L., 168, 183.
Bucherer, A. H., 407.
Brewster, D., 70, 208, 209, 215, 224, 230.
Burch, G. J., 395.

Cauchy, A. L., 94.
Chapman, H., 200.
Clebsch, A., 104, 117.
Cotton, A., 438.
Cornu, M. A., 392.
Curry, Ch. E., 168, 173.

Ditscheiner, L., 96, 97, 98, 99, 116, 117, 437.
Drude, P., 81, 120, 125, 159, 383, 437.

Edser, E. und Senior, E., 438.
Ehrenhaft, F., 388, 391, 392, 393.
Eisenlohr, F., 92, 94, 95.
Eötvös, Baron Roland, 205.
Exner, K., 74, 81, 82, 100, 101, 113, 139, 202, 319, 329, 366, 376.

Foucault, L., 193.
Fraunhofer, J., 81, 84, 86, 188, 200, 202, 323.
Fresnel, A. J., 72, 90, 92, 93, 94, 98, 103, 115, 240, 241, 323, 332, 333, 334, 336.
Fröhlich, I., 65, 68, 81, 96, 102, 103, 104, 109, 114, 115, 118, 119, 157, 191, 200, 201, 203, 334, 397, 414.

Garbasso, A., 168, 181.
Glazebrook, R. T., 108, 113, 114, 115, 189, 237, 239, 240, 241, 246, 265.
Garnett, Maxwell, J. C., 386, 387, 388, 389, 390, 407, 437.
Gouy, L. G., 125, 126, 127.
Graetz, L., 137.
Gretschel, H., 277.
Győri, J., 415.

Hasenörl, Fr., 388, 390.
Helmholtz, H. v., 169, 170.
Hensel, K., 120.
Herz, N., 277.
Hertz, H., 77, 161, 168, 181, 183.
Holtzmann, C., 92, 94, 95.
Homor, E., 218, 414.
Huyghens, Ch., 77, 119, 120, 123, 126.

Jakucs, St., 205, 218, 376, 414.
Jamin, J. C., 192.
Jedlik, A., 102, 199, 238.

Kayser, H., 200.
Kirchhoff, G., 77, 109, 119, 120, 123, 126.
König, A., 168.
König, W., 77, 115, 116, 117, 118, 189, 334, 352.

* Die Zahlen bedeuten die Seiten.

Kolaček, F., 96, 119, 123, 124.
Kogutowicz, E. & Komp., 415.

Lamé, G., 104, 117, 412.
Lommel, E., 84, 137.
Lorenz, L., 92, 93, 95, 366.
Lorentz, H. A., 407.
Love, A. E. H., 120.

Malus, E., 70, 208, 209, 224, 230.
Markusovszky, L., 239.
Mascart, É., 96.
Maxwell, J. C., 77, 168, 390, 407.
Maxwell Garnett, J. C., s. Garnett.
Micula, V., 415, 416.

Nádasdi, D , 415, 416.

Oberbeck, A., 137.

Palatin, I. G., 199, 200, 201, 202, 211, 214, 219, 226, 228, 242, 244, 248, 254, 257, 260, 263, 264, 268, 276, 280, 282, 286, 288, 290, 291, 296, 297, 300, 301, 304, 305, 308, 309, 312, 313, 314, 316, 324, 325, 333.
Pekár, D., 218.
Perreaux, L. G., 199.
Planck, M., 168, 181, 388, 393.
Pockels, F., 81, 120, 125, 127, 388, 393.
Poincaré, H., 77, 119, 125, 127, 168, 181.
Poisson, S. D., 87, 119, 120.
Poynting, J. H., 185.

Quincke, G., 100, 101.

Rayleigh, W. Strutt, Baron, 74, 77, 92, 95, 96, 124, 127, 129, 130, 131, 132, 133, 168, 181, 182, 368, 370, 372, 373, 374, 384, 388, 389, 390.
Réthy, M., 77, 102, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 112, 113, 115, 116, 117, 118, 119, 189, 236, 239, 240, 241, 246, 265.
Rowland, H. A., 67, 77, 113, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 168, 182, 200, 321.
Runge, C., 168.

Schott & Genossen, Glaswerk, 340.
Schwarzschild, K., 125.
Selényi, P., 205, 340, 397.
Sénarmont, H., 192.
Senior, E. und Edser, E., 438.
Siedentopf, H., 76, 383, 385, 386, 387, 388, 390, 392, 415.
Silbermann, J. Th., 193.
Sommerfeld, A., 77, 125, 126, 127.
Stokes, G. G., 72, 74, 77, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 100, 101, 102, 106, 108, 112, 113, 114, 115, 119, 123, 124, 127, 128, 130, 131, 132, 133, 136, 137, 138, 139, 188, 189, 237, 239, 240, 241, 246, 323, 335, 336, 337, 338, 342, 353, 354, 355, 356, 366, 368, 370, 372, 373, 374, 375, 376, 384, 395.
Süß, F., 194.
Szénfy, Z., 415, 416.

Teubner, B. G., 218.
Than, C. v., 239.
Thomson, J. J., 77, 388, 390, 391, 392.
Tyndall, J., 127, 130.

Voigt, W., 77, 109, 141, 161, 168.

Webster, A. G., 168.
Wien, W., 183.
Winkelmann, A., 81, 395.
Wood, R. W., 388, 393, 394, 438.

Zeiß-Werk 340, 367, 415.
Zsigmondy, R., 383, 390.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Vorwort, zugleich auch allgemeine Übersicht 65

I. Historischer Teil.

Darstellung der wesentlichen Resultate der bisherigen diesbezüglichen wichtigeren Erfahrungen und Theorien.

§ 1. Die ersten Erfahrungstatsachen: F. Aragos und J. Fraunhofers Beobachtungen 81

§ 2. G. G. Stokes' Theorie, Gesetz, Beobachtungen. Beugung im selben Medium und an der Grenze zweier verschiedener Medien . . . 86

§ 3. Stokes' Resultate und Absichten. Irreguläre Brechung und Reflexion. Arbeiten von L. Lorenz, C. Holtzmann, F. Eisenlohr. Lord Rayleigh über Stokes' Gesetz 92

§ 4. É. Mascarts Beobachtungen. L. Ditscheiners Beobachtungen und Theorie 96

§ 5. G. Quinkes Untersuchungen. K. Exner erhärtet für eine einzelne Strahlenreihe Stokes' Gesetz bei Beugung in nahezu demselben optischen Medium 100

§ 6. I. Fröhlichs Beobachtungen und Resultate. M. Réthys Interpretation: Elastische Kugelwellen mit „Polarachse“ 102

§ 7. Die zirkumaxialen und meridionalen Oszillationssysteme. Formale Übereinstimmung letzterer mit Stokes' Gesetz. Darstellung der Beobachtungen mit denselben 106

§ 8. R. T. Glazebrook bringt Stokes' modifiziertes Gesetz zur Geltung: „Fixe Schwingungsrichtung“ 113

§ 9. W. Königs Beobachtungen: Ergänzung der Arbeiten Fröhlichs und Réthys. Kontroverse zwischen den beiden letzteren 115

§ 10. Die strenge Poisson-Kirchhoff'sche Form des Huyghens'schen Prinzips in der Theorie der Polarisation des gebeugten Lichtes: Im Geltungsfalle würde sie zu Stokes' Gesetz führen. Fr. Kolaček's Bemerkungen. Poincarés Theorie 119

§ 11. A. Sommerfelds Theorie. L. G. Gouys Versuche 125

§ 12. Lord Rayleighs elektromagnetische Theorie der Beugung an kleinen Partikelchen. Beziehung zu Stokes' Gesetz. Stokes', Tyndalls, Lord Rayleighs Beobachtungen 127

§ 13. H. A. Rowlands Theorie: Konstruierung elektromagnetischer isogonaler Kugelwellen. Elastizitätsbeziehungen. Unterlassung der Vergleichung mit der damals bekannten Erfahrung. Wirkungslosigkeit seiner Arbeit 133

II. Theoretischer Teil.

Physikalische Darstellung der zur Beschreibung der Polarisation des von Glasgittern gebeugten Lichtes geeigneten zirkumaxialen, meridionalen und isogonalen Kugelwellensysteme.

1. Darstellung der Kugelwellensysteme auf elastisch-fester Grundlage.

Seite

§ 14. W. Voigts Theorie der leuchtenden Punkte: Strenge Konstruierung des zirkumaxialen und des meridionalen Oszillationssystems mittels rotatorisch und translatorisch oszillierender Kugeln 141

§ 15. Das isogonale Oszillationssystem. Strenge Darstellung desselben aus der einfach-zirkumaxialen und der einfach-meridionalen Kugelwelle 146

§ 16. Verteilung der Schwingungsrichtungen der isogonalen Welle längs einer Schar von Kugelkreisen, deren Ebenen durch eine einzige Tangente der Kugelfläche gehen 151

§ 17. Zweites, zum ersten orthogonales, isogonales Oszillationssystem 154

§ 18. Andere Darstellung des isogonalen Oszillationssystems: Zusammensetzung aus koaxialen, nicht einfachen zirkumaxialen und meridionalen Kugelwellen 156

§ 19. Der elastische Elongations-(kinetische)Vektor und der zugehörige Torsions-(potentielle)Vektor bilden orthogonale vertauschbare Richtungssysteme in der Kugelwelle. In großer Entfernung vom Erregungszentrum verschwindet der Einfluß seiner Form und seiner Oberflächenbedingungen; es bleibt nur der von der Art der Erregung bedingte Charakter des Lösungssystems 158

§ 20. Energieverhältnisse der elastischen Kugelwellen 161

§ 21. Darstellung des isogonalen Systems mittels der Voraussetzung, daß die Energien der von der translatorischen und von der rotatorischen Oszillation der linearpolarisierten einfallenden Welle erzeugten Oszillationssysteme einander gleich sind 164

2. Darstellung der Kugelwellensysteme auf elektromagnetischer Grundlage.

§ 22. Allgemeines über elektromagnetische Störungen und Wellen . . 168

§ 23. Die elektrischen Störungen seien gegeben. Einfacher Fall: meridionale elektrische und damit verbundene zirkumaxiale magnetische Kugelwelle 170

§ 24. Die magnetischen Störungen seien gegeben. Einfacher Fall: meridionale magnetische und damit verbundene zirkumaxiale elektrische Kugelwelle 173

§ 25. Physikalische Konstruierung der zirkumaxialen und der meridio-

Seite
nalen elektromagnetischen Oszillationssysteme mittels elektrisch-magnetisch oszillierender Kugeln. Energie dieser Wellen 176
§ 26. Andere Auffassung des sekundären Erregungszentrums. In großer Entfernung von diesem verschwindet der Einfluß seiner Form und seiner Oberflächenbedingungen; es bleibt nur der von der Art der Erregung bedingte Charakter des Lösungssystems. Resultat: Dieselben Kugelwellen 180
§ 27. Elektromagnetische isogonale Systeme, dargestellt aus der Erregung einer einfallenden, linearpolarisierten elektromagnetischen Welle. Energieverhältnisse dieser Wellensysteme 183

III. Experimenteller Teil.

1. Rückblick auf die bisherigen unbefriedigenden Erfahrungen. Gegenstand und Ziele der vorliegenden Arbeit; ihre allgemeinen experimentellen Einrichtungen und Untersuchungsmethoden.

§ 28. Die bisherigen Beobachtungen beziehen sich auf sehr verschiedene Erscheinungen, können kein einheitliches Gesetz ergeben, erstrecken sich nur auf in der Einfallsebene liegende Strahlen. Gegenwärtiger Stand der Kugelwellentheorie 187
§ 29. Gegenstand, Ausgangspunkt und Ziel vorliegender Arbeit: Untersuchung der in jeder räumlichen Richtung gebeugten Strahlen 189
§ 30. Versuchsanordnung bei Beobachtungen der Reflexionsbeugung in Luft. Einrichtung der Instrumente im allgemeinen 192
§ 31. Montierung des nach jeder Richtung hin frei drehbaren Gitters, um in jeder räumlichen Richtung beobachtbare gebeugte Strahlen herstellen zu können. Die verschiedenen Positionskreise 194
§ 32. Allgemeines über die Beobachtungsweise reflektiert-gebeugter Strahlen. Sechs verschiedene Richtungswinkel 197
§ 33. Die benutzten Gitter; deren Provenienz. Variierung des Gitterintervalls innerhalb der zulässig weitesten Grenzen 199
§ 34. Vollständige Eliminierung des falschen Lichtes bei Reflexionsbeugung in Luft. Zeit, Ort und Anzahl der Beobachtungen. Beobachter. 202

2. Das Gesetz des Polarisationskegels und des Extinktionskegels. Verallgemeinerung dieser Beziehungen.

A) Einfallendes unpolarisiertes (natürliches) Licht. Untersuchung der Auslöschung der reflektiert-gebeugten Strahlen mittels Drehung des Analysators.

§ 35. Der Einfallswinkel ist der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters. Gesetz des Hauptpolarkegels 205
§ 36. Quantitative Beobachtungsdaten zur Erhärtung des Gesetzes des Hauptpolarkegels. Tabelle I. Sehr genügende Übereinstimmung 211

Seite

§ 37. Graphische Darstellung des Gesetzes des Hauptpolarkegels in stereographisch-horizontaler Projektion: Erstes Projektionsbild 215

§ 38. Der Einfallswinkel ist beliebig; das einfallende Licht sei unpolarisiert (natürliches). Allgemeines Gesetz des Polarkegels 219

§ 39. Zusammenfassung der Resultate der §§ 35—38. Wichtige Bemerkung in bezug auf die normale Inzidenz 221

B) Einfallendes linearpolarisiertes Licht. Untersuchung der Auslöschung der reflektiert-gebeugten Strahlen mit freiem Auge durch Drehung des Polarisators.

§ 40. Der Einfallswinkel ist der Polarisationswinkel der Glassubstanz des Gitters. Gesetz des Hauptextinktionskegels 222

§ 41. Quantitative Beobachtungsdaten zur Erhärtung des Gesetzes des Hauptextinktionskegels. Tabelle II. Projektive Darstellung des Gesetzes: Zweites Projektionsbild 226

§ 42. Der Einfallswinkel ist beliebig. Das einfallende Licht ist linearpolarisiert. Allgemeines Gesetz des Extinktionskegels 230

§ 43. Zusammenfassung der Resultate der §§ 40—42. Wichtige Bemerkung in bezug auf die normale Inzidenz 233

3. Einfallendes linearpolarisiertes Licht: quantitative Untersuchung des Polarisationsazimutes der reflektiert-gebeugten Strahlen mittels Analysators. Die Gesetze der zirkumpolaren und der zirkumaxialen Polarisation; der isogonalen und der stereographisch-parallelen Polarisation.

§ 44. Vorbemerkungen: Die räumlich reflektiert-gebeugten Strahlen sind im allgemeinen linearpolarisiert. Die beobachteten Strahlensysteme. Erkennung der allgemeinen Gesetzmäßigkeiten . . . 234

A) Der Einfallswinkel ist der Polarisationswinkel der Glasgittersubstanz = P.

§ 45. Einfallswinkel = P. Einfallsazimut = 90°. Auffindung der „Polarachse", der „fixen Schwingungsrichtung" 236

§ 46. Fortsetzung. Experimentum crucis: Das reflektiert-gebeugte Licht entsteht nicht aus dem regelmäßig reflektierten Lichte. Formelle Übereinstimmung mit Réthys und Stokes-Glazebrooks Formeln 239

§ 47. Das Gesetz der zirkumpolaren Polarisation. Dessen Bekräftigung durch quantitative Daten: Tabelle IIIa. Projektive Darstellung des Gesetzes: Drittes Projektionsbild 242

§ 48. Vergleichung der quantitativen Daten der zirkumpolaren Polarisation mit den strengen Bedingungen der einfach-zirkumaxialen Anordnung: Tabelle IIIb. Die Übereinstimmung ist im allgemeinen genügend 246

Seite

§ 49. Physikalische Deutung des Gesetzes der zirkumpolaren Polarisation: Unter Voraussetzung elastischer oder elektromagnetischer Kugelwellen liegt der Lichtvektor senkrecht zu seiner Polarisationsebene 250

§ 50. Einfallswinkel = P. Einfallsazimute 105° und 75°. Asymmetrische, vollständige Zirkumpolarisation. Tabelle IVa und Va. Viertes Projektionsbild 252

§ 51. Fortsetzung. Vergleichung der Zahlenwerte der Tabellen IVa und Va mit den strengen Bedingungen des Gesetzes der Zirkumpolarisation: Tabelle IVb und Vb. Genügende Übereinstimmung 256

§ 52. Einfallswinkel = P. Einfallsazimut 45°. Asymmetrische, partielle Zirkumpolarisation. Tabelle VIa. Fünftes Projektionsbild 258

§ 53. Fortsetzung. Vergleichung der Zahlenwerte der Tabelle VIa mit den strengen Bedingungen der Zirkumpolarisation: Tabellen VIb und VIc. Bedeutendere Abweichungen 262

§ 54. Einfallswinkel = P. Einfallsazimut 0°. Das Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation, im Gegensatz zur zirkumpolaren Anordnung. Tabelle VIIa. Sechstes Projektionsbild 266

§ 55. Theorie der Vergleichung der Beobachtungsdaten der Tabelle VIIa mit den strengen Bedingungen des Gesetzes der stereographisch-parallelen Polarisation: Tabelle VIIb. Im allgemeinen gute Übereinstimmung 271

§ 56. Physikalische Deutung der stereographisch-parallelen Polarisation: Auffassung als eine in bezug auf die Gitternormale isogonale Anordnung 278

§ 57. Einfallswinkel = P. Einfallsazimuth 15°. Tabelle VIIIa. Siebentes Projektionsbild. Abweichung vom Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation. Vergleichs-Tabelle VIIIb 279

B) Verschiedene Einfallswinkel und verschiedene Einfallsazimute.

§ 58. Einfallswinkel $i = 68{,}75°; 50°; 43{,}75°$. Einfallsazimut = 90°. Vollständige symmetrisch-zirkumaxiale Polarisation. Tabellen IXa, Xa, XIa. Achtes Projektionsbild. Vergleichung mit der genau zirkumaxialen Anordnung: Tabellen IXb, Xb, XIb. Genügende Übereinstimmung 284

§ 59. Einfallswinkel $i = 80°$. Einfallsazimut = 90°. Vollständige symmetrisch-zirkumaxiale Polarisation. Tabelle XIIa. Neuntes Projektionsbild. Vergleichung mit der genauen zirkumaxialen Anordnung: Tabelle XIIb. Im allgemeinen genügende Übereinstimmung 289

§ 60. Einfallswinkel $i = 80°$. Einfallsazimut = 45°. Asymmetrische partiale zirkumaxiale Polarisation. Tabelle XIIIa. Zehntes Pro-

Seite
jektionsbild. Vergleichung mit der genauen zirkumaxialen Anordnung: Tabelle XIIIb. Allgemeine Übereinstimmung; erheblichere Abweichungen 294
§ 61. Einfallswinkel $i = 80^0$. Einfallsazimut $= 0^0$. Stereographisch-parallele Polarisation. Tabelle XIVa. Elftes Projektionsbild. Vergleichung mit der genau stereographisch-parallelen Anordnung: Tabelle XIVb. Im allgemeinen gute Übereinstimmung 298
§ 62. Einfallswinkel $i = 30^0$. Einfallsazimut $= 90^0$. Verschobene isogonale und symmetrisch-partielle zirkumaxiale Polarisation. Tabelle XVa. Zwölftes Projektionsbild. Vergleichung mit der genauen isogonalen Anordnung: Tabelle XVb. Übereinstimmung der einfallenden näheren, Abweichung der entfernteren Strahlen 302
§ 63. Einfallswinkel $i = 30^0$. Einfallsazimut $= 45^0$. Gedrehte, isogonale, und asymmetrisch-partielle zirkumaxiale Polarisation. Tabelle XVIa. Dreizehntes Projektionsbild. Vergleichung mit der isogonalen Anordnung: Tabelle XVIb. Übereinstimmung der zum einfallenden näheren, Abweichung der entfernteren Strahlen . . 306
§ 64. Einfallswinkel $i = 30^0$. Einfallsazimut $= 0^0$. Gesetz der stereographisch-parallelen Polarisation. Tabelle XVIa. Vierzehntes Projektionsbild. Vergleichung mit der genauen stereographisch-parallelen Anordnung: Tabelle XVIb. Genügende Übereinstimmung. Anmerkung: Tabelle XVIc 310
§ 65. Normale Inzidenz. Einfallendes linear-polarisiertes Licht. Tabelle XVIII. Reine isogonale Polarisation als einfachster Fall der stereographisch-parallelen Anordnung. Fünfzehntes Projektionsbild. Vergleichung mit der reinen isogonalen Anordnung: Sehr genügende Übereinstimmung 315
§ 66. Normale Inzidenz. Fortsetzung: Physikalische Deutung der isogonalen Polarisation. Dieselbe ist nicht geeignet zur Feststellung der Lage des Lichtvektors zu seiner Polarisationsebene. Deutung der isogonalen und der stereographisch-parallelen Anordnung. . 319

C) Allgemeine Übersicht des Polarisationszustandes des aus linear-polarisiertem einfallendem Lichte entstandenen, von Glasgittern reflektiert-gebeugten räumlichen Strahlensystems. Zwingender Schluß: Der erregende Lichtvektor ist senkrecht zu seiner Polarisationsebene. Geltung von Fresnels Reflexionsformeln. Unzulässigkeit von Stokes' „irregulärer Reflexion".

§ 67. Der Einfallswinkel ist beliebig. Die Polarisationsebenen der in der Einfallsebene gebeugten Strahlen liegen alle in der Einfallsebene oder senkrecht dazu, jenachdem das einfallende Licht in dieser Ebene oder senkreckt dazu polarisiert ist. 333
§ 68. Der Einfallswinkel ist beliebig. Einfallsazimut $= 90^0$. Stufen-

Seite

weiser Übergang der vollständigen symmetrisch-zirkumaxialen Polarisation in partielle symmetrisch-zirkumaxiale und schließlich in reine isogonale Polarisation 324

§ 69. Der Einfallswinkel ist beliebig. Einfallsazimut $= 0^0$. Allgemeine Geltung des Gesetzes der stereographisch-parallelen Polarisation. Zwingende Schlußfolgerung: Der erregende Lichtvektor kann nur senkrecht zu seiner Polarisationsebene gerichtet sein 327

§ 70. Der allgemeinste Fall: Einfallswinkel und Einfallsazimut beliebig. Stufenweiser, im allgemeinen nicht symmetrischer Übergang der vollständigen zirkumaxialen Polarisation in die Erscheinungen der stereographisch-parallelen Polarisation. 330

§ 71. Die Polarisationsazimute der von Glasgitterflächen regelmäßig reflektierten Strahlen stimmen bis an die äußerste Grenze des Gitterintervalls mit Fresnels Reflexionsformeln überein und bilden keine Ausnahme im reflektiert-gebeugten Strahlensystem. Tabelle XIXa und XIXb 332

§ 72. Experimentelle Darstellung von reinen Reflexionserscheinungen, die analoge Polarisationsverhältnisse zeigen wie die von Glasgittern reflektiert-gebeugten Strahlen. Unzulässigkeit der Stokesschen „irregulären Reflexion“ 335

4. Qualitative Untersuchungen des Polarisationszustandes der an der Grenzfläche von Glas und Luft in Glas reflektiert-gebeugten, in Luft gebrochen-gebeugten, und in Glas gebrochen-gebeugten Strahlensysteme.

§ 73. Über die an der Grenzfläche von Glas und Luft möglichen Beugungen überhaupt. Bedingungen zu deren einwandfreier Beobachtung: Anklebung des dünnen Glasgitters mit seiner glatten Fläche mittels Öls an die Ebene einer Halbkugel aus Glas . . 339

§ 74. Das bei dem Grenzwinkel der totalen Reflexion entstehende reflektiert- und gebrochen-gebeugte Strahlensystem: Experimentum crucis, daß gebrochen-gebeugtes Licht nicht aus dem regelmäßig gebrochenen Strahl entsteht 341

§ 75. Reflexionsbeugung aus Glas an Luft in Glas: Art der Geltung der Gesetze des Polarkegels und des Extinktionskegels. Bemerkungen bei normaler Inzidenz. Art der Geltung des Gesetzes der zirkumpolaren und der zirkumaxialen Polarisation 343

§ 76. Normale Inzidenz unpolarisierten (natürlichen) und linearpolarisierten Lichtes: Refraktionsbeugung aus Glas in Luft. Übereinstimmung mit denselben Fällen bei Reflexionsbeugung aus Luft an Glas in Luft, § 39 und 43 346

§ 77. Normale Inzidenz unpolarisierten (natürlichen) und linear-polari-

Seite

sierten Lichtes: Refraktionsbeugung aus Luft in Glas. Im ersten Falle: Partielle Polarisation. Im zweiten Falle: Von der einfallenden Polarisationsebene unabhängige Intensität der gebrochengebeugten Strahlen 347

§ 78. Normale Inzidenz linearpolarisierten Lichtes. Refraktionsbeugung aus Glas in Luft: Geltung des Gesetzes der isogonalen Polarisation. Zusammenfassung mit demselben Gesetze bei in Luft reflektiert-gebeugtem Lichte, § 65, 66. 348

§ 79. Normale Inzidenz linearpolarisierten Lichtes. Refraktionsbeugung aus Luft in Glas. Reflexionsbeugung aus Glas an Luft in Glas. Beschränkte Geltung des Gesetzes der isogonalen Polarisation. Elliptische Polarisation. Zusammenfassung beider Fälle 350

§ 80. Refraktionsbeugung aus Glas in Luft. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut $= 0^0$. Geltung des Gesetzes der stereographisch-parallelen Polarisation, wie bei Reflexionsbeugung aus Luft an Glas in Luft, § 69. Dieselbe zwingende Schlußfolgerung. . . . 352

§ 81. Refraktionsbeugung aus Glas in Luft. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut $= 90^0$ und beliebig. Beschränkte Geltung der isogonalen Anordnung. Elliptische Polarisation aus senkrecht zur Einfallsebene polarisiertem Licht. STOKES' „irreguläre Brechung" in Widerspruch mit der Erfahrung. Ergänzung 353

§ 82. Refraktionsbeugung aus Luft in Glas. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut 0^0— 90^0. Beschränkte Geltung der isogonalen Anordnung. Elliptische Polarisation aus parallel oder senkrecht zur Einfallsebene polarisiertem Lichte. Zirkumaxiale Polarisation kann nicht entstehen 355

§ 83. Reflexionsbeugung aus Glas an Luft in Glas. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut beliebig. Die in der Einfallsebene gebeugten Strahlen. Beschränkte Geltung des Gesetzes der isogonalen Polarisation. Verallgemeinerung 357

§ 84. Refraktionsbeugung aus Glas in Luft. Fortsetzung: Einfallswinkel in der Nähe des Grenzwinkels der totalen Reflexion, und beliebig. Einfallsazimut beliebig 359

§ 85. Gebrochen-gebeugtes Strahlensystem. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut beliebig. Direkte Verifizierung des Gesetzes der isogonalen Polarisation für die in der Nähe der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Lichtes gebeugten Strahlen. Allgemeines Gesetz der Erhaltung der Polarisationsebene 360

§ 86. Einfaches allgemeines Gesetz, Einfallswinkel und Einfallsazimut beliebig: Die Polarisationsebene des normal zur Gitterfläche in Luft reflektiert-gebeugten und des normal zur Gitterfläche in Glas gebrochen-gebeugten Strahles hat zur Einfallsebene stets dasselbe Azimut, wie das einfallende Licht 364

5. Qualitative Untersuchung des Polarisationszustandes der bei sehr geringer optischer Änderung des Mittels und der im Innern des Mediums gebeugten Strahlen.

Seite

§ 87. Über Beugung an Gitterflächen, die beiderseits an optisch nahezu gleiche Medien grenzen, überhaupt. Bedingungen der einwandfreien Beobachtung. Anklebung des Glasgitters mit seiner gefurchten Fläche mittels Öles an die Ebene einer Halbkugel aus Glas 366

§ 88. Normale und schiefe Inzidenz unpolarisierten (natürlichen) und linear-polarisierten Lichtes auf die glatte Fläche der Gitterplatte, Austritt des gebrochen-gebeugten Strahlensystems aus der gewölbten Kugelfläche: Die rasant-gebeugten Strahlen erfüllen das Stokes-Rayleighsche Gesetz 368

§ 89. Normale und schiefe Inzidenz unpolarisierten (natürlichen) und linear-polarisierten Lichtes aus der Halbkugel auf die Gitterfläche. Austritt des gebrochen-gebeugten Strahlensystems aus der glatten Fläche der Gitterplatte. Für sehr stark gebeugte Strahlen gilt das Stokes-Rayleighsche Gesetz 370

§ 90. Normale und schiefe Inzidenz unpolarisierten (natürlichen) und linearpolarisierten Lichtes auf die beugende Fläche. Innen reflektiert-gebeugtes Strahlensystem. Die sehr stark gebeugten Strahlen erfüllen das Stokes-Rayleighsche Gesetz, wenn dabei die an der Gitterfläche liegende Ölschicht durchsetzt wird 372

§ 91. Innere, mit sehr geringer Brechung verbundene Beugung. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut $= 0^0$. Allgemeine Geltung des Gesetzes der semi-zirkumaxialen Polarisation. Zwingender Schluß: Der erregende Lichtvektor ist senkrecht zu seiner Polarisationsebene 375

§ 92. Innere, mit sehr geringer Brechung verbundene Beugung. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut $= 90^0$ und 45^0. Symmetrische und asymmetrische, partielle zirkumaxiale Polarisation. Beschränkte Geltung der isogonalen Anordnung. Der zur Gitterfläche normal-gebeugte Strahl 377

§ 93. Innere, mit sehr geringer Reflexion verbundene Beugung. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut $= 0^0$. Allgemeine Geltung des Gesetzes der semi-zirkumaxialen Polarisation. Zwingender Schluß: Der erregende Lichtvektor ist senkrecht zu seiner Polarisationsebene 379

§ 94. Vereinigung der Resultate der §§ 91 und 93: Das an der Grenzfläche von Glas und Öl entstandene ganze System gebeugter Strahlen zeigt bei einem Einfallsazimut 0^0, unabhängig vom Einfallswinkel, die räumlich vollständige zirkumaxiale Anordnung seiner Polarisationsebenen. Derselbe zwingende Schluß 380

Seite

§ 95. Innere, mit sehr geringer Reflexion verbundene Beugung. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut = 90°. Vollständige symmetrische zirkumpolare, und symmetrische, vollständige und partielle zirkumaxiale Polarisation 381

§ 96. Innere, mit sehr geringer Reflexion verbundene Beugung. Einfallswinkel beliebig. Einfallsazimut = 45°, und beliebig. Asymmetrische zirkumaxiale Polarisation 382

Ergänzung
zum theoretischen und experimentellen Teil.

§ 97. Ergänzung: H. Siedentopffs qualitative Beobachtungen der durch einzelne ultramikroskopische Teilchen hervorgerufenen sekundären Strahlensysteme zeigen das Gesetz der vollständigen zirkumaxialen Polarisation 383

§ 98. Ergänzung: Lord Rayleighs neuere Theorie und J. C. Maxwell Garnetts Erklärung. J. J. Thomsons Theorie der Zerstreuung der Wellen durch kleine metallische Kugeln. Fr. Hasenörls und F. Ehrenhafts Theorien. F. Pockels Bemerkungen. M. Plancks Theorien erregender Zentra. R. W. Woods Beobachtungen . . . 388

§ 99. Ergänzung: Polarisation der durch in der leuchtenden Hülle und im Rauche heller Flammen schwebenden Teilchen hervorgerufenen sekundären Strahlensysteme. Quantitative Beobachtungen: Tabelle XXa und XXb. Sehr genügende Geltung des Gesetzes der räumlich vollständigen zirkumaxialen Polarisation. Zwingender Schluß: Der erregende Lichtvektor ist senkrecht zu seiner Polarisationsebene. Anmerkung: Dieselbe Erscheinung mittels einer vollen Glaskugel 395

§ 100. Einfache Darstellung der typischen Polarisationsgesetze mittels bewegter Elektronen. Rückblick auf die theoretischen Deutungen. Ausblick auf künftige Forschungen. Kristallinische Medien 406

Modelle und Zeichnungen 414
Sachregister 419
Namenregister 425
Inhaltsverzeichnis 427
Zusätze und Berichtigungen 437

Zusätze und Berichtigungen.

Das Manuskript dieser Schrift wurde im Dezember 1905 der Redaktion der „Mathematischen und Naturwissenschaftlichen Berichte aus Ungarn“ druckfertig übergeben.

Verschiedene Umstände verzögerten den Druck, der immer nur in je einigen wenigen Bogen ausgeführt werden konnte, sodaß mehrere unterdessen nötig erscheinende Ergänzungen, wie z. B. Fußnote zu § 10, S. 123, ferner § 97, 98, 99 und der I. und III. Abschnitt des § 100 hinzugefügt werden konnten.

Auch wurden die Literaturangaben bis zum Zeitpunkte des jeweiligen Reindruckes fortgeführt.

Ferner ist zu bemerken:

S. 66, Fußnote, Z. 1 von unten ist hinzuzufügen: Eine zweite Veröffentlichung darüber fand im selben „Értesitö“ (Anzeiger) statt, Bd. XXIV, p. 465—494, Budapest 1906.

S. 76, Fußnote, Z. 9 von oben ist hinzuzufügen: J. C. Maxwell Garnett scheint zuerst im Jahre 1904 diese Gesetzmäßigkeit erkannt zu haben; siehe § 97 und 98 dieser Arbeit.

S. 127, Fußnote, Z. 1 von oben: statt Elektromagnetic lies Electromagnetic.

S. 157, Z. 21 von oben: statt Kosini lies Kosinus.

S. 168, Fußnote: hinzuzufügen sind noch die Literaturangaben der Fußnote des § 100, S. 407 dieser Schrift.

S. 170, Z. 3 von oben: statt mögen lies müssen.

S. 252, 254, 255, 256, 257, 258, 260, 261, 262, 263, 264, also § 50, 51, 52, 53 und Anhang S. 414: das Wort Zirkumpolarisation ist eine Abkürzung für zirkumpolare Polarisation.

S. 342, Z. 15 von oben ist hinzuzufügen: In der zweiten Auflage von P. Drudes Optik, Leipzig 1906, p. 286, Fußnote 2) wird erwähnt, daß die in Abschnitt I des § 74 dieser Arbeit beschriebene Erscheinung schon früher beobachtet wurde:

L. Ditscheiner* klebte auf die Hypotenusenfläche eines rechtwinkligen Glasprismas ein Glasgitter in ebensolcher Weise, wie dies Fig. 29, S. 340

---

* Siehe dessen auf S. 97 dieser Arbeit zitierte erste Abhandlung, p. 383 und 384.

dieser Arbeit zeigt; ebenso E. Edser und E. Senior* ein Glasgitter und ein auf Kollodium-Film photographiertes Gitter. Sie fanden die im § 74, Abschnitt I erwähnte Erscheinung.

Berußt man die Hypothenusenfläche des Glasprismas sehr schwach mit einer Flamme, so stellt sich ein ebensolches Phänomen dar;** diese Erfahrung dient in der jüngsten Zeit auch als Grundlage der Sichtbarmachung ultromikroskopischer Teilchen.***

---

* Edwin Edser and Edgar Senior, The Diffraction of Light, from a Dense to a Rarer Medium, when the Angle of Incidence exceeds its Critical Value, *Philosophical Magazine* (6), Vol. IV, p. 346—352, London 1902.

** R. W. Wood, Physical Optics, New York and London 1905, p. 307 und 486. Ebendort.

*** A. Cotton, p. 307 und 491.

SITZUNGSBERICHTE.*

I. In den **Sitzungen der III. (mathematisch-naturwissenschaftlichen) Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften** wurden vom Januar 1904 bis Juni 1904 von den nachbenannten Autoren die folgenden Arbeiten vorgelegt:

Sitzung am 18. Januar 1904.

1. Anton Kherndl, o. M.: *Über die graphische Theorie der Gelenkträger mit statisch unbestimmbaren Auflagedrücken.*
2. Gustav Rados, k. M.: *Beitrag zur Theorie der regulären Vielecke.* (S. p. 1—12 dieses Bandes.)
3. Adolf Ónodi, k. M.: *Beiträge zur Kenntnis der Nebenhöhlen der Nase.*

Sitzung am 15. Februar 1904.

1. Ladislaus Hollós, k. M. legt seine Monographie *„Die Gastromyceten Ungarns"* vor.
2. Fritz Konek: *Chemische Mitteilungen.* Vorgelegt vom o. M. Béla Lengyel.
3. Ludwig Bakay: *Untersuchunyen an Handwurzeln von Embryos von Menschen und Säugetieren.* Vorgelegt vom o. M. Michael Lenhossék.

Sitzung am 14. März 1904.

1. Isidor Fröhlich, o. M.: *Experimentelle Erforschung und theoretische Deutung der allgemeinen Gesetzmäßigkeiten der Polarisation des von Glasgittern gebeugten Lichtes.* (S. p. 65—438 dieses Bandes.)
2. Gustav Rados, k. M.: *Über die Diskriminante der allgemeinen Kreisteilungsgleichung.*

---

* In dieser Abteilung geben wir eine Übersicht der in den Sitzungen der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften und der kgl. Ungarischen Naturwissenschaftlichen Gesellschaft vorgelegten Arbeiten, Vorträge und Vorlesungen. Ein Teil derselben ist entweder dem ganzen Umfange nach oder in längerem Auszuge im vorangehenden Teile dieses Bandes enthalten; dieser Umstand ist auch bei den betreffenden, hier der Vollständigkeit wegen angeführten Titeln angedeutet.

3. Leopold Klug: *Der Kegelschnitt als Ort von Punkten, deren Abstandsverhältnisse von gewissen Gebilden konstant sind.* Vorgelegt vom k. M. Gustav Rados.
4. Nikolaus Jancsó: *Untersuchungen über die Parasiten der Malaria.* Vorgelegt vom k. M. Andreas Högyes.
5. Hugo Preisz: *Über die feinere Konstruktion der Bazillen des Milzbrandes.* Vorgelegt vom k. M. Franz Tangl.

Sitzung am 18. April 1904.

1. Rudolf v. Kövesligethy, k. M.: *Die Energie der großen Erdbeben.*
2. Anton Koch, o. M.: *Die geologischen Verhältnisse des Bergzuges von Rudobánya—Szt. András.* (S. p. 13—28 dieses Bandes.)
3. Emerich Lörenthey: *Paläontologische Studien über tertiäre Dekapoden.* Vorgelegt vom o. M. Anton Koch.
4. Karl Bodon: *Die molekularen Konzentrationsverhältnisse krankhafter menschlicher Flüssigkeiten.* Vorgelegt vom k. M. Franz Tangl.
5. Fritz Konek: *Eine Methode zur Nitrogen-Bestimmung.* Vorgelegt vom o. M. Béla Lengyel.

Sitzung vom 16. Mai 1904.

1. Franz Wittmann, Gast: *Einige Anwendungen des Oszillographen.*
2. Alexander Mágócsy-Dietz: *An Hanf angestellte Zuchtversuche.*
3. Ernst Jendrassik: *Neuere Beiträge zur Physiologie des Ganges.*
4. Irenäus Károly: *Über den Durchgang von Hertzschen Wellen durch Elektrolyte.* Vorgelegt vom k. M. Moritz v. Hoór.
5. Josef Guszmann: *Experimentelle Untersuchungen mit implantierten Hautstücken.* Vorgelegt vom o. M. Michael Lenhossék.
6. Franz Tangl, k. M., und Kolomann Farkas: *Die Entwicklungsarbeit im Ei der Forelle.*
7. Ladislaus Detre und Josef Sellei: *Die hämolytische Wirkung des Sublimats mit besonderer Berücksichtigung der Immunitätsgesetze.* (S. p. 47—54 dieses Bandes.) Vorgelegt vom k. M. Franz Tangl.

Sitzung am 20. Juni 1904.

1. Franz Schafarzik, k. M.: *Daten zur genaueren Kenntnis des Szepes-Gömörer Erzgebirges.*
2. Adolf Ónodi, k. M., und Béla Entz: *Keratosis Pharyngis.*
3. Heinrich Auer: *Die Bildung von Hydrogencyanid im elektrischen Bogen.* Vorgelegt vom o. M. Ludwig Ilosvay.
4. Ludwig Schlesinger, k. M.: *Über das Riemannsche Fragment zur Theorie der linearen Differentialgleichungen und daran anschließende neuere Arbeiten.*

II. In den Sitzungen der Königl. Ungarischen Naturwissenschaftlichen Gesellschaft wurden vom Januar 1904 bis Juni 1904 die folgenden Vorlesungen gehalten:

A) Fachsektion für Zoologie.

(Referiert von Alexander von Gorka.)

Sitzung am 8. Januar 1904.

1. K. Kertész trägt seine eingehenden Untersuchungen über die *Culiciden Ungarns* vor. Den Schwerpunkt seiner Vorlesung bilden jene Forschungen, welche der Vortragende im Auftrage des Königl. Ungar. Ministeriums des Innern vorgenommen hat und deren Zweck es war, nachzuweisen, welche Culiciden-Arten in Ungarn sicher vorkommen. Vor Schilderung der diesbezüglichen Resultate bietet der Vortragende eine Anleitung zum Sammeln, Züchten und Präparieren der Culiciden. Hierauf gibt er eine Beschreibung der äußeren Morphologie des Körpers der Culiciden und ihrer Eier, sowie der Larven und Nymphen. Nach dem Sammelergebnisse des Verf. sind in Ungarn 4 Gattungen mit 16 Arten heimisch und zwar: *Anopheles pseudopictus* Grassi, *A. maculipennis* Meig., *A. bifurcatus* L., *Culex dorsalis* Meig., *C. ornatus* Meig., *C. nemorosus* Meig., *C. cantans* Meig., *C. vexans* Meig., *C. pulchritarsis* Rond., *C. lateralis* Meig., *C. annulatus* Schruk., *C. Richiardii* Ficalbi, *C. pipiens* L., *C. modestus* Fic., *C. bicolor* Meig., *Aëdes cinereus* Meig., *Corethra plumicornis* Fabr. Der Vortrag erschien in: „*Állattani Közlemények*“ (III. Bd., p. 1—75).
2. T. Kormos hält einen Vortrag über die *rezente Gastropoden-Fauna von Püspökfürdö.* Bei dieser Gelegenheit teilte er mit, daß in den bekannten Thermen von Püspökfürdö (Heilbad bei Nagyvárad) außer den schon bekannten Formen noch die folgenden Schneckenarten leben: *Lucena oblonga* Drap., *Gulnaria peregra* Müll., *Limnophysa truncatella* Müll., *Tropodiscus umbilicatus* Müll., *Gyrorbis cfr. vortex* L., *G. rotundus* Poiret, *Valvata cristata* Müll., *Gyraulus albus* Müll., *G. crista* L var. *nautileus* L., *G. crista* L. var. *cristatus* Drap., *Segmentina nitida* Müll., *Velletia lacustris* L., *Melanopsis hungarica* n. sp., *M. parreyssi* (Mühlf.) Phil. forma *depressa* nov. forma. Neu ist hiervon *Melanopsis hungarica.* Der Vortrag erschien in ungarischer Sprache in: *Állattani Közlemények* (III. Bd., p. 102—111).
3. E. Csiki legt in seinem Vortrag *Über Myrmerophila acervorum* ein Männchen und ein Weibchen vor, die in einem Walde bei Rimaszombat gesammelt worden sind. Nach Erwähnung der auf das Vorkommen bezüglichen Daten hebt er besonders die morphologischen Ver-

schiedenheiten hervor, die das neuentdeckte Männchen von dem Weibchen unterscheiden. Die Arbeit erschien in *Állattani Közlemények* (IV. Bd. 1905, p. 97—100).

Sitzung am 5. Februar 1904.

1. Nach Eröffnung der Sitzung beglückwünscht der Vorsitzende Prof. G. Entz sen. mit warmen Worten die Mitglieder Rudolf Kohaut und Josef Mallász, die mit ihren zoologischen Arbeiten den Margó- bezw. Bugát-Preis der Kgl. Ungar. Naturwissensch. Gesellschaft errungen haben. Sodann berichtete er, daß im Sinne der Sektionssatzungen das seit drei Jahren wirkende Präsidium seine Stelle niedergelegt habe. Bei der hierauf angeordneten geheimen Abstimmung wurden Géza Entz sen. zum Vorsitzenden, Kornél Chyzer und Géza v. Horváth zu Vizepräsidenten und Koloman Kertész zum Schriftführer wiedergewählt.
2. R. Kohaut legt eine neue Flohart, *Typhlopsylla monticola* vor, die er im Pelz der in Bosnien und in Herzegovina vorkommenden Blindmaus (*Spalax monticola* Nhrbg.) gefunden hat. Nach seinen Untersuchungen steht diese Art dem *Typhlopsylla typhlus* Motsch., dem Floh der ungarischen Blindmaus (*Spalax hungaricus* Nhrbg.) am nächsten, weicht indessen in der Gestaltung des männlichen Genitalapparates wesentlich von demselben ab. Der Vortrag erschien in ungarischer Sprache in *Annales Musei Nationalis Hungarici* (II. Bd. 1904, p. 8—89).
3. J. Lósy hält einen Vortrag über *Biologische Beobachtungen an der marokkanischen und italienischen Heuschrecke.* Auf Grund eigener Erfahrungen und mit Heranziehung der literarischen Daten schildert er eingehend Lebensweise, Wanderung, Paarung und Eierablage der Heuschrecken, sowie ihre Feinde. Bei der marokkanischen Heuschrecke betont Verfasser, daß dieselbe nicht aus Serbien und nicht in jüngster Vergangenheit nach Ungarn eingewandert ist, wie man bei den großen Heuschreckenschwärmen in den Jahren 1888—90 angenommen hat, sondern daß es ein für den gebundenern Sodaboden der großen ungarischen Ebene charakteristisches, aber spät erkanntes Tier sei, welches mit der Zunahme der Ackerfelder allmälig sein ausgebreitetes Gebiet einbüßt und demzufolge den Saaten näher gerückt und solcherart für dieselben schadenbringend wird. Im vorigen Jahre hat diese Heuschrecke besonders im jaszygischen Gebiete Ungarns ungeheure Schäden angerichtet.

Sitzung am 4. März 1904.

1. Sig. Tóth erläutert im Anschluß seines Vortrages über *Die Morphologie der Nasenkapsel von Bombinator igneus Laur.* das Bornsche

Plattenmodellierungsverfahren. Auf Grund eingehender Studien bestätigt Verf. die Schlußfolgerung, daß die untersuchte Art *Bombinator igneus* auch hinsichtlich der Entwicklung seines Geruchsorgans den Urodelen näher steht als *Rana fusca* und daß der Plan, nach welchem die knorpelige Nasenkapsel derselben aufgebaut ist, auf den Grundtypus der Nasenkapsel der geschwänzten Amphibien, insbesondere der Molche zurückzuführen ist. Die Abhandlung ist, mit 3 Tafeln versehen, in *Állattani Közlemények* (III. Bd. p. 89—98) erschienen.

2. Stefan v. Rátz beschreibt die bisher in Ungarn gesammelten *Mesocestoiden*-Arten. Darnach sind vier Arten dieser von phylogenetischem Gesichtspunkte interessanten Gattung aus Ungarn bekannt. Der Vortragende fand im Jahre 1892 *Mesocestoides lineatus* im Darm des Hundes, seitdem auch im Darm der Wildkatze und des Luchses; *M. litteratus* kommt ziemlich häufig im Darm der Füchse vor; *M. perlatus* fand der Vortragende im Darm von Aquila imperialis; *M. nigropunctatus* wurde zwar von Crety im Darm der Wachtel entdeckt, aber ihre Zugehörigkeit zu *Mesocestoides* wurde erst vom Vortragenden festgestellt.

Sitzung am 15. April 1904.

1. Vizepräsident Géza v. Horváth als Vorsitzender der Sitzung meldet mit tiefem Bedauern das Hinscheiden des Vizepräsidenten der botanischen Sektion Moritz Staub. Der Verewigte hat als Ausschuß mitglied der Königl. Ungar. Naturwissenschaftl. Gesellschaft, als Lehrer und Fachgelehrter eifrig und unermüdlich der Sache der Zoologie und hauptsächlich der Botanik in Ungarn gedient. Seine Forschungen gehören zwar größtenteils in den Bereich der Botanik, allein zu Beginn seiner wissenschaftlichen Laufbahn hat er sich mit phaenologischen Beobachtungen und mit diesbezüglichen Beobachtungen in Ungarn befaßt und seine Aufmerksamkeit auch auf die Phaenologie der Tiere erstreckt. Auf Antrag von G. v. Horváth verewigt die Sektion das Andenken Staubs in seinem Protokoll und beschließt der botanischen Sektion ihr aufrichtiges Beileid durch Übersendung eines Protokollauszuges auszudrücken.
2. Géza Entz sen. setzt seinen Vortrag über *Die Farbe der Tiere und die Mimicry* fort und spricht bei dieser Gelegenheit über die biologischen Farben. Er hält Umschau über die beweisenden Beispiele der Lehre von den biologischen Farben, d. i. jener Lehre, deren Fundamentalsatz ist, daß die Tiere ihre Farben und Zeichnungen dem Prinzip der Nützlichkeit entsprechend im Kampf ums Dasein als Wirkung der natürlichen Zuchtwahl erworben haben; dann analysiert er die daran geknüpften Erklärungen aus folgenden drei

Gesichtspunkten: 1. Hat die Farbe oder die Zeichnung im Kampf ums Dasein in der Tat den großen Nutzen, den man ihr zuschreibt? 2. Liegen in genügender Zahl Beweise vor, um darzutun, daß die Farben aus eventuell gering nüanzierten Veränderungen sich durch die langsame Einwirkung der Selektion herauskristallisiert haben? 3. Läßt sich der Ursprung und die Entwicklung der Farben nicht in befriedigender Weise erklären? Im Verfolge seiner Erörterungen gelangt Verf. zu der Überzeugung, daß bei Entwicklung der biologischen Farben die Selektion nicht jene allvermögende Rolle gespielt haben kann, die ihn von den Anhängern der Mimicrytheorie zugeschrieben wird. Daß die biologischen Farben innerhalb gewisser Grenzen zweifellos von Nutzen sind, gesteht Verf. gerne zu, hält es indessen für ausgeschlossen, daß die Farben in ihren biologischen Beziehungen aus ganz belanglosen Ansätzen durch die Selektion herausgezüchtet worden sind. Nach der Ansicht des Verf. haben sich die Farben und Zeichnungen unter der Einwirkung sehr verschiedenartiger Faktoren als notwendige Postulate und Produkte des Stoffwechsels, ohne Rücksicht auf ihre Nützlichkeit entwickelt und sind nur sekundär nützlich geworden, d. i. daß ihre Nützlichkeit für das Individuum oder für die Art gewissermaßen nur ein Nebenprodukt des verwickelten, in seinen Details ganz unberechenbaren phyletischen Prozesses ist. Die Abhandlung erschien ihrem ganzen Umfange nach in ungarischer Sprache in *Természettud. Közlöny* (XXXVI. Bd., Budapest 1904, p. 417—441 u. 465—486).

Sitzung am 6. Mai 1904.

1. L. Loós spricht *über die Heliciden Ungarns*, erläutert die Gesichtspunkte der neueren systematischen Einteilung der Heliciden und weist nach, daß aus Ungarn 65 Arten und 27 Varietäten dieser Gruppe bekannt sind. Neu sind hiervon: *Xerophila adelpha, Xer. homoleuca* Sabljar et Kučik var. *littoralis, Fruticicola Erjaveci* Brus. var. *syrmiensis* und *Fruticicola dacica*. Der Vortrag erschien ungarisch in *Állattani Közlemények* (III. Bd., 1904, p. 134—184).
2. E. Csiki spricht *über Scaphidiidae* auf Grund der Sammelergebnisse von L. Biró in Neu-Guinea. Biró sammelte in Neu-Guinea zu fünf Gattungen gehörende 37 Arten; von den Gattungen sind zwei für die Wissenschaft neu und zwar *Birónium* und *Scaphotasocera*, die Arten hingegen insgesamt neu.
3. E. Csiki erörtert im Anschluß an *Rhizotrogus aequinoctialis* Herbst die Paederastie bei Coleopteren.

B) Fachsektion für Botanik.

(Mit Benutzung der in *Növénytani Közlemények* Band II und III erschienenen Sitzungsberichte, referiert von J. Bernátsky.)

Sitzung am 13. Januar 1904.

1. Vorsitzender J. Klein begrüßt die Sektion gelegentlich der ersten Versammlung im neuen Jahre und erwähnt, daß für die in diesem Jahre abzuhaltende 100. Sitzung der Sektion besondere Vorbereitungen getroffen werden.
2. Derselbe hält dann eine Gedenkrede über M. J. Schleiden, aus Anlaß der 100. Jahreswende der Geburt Schleidens, dem in Jena eine Büste errichtet werden soll, weshalb Vorsitzender der Sektion auch einen Sammelbogen vorlegt.

   Auf demselben wurden von folgenden Herren Beiträge gezeichnet, als: J. Klein, G. Entz sen., S. Mágocsy-Dietz, K. Schilberszky, J. Fekete, F. Gabnay, G. Entz jun., L. Fialowski, A. Kubacska, B. Kümmerle, B. Lengyel, L. Csopey jun., B. Augusztin, S. Jávorka, A. Cserey, F. Filarszky, J. Gesell, Á. v. Degen und J. Bernátsky.

   Im ganzen wurden 90 Kronen gezeichnet, welcher Betrag vom Vorsitzenden der botanischen Sektion an Herrn Gustav Fischer, Verlagsbuchhändler in Jena abzusenden sein wird.
3. J. Bernátsky hält einen Vortrag: *„Farne im Deliblater Sande (Ungarisches Tiefland. Temeser Komitat)"*. In den zentralen, der Kultur weit entrückten Teilen des Deliblater oder Grebenaczer Sandes konnte Vortragender bisher folgende Farne feststellen: *Botychium Lunaria, Asplenum Trichomanes, Polypodium vulgare, Pteridium aquilinum, Ceterach officinarum, Scolopendrium officinarum.* Die ökologischen und sonstigen maßgebenden Faktoren lassen mesophile Farne selbst im Deliblater Sande, also im ungarischen Tieflande erscheinen, was auf unsere bisherige Anschauung über die Vegetationsverhältnisse des ungarischen Tieflandes nicht ohne Einfluß bleiben kann.
4. Á. v. Degen bespricht ein hinterlassenes Werk Dimitri Brandzas: *Plante noue din România* (Annal. Acad. Romane. II. ser. XXV, 1903), das namentlich für ungarische Floristen von Interesse ist. Vortragender bemerkt u. a., daß die als neu angeführte Art *Trifolium romanicum* sicherlich zu *T. Lupinaster* L. var. *albiflorum* Led. zu ziehen ist und daß die *Paeonia banatica* Roch. in gewissen Fällen leicht mit *P. triternata* verwechselt wird.
5. K. Schilberszky legt eine Arbeit G. Fábiáns über *teratologisch ausgebildete Birnen* vor.
6. K. Schilberszky meldet als Schriftführer der Sektion, daß für die

im nächsten Monat abzuhaltende 100. Sitzung ein besonders reichhaltiges Programm vorbereitet wird, so daß womöglichst verschiedene botanische Disziplinen vertreten sein werden, und daß den Vorträgen eine Eröffnungsrede des Vorsitzenden vorangehen wird.

Sitzung am 10. Februar 1904.

1. Vorsitzender J. Klein hält eine Eröffnungsrede, indem er zunächst die aus Anlaß der 100. Sitzung erschienenen Vorstände der Naturwissensch. Gesellschaft, die Mitglieder der botanischen Sektion und überhaupt der Naturwissensch. Gesellschaft begrüßt und hierauf auf die Geschichte und Entwicklung der botanischen Sektion im Rahmen der Gesellschaft einen Rückblick wirft, um hierauf auf die ferneren Ziele der Sektion hinzuweisen.

   V. v. Wartha ergreift als Präses der Königl. Ungar. Naturwissenschaftl. Gesellschaft das Wort, um seinerseits die botanische Sektion aus Anlaß ihrer 100. Sitzung zu begrüßen; er spricht ihr für ihre erfolgreiche Tätigkeit Dank aus und wünscht ihr für die Zukunft weitere Ausdauer und erfolgreiches Wirken.

   Hierauf liest Vorsitzender J. Klein die eingelaufenen Begrüßungstelegramme vor.
2. Es folgen die Vorträge der Mitglieder N. Filarszky (*Die Algenflora Ungarns*), J. Tuzson (*Über das Bestimmen der Pilze*), M. Péterfi (*Astomum intermedium*, gelesen von K. Schilberszky), S. Mágocsy-Dietz (*Der auf Insektenfang eingerichtete Blütenbau von Araujia sericifera Brot.*), M. Staub (*Die phänologischen Wärmesummen als Indikatoren der Anpassung der Pflanzen an die Temperatur der Luft*), J. Bernátsky (*Zur systematischen Anatomie der Convallarieae, Parideae und Polygonateae*), L. Simonkai (*Die Vegetation von Fiume und Umgebung im Winter*, vorgelegt von J. B. Kümmerle) und Gy. v. Istvánffy (*Untersuchungen über die Mehltaukrankheit des Weinstockes* und *Über die Überwinterung der Peronospora des Weinstockes*); vorangehend wurde L. Hollós' Monographie *Gasteromycetes Hungariae* vorgelegt und besprochen.

Sitzung am 9. März 1904.

1. Wahl des Vorstandes für die nächsten drei Jahre. Es wurden gewählt: Julius Klein zum ersten Vorsitzenden, M. Staub zum zweiten Vorsitzenden, J. B. Kümmerle zum Schriftführer, K. Schilberszky zum Redakteur der *Növénytani Közlemények*.
2. J. Borsos' Arbeit *Ungarische Pflanzennamen* wird vorgelegt von L. Fialowski.
3. R. Rapaics liest seine Arbeit *Beiträge zur Kenntnis der Vegetation der Gegend von Szolnok* vor. Bei Szolnok beherrscht die Halo-

phytenvegetation ein großes Terrain, auch die Sumpfvegetation ist ausgiebig vertreten. *A. Tripolium* L. und *A. pannonicus* Jcq. werden auf Grund der verschieden breiten Blätter als zwei voneinander wohlgetrennte Arten aufgefaßt.

4. R. Róths Arbeit *Über eine eigentümliche Fichtenform in der Hohen Tátra* wird vorgelegt von J. Bernátsky.

Sitzung am 13. April 1904.

1. A. Cserey hält einen Vortrag *Über die Hygroskopizität der Moose*, deren Ursachen er zu erklären versucht und zu deren genauerer Kenntnis Vortragender Versuche anstellte. Eine Moosdecke vermag etwa das sechsfache ihres Eigengewichts an Wasser aufzuspeichern und verliert es bei einer Temperatur von 15—18° binnen 6—7 Tagen. Auf steilen Berglehnen kommt der üppigen Moosvegetation deshalb eine große Bedeutung zu, weil sie z. B. gelegentlich eines Wolkenbruches eine große Wassermenge in sich aufnimmt.
2. L. Fialowski bespricht mehrere ungarische volkstümliche Pflanzennamen, die sowohl vom Vorsitzenden als auch von J. Györffi neu gesammelt wurden.
3. B. Kontúr liest seine Arbeit *Die Bibel und die Gramineen* vor.
4. Schriftführer J. B. Kümmerle bringt mehrere Programme bezüglich eines zu unternehmenden botanischen Ausfluges in Vorschlag; die Sektion einigt sich dahin, den Ausflug in den Bakonyer Wald zu unternehmen und betraut den Schriftführer mit der Ausarbeitung eines detaillierten Programms.

Sitzung am 11. Mai 1904.

1. Vorsitzender J. Klein berichtet schmerzvoll über das am 14. April erfolgte Ableben des zweiten Vorsitzenden der Sektion, Dr. M. Staub. Die Sektion ließ der Witwe sogleich nach dem Trauerfall ihr Beileid ausdrücken und legte an der Bahre des Verstorbenen einen Kranz; am Leichenbegängnis nahm sie korporativ teil, wobei der Vorsitzende J. Klein sowohl im Namen der Ungar. Akademie der Wissenschaften, als auch im Namen unserer botanischen Sektion vom Dahingeschiedenen in einer tiefempfundenen Rede weihevollen Abschied nahm.

Derselbe widmet nun dem Verblichenen den folgenden Nachruf:

„Geehrte Sektion! In trauriger Pflichterfüllung, tief betroffen muß ich Ihnen kundgeben, daß Dr. Moritz Staub, der verdienstreiche zweite Vorsitzende unserer Sektion, der ausgezeichnete Botaniker nicht mehr unter uns weilt.

Wie ein vom Blitz getroffener Baum schied er plötzlich und zu früh aus unsern Reihen; anscheinend in voller Kraft und Gesund-

heit verkehrte er unter uns noch einige Tage vor seinem Tode, und so konnten wir nicht daran denken, ihn so schnell seine Laufbahn beendigen zu sehen, eine Laufbahn der ununterbrochenen, ausdauernden Tätigkeit, wert der jüngeren Generation als leuchtendes Beispiel vorgeführt zu werden.

Als Jüngling von 16 Jahren wurde er Lehrer hier in der Hauptstadt und als solcher erwarb er sich nacheinander das Maturitätszeugnis, das Diplom als Mittelschulprofessor und als Doktor der Philosophie. Im Jahre 1867 wurde er zum Oberrealschulprofessor im II. Bezirk ernannt, im Jahre 1874 gelangte er in das Königl. Übungsgymnasium, wo er bis an sein Lebensende gewirkt hat. Neben seiner Lehrtätigkeit befaßte er sich viel und eingehend mit Botanik. Anfangs widmete er sich phytophänologischen Beobachtungen und entfaltete in dieser Richtung eine große literarische Tätigkeit; bald zog ihn die Floristik an und studierte er mit besonderem Erfolg die interessante und abwechslungsreiche Flora von Fiume und seiner Umgegend. Endlich wandte er sich der phytopaläontologischen Erforschung Ungarns zu. Vor allem ging er daran, ein reiches Material aufzusammeln, um es bei günstiger Gelegenheit in Ruhe aufarbeiten zu können, was ihm aber nur teilweise gelang, denn der frühe Tod vereitelte diesen Plan, und so blieb denn der Hauptwunsch seines Lebens unerfüllt. Deswegen bedeutet sein Tod wirklich einen Verlust für die Wissenschaft, denn seine reichen Kenntnisse, die sich auf die Pflanzenwelt vergangener geologischer Perioden in Ungarn bezogen, sind mit ihm ins Grab gesunken und zurzeit ist niemand da, der auf dem von ihm angebahnten Pfad weiterschreiten könnte.

In unserer Sektion war er ein tätiges und hingebendes Mitglied, seit geraumer Zeit auch zweiter Vorsitzender; die Sitzungen wurden von ihm fleißig besucht; er verfolgte alle Vorkommnisse mit großer Aufmerksamkeit, und so fühlen wir am schwersten den Verlust, der uns getroffen hat.

Seine mit seltener Ausdauer und starkem Willen gepaarte Arbeitsamkeit gereichte der ungarischen Wissenschaft zum Nutzen, und so wird sein Andenken von seinen Fachgenossen weihevoll gepflegt werden."

Nach einigen weiteren auf den Trauerfall bezugnehmenden Mitteilungen wird die Sitzung vom Vorsitzenden aufgehoben. Nach Wiedereröffnung der Sitzung folgt:

2. Mágocsy-Dietz' Besprechung teratologischer Fälle von *Zea Mays*; in einem Falle fanden sich im männlichen Blütenstand Maiskörner vor, in einem andern war der männliche Blütenstand, d. i. die Spitze des Stengels in einen reinen weiblichen Blütenstand, Kolben, umgewandelt.
3. Derselbe legt vor und bespricht ferner einen Blütenstand von *Ferula*

Narthex Boiss. aus dem Botanischen Garten der Universität. Nach 12jähriger Pflege erschlossen sich endlich dieses Jahr zum erstenmal die Blüten der selten gezüchteten Pflanze, die gegenwärtig 1,80 m hoch ist und 1,40 m im Umfange mißt.

4. Derselbe bespricht die Blätter von *Viscum album*, namentlich nach den Abweichungen in den Dimensionen und die darauf begründeten Abarten. Die Abweichungen in den Dimensionen der Blätter hängen sowohl bei *Viscum* als auch bei anderen Pflanzenparasiten von der Wirtspflanze ab. Auf Grund des vorgelegten Materials unterscheidet Vortragender sechserlei Blatt-Typen an *Viscum album*, die aber hin und wieder auch auf ein und demselben Individuum anzutreffen sind. In Anschluß an diesen Gegenstand legt Vortragender auch mehrere teratologische Fälle von *Viscum album* vor.
5. Derselbe berichtet unter dem Titel *Die Eibe von Késmárk* über seine Untersuchungen, die er an Holzmaterial anstellte, das von den Holzsäulen, Holzgallerien und Holzbänken der Késmárker Kirche stammte. Auf Grund anatomischer Untersuchung der Holzspitter ergibt es sich, daß die betreffenden Holzteile der Kirche nicht von *Taxus baccata* stammen können — wie es allgemeine Ansicht war —, sondern Lärchen- oder Fichtenholz sind. Bei dieser Gelegenheit erwähnt er auch der *Mykorrhiza* von *Taxus baccata* und bemerkt ferner, daß in den primären Tracheiden der Pflanze, in der Nähe der Vegetationsspitze der Achse, lebhafte Rotation des Plasmas wahrzunehmen ist.
6. Derselbe berichtet über seine Untersuchungen in bezug auf die Hexenbesenbildung von *Robinia Pseudacacia* und *Prunus domestica*. Zweige mit Hexenbesenbildung von Kecskemét auf normal gewachsene Robinienbäume im Botanischen Garten der Universität gepfropft, verhielten sich in ihrer weiteren Entwicklung ebenfalls abnormal.
7. B. Augustin hält einen Vortrag unter dem Titel *Die Fälschung der Blattdrogue von Atropa Belladonna L.* Vom Balkan kommen oft mit *Phytolacca violacea* gefälschte Belladonnablätter in den Verkehr, indem letztgenannte Pflanze dort in großer Masse verwildert vorkommt. Die Blätter der zwei Arten sind zum verwechseln ähnlich, bei näherer Untersuchung finden wir aber, daß das Blatt von *Phytolacca* mit einem Dorn endigt, daß es dichter benervt ist, und die Nerven zweiter Ordnung unter einem spitzeren Winkel vom Hauptnerven abzweigen, als bei *Belladonna*. Die Nerven letzter Ordnung enden blind und in nächster Nähe dieser Nervenenden kommt in der Regel je ein Raphidenbündel oder eine große Gruppe von winzigen Kristallwürfeln zu stehen. Die Seitenwände der oberen Epidermiszellen sind gerade, an der unteren Epidermis etwas gewellt. Die Streifung der Cuticula, für *Belladonna* so charakteristisch, fehlt

hier. Im Blattquerschnitt erscheint die Hauptader eingesenkt, Trichome sind keine vorhanden, höchstens die Epidermiszellen oberhalb der Hauptader sind etwas gestreckt; unterhalb der Epidermis finden sich unten wie oben 1—2 Reihen Collenchym.

Das Blatt von *Phytolacca decandra* eignet sich zur Fälschung weniger gut, indem es zu breit und zu rundlich ist, und nähert sich dadurch bloß dem Blatte von *Atropa Belladonna* c. fruct. flav., das ebenfalls mehr kurz und breit ist.

8. J. Ernyei berichtet über die *Geschichte des Balsamum hungaricum und Oleum carpaticum.*

Das Öl der Zwergkiefer wurde zum erstenmal von Kristian Augustini, Hofarzt der Könige Ferdinand II. und Ferdinand III., auf dessen Lomnitzer Besitz dargestellt, etwa um 1630, und erlangte bald als ungarischer Balsam einen Weltruf. Nach dem Tode des Erfinders geriet die Kunst der Bereitung des ungarischen Balsams in Vergessenheit. Die Einwohnerschaft der Komitate Turócz und Liptó befaßte sich allerdings mit dem Handel eines mit Terpentin gefälschten, schlecht destillierten Öles, das dem Ruf des ungarischen Balsams stark schadete. Um 1676 tauchte ein neuer ungarischer Balsam auf von Georg Buchholtz, evangelischer Geistlicher, Schwiegersohn Augustinis, aus den Zweigen der Zirbelkiefer (arbor libani = *Pinus Cembra*) destilliert. Um 1716 befaßte sich Fischer, Oberphysikus in Liptó, mit der Herstellung einer Essentia carpatica, hungarica, die im wesentlichen den Alkoholauszug des Holzes der Zwergkiefer enthielt. In der Gegend des Weißen Sees bei Késmárk besteht gegenwärtig abermals eine kleine Fabrik, die mit modernen Mitteln arbeitet. Die verworrene Geschichte des Balsamum hungaricum und carpaticum wurde in neuester Zeit von Bruckmann, Arzt in Braunschweig, eingehend klargelegt.

9. J. B. Kümmerle bespricht die von ihm bestimmten, gelegentlich der der 6. Kaukasusexpedition M. Déchys von L. Hollós gesammelten, in der botanischen Abteilung des Ung. Nat. Museums befindlichen Farne.

Sitzung am 8. Juni 1904.

1. Vorsitzender J. Klein begrüßt die Versammelten und drückt seine Freude darüber aus, daß im Interesse des einen Punktes der Sitzung diese im Palmenhause des Botanischen Gartens der Universität stattfindet.
2. S. Mágocsy-Dietz hält einen Vortrag *Der Botanische Garten der Universität*, in dem er eingehend die Geschichte des jetzt an der Üllöerstraße befindlichen Gartens, sowie die der ersten Anfänge des Botanischen Gartens überhaupt bespricht. Das Verdienst, gegenwärtig einen allen modernen Anforderungen entsprechenden und

deswegen angesehenen Garten geschaffen zu haben, gebührt zum sehr großen Teile dem Garteninspektor Josef Fekete.

2. J. Tuzson hält einen Vortrag unter dem Titel *Mykologische Beobachtungen,* wobei er die Resultate seiner eigenen Untersuchungen und Beobachtungen über *Stereum hirsutum, Schizophyllum commune, Polyporus annosus, Nectria ditissima* und *Nectria cinnabarina* bekannt gibt.

Zum Schlusse besichtigen die Anwesenden unter der Führung des Direktors S. Mágocsy-Dietz den Garten.

C) Fachsektion für Chemie und Mineralogie.

(Referiert von Dr. Friedrich v. Konek.)*

Sitzung am 26. Januar 1904.

1. Stefan Bugarszky spricht über *die quantitative Bestimmung von Äthylalkohol mit Brom.*
2. Fritz v. Konek hält einen durch Experimente erläuterten Vortrag *über einen einfachen Ersatz der Lassaigneschen Stickstoffprobe.* Der Vortragende hat im Laufe seiner Studien über das Verhalten zahlreicher organischer Verbindungen gegen Natriumsuperoxyd die Beobachtung gemacht, daß organischer Stickstoff durch dieses Agens zu Salpetersäure verbrannt wird, die das überschüssige Alkali als Salpeter bindet; dieser läßt sich in der alkalischen Zersetzungsflüssigkeit mit Diphenylamin- oder Brucin-Schwefelsäure scharf und deutlich nachweisen. Die Lassaignesche Probe versagt bekanntlich bei leicht flüchtigen oder explosiven Körpern. Der Vortragende hat auch mit solchen — und überhaupt bei allen von ihm bisher in dieser Richtung geprüften stickstoffhaltigen organischen Körpern — mit Hilfe von Natriumsuperoxyd immer positive Resultate erhalten. Die Reaktion wird im bedeckten Stahlzylinder durch Zündung ausgeführt. Andere organische Elemente, wie Schwefel und Phosphor, stören die Reaktion nicht im geringsten, nur Halogene sind zu berücksichtigen, da sie von Halogenaten bezw. Perhalogenaten oxydiert werden, welche Säuren, Diphenylamin- oder Brucinreagens ebenfalls färben; man hat also, ehe man die Nitratreaktion anstellt, diese Säuren auf irgend eine Art zu reduzieren. Der Vortragende zeigt das am Beispiele des Kékuléschen Bromdinitrobenzols. Da man diese Farbenreaktion in größern weißen Porzellanschalen ausführen kann und meistens intensive blaue Tinten enthält, so emp-

* Diese Referate sind ursprünglich in der Chemikerzeitung erschienen.

fiehlt der Vortragende diese in der qualitativen organischen Analyse als hauptsächlich für den Hörsaal geeigneten Vorlesungsversuch.

3. Gustav Melczer und Eugen Doby hielten einen Vortrag über *Achsenverhältnis und chemische Zusammensetzung einiger Titaneisenerze.* Es wurden kristallisierte Vorkommen aus dem Ilmengebirge, von Toedestrand, von Krageroe und von Snarum untersucht; darunter befanden sich sehr gute meßbare Kristalle. Die Verfasser beschreiben hierauf den Gang der chemischen Analyse und die Methode der spezifischen Gewichtsbestimmung und folgern aus ihren Ergebnissen, daß, wie bei isomorphen Mischungen im allgemeinen, so auch hier, die physikalischen Eigenschaften — Achsenverhältnisse und spezifisches Gewicht — eine Funktion der chemischen Zusammensetzung sind.

Sitzung am 23. Februar 1904.

1. Ludwig Vásonyi sprach *über das Amylo-(Pilzmaisch-)Verfahren.* Er schilderte die Entdeckung und Literatur der verzuckernden Pilze, hauptsächlich von *Mucor circinelloides, Mucor alternans, Aspergillus oryzae, Chlamydomucor oryzae, Mucor Rouxii* α, β, γ, sowie deren natürliche Anwendung bei der Darstellung des japanischen Reisweines Saké und des chinesischen Reisbranntweines. Weiter gab der Vortragende eine Beschreibung des 1897 patentierten Collette-Boidinschen Amylo-Verfahrens und legte dessen Vorzüge und Fehler dar. Im Laufe der Besprechung der allmählichen Entwicklung dieses ursprünglichen Verfahrens gedachte der Vortragende hauptsächlich der in der Temesvárer Spiritusfabrik durch deren Direktor K. Somló eingeführten Modifikation, nach welcher die Maische nicht — wie bisher üblich — bei 115°, sondern nur bei 75—85° C. sterilisiert und hierauf mit einer, durch reine Vorgärung vermehrten Amylomyceskultur in großem Überschusse geimpft wird. Diese Modifikation verbilligt das ursprüngliche Verfahren, da sie weniger Heizmaterial erfordert, auch ist der Erfolg ein sicherer, da sie der Eventualität der Infektion Rechnung trägt und auch durch eine tatsächlich erfolgte Infektion nicht zu arg geschädigt wird.
2. Iv. Rözsényi sprach *über die in Kalkwasser konservierten Eier.* Nach Erörterung der einschlägigen Literatur bespricht der Vortragende seine eigenen Versuche, aus denen hervorgeht, daß frische Eier von solchen, die in Kalkwasser konserviert wurden, leicht durch den Kalkgehalt ihrer Eiweißasche unterschieden werden können; während dieser bei frischen Eiern 1,8 % nicht übersteigt, erhöht er sich wesentlich durch stunden- und tagelanges Aufbewahren in Kalkwasser, erreicht nach mehreren Monaten sogar 10—15 %. Der Vortragende gründet auf diesen Befund eine einfache Unterscheidung und Bewertung von Handelsware.

Sitzung am 22. März 1904.

Diese Sitzung fand auf Einladung von Direktor Prof. Thomas v. Kosutány in den Räumlichkeiten der chemischen Zentralversuchsstation statt, und der erste Vortrag, unter dem Titel *Weizen, Mehl und Enzyme*, wurde von Kosutány gehalten. Der Vortragende konstatierte, daß man auf diesem Forschungsgebiete auf Schritt und Tritt Enzymwirkungen antrifft, die je nach den Umständen Weizen und Mehl verderben, aber auch verbessern können. Zur Feststellung dieses Sachverhaltes schlägt er zwei Wege ein: a) Es wurden aus stark verdünnten und Äther, Chloroform, Formalin, Schwefelkohlenstoff, Alkohol, Alaun oder Kochsalz enthaltenden Lösungen Teige bereitet und deren Konsistenz (Festigkeit) mit einer eigens hierfür konstruierten Maschine eingehend untersucht. Hierbei wurde gefunden, daß Chloroform- und Formalinwasser den Teig bedeutend festigen. Der Vortragende deutet diesen Befund dergestalt, daß die Umwandlung des harten Glutenins in das weichere und dehnbare Gliadin auf die Anwesenheit und Wirkung eines Enzyms zurückzuführen ist. Wird dieses abgetötet oder in seiner Entwicklung gehemmt, so muß naturgemäß der Teig härter als bei Anwendung von reinem Wasser werden. b) Bekanntlich erwärmt sich Mehl beim Zusammenkneten mit Wasser, sodaß die Temperatur des resultierenden Teiges höher ist als diejenige von Mehl und Wasser allein. Diese Erwärmung bestimmte der Vortragende, indem er Mehl in einer geeigneten Knetmaschine $^1/_2$ Stunde lang knetete. Wird aber Mehl im geschlossenen Gefäße auf 90^0 erwärmt und nach dem Wiederabkühlen in demselben Apparate unter genau den gleichen Umständen geknetet, so bleibt die hierbei beobachtete Temperatursteigerung wesentlich hinter der zurück, die nicht erwärmtes Mehl ergibt. Hieraus folgert der Vortragende, daß die bei der Teigbereitung wahrnehmbare Erwärmung auf zwei Ursachen zurückzuführen sei: 1. auf die bei Zusammenbringen von Stärke und Wasser eintreffende Temperatursteigerung und 2. auf die Erwärmung, welche die mit dem Wasserzusatze beginnende Enzymwirkung verursacht. Die Erwärmung koaguliert das Eiweiß nicht, somit kann diese niedrige Temperatursteigerung nicht durch eine Änderung des Verhältnisses zwischen Eiweiß und Wasser bedingt sein, denn das trockene Korn behält — selbst auf 100^0 erwärmt — seine Keimfähigkeit noch bei, während bei dieser Temperatur das Enzym abgetötet wird und seine teigerwärmende Wirkung ausbleibt. —

Nach einer Kontroverse *über einheitliche Analysenmethoden,* die sich hauptsächlich um die Bestimmung des Zuckergehaltes der Rübe und der Melassen dreht, nahm die Versammlung eine Besichtigung der Räumlichkeiten und Einrichtungen der Versuchsstation vor.

Sitzung am 26. April 1904.

1. Andreas Leopold spricht *über kristallige Glasuren.*
2. Eugen Márkus spricht *über den Parrschen Kalorimeter* und beweist mit einigen Experimenten dessen Ungenauigkeit.
3. Ludwig v. Ilosvay zeigt den *Büretten-Halter* von Julius Orient vor, der mittels der Cardanischen Aufhängung die Büretten und Eudiometer vertikal hält.
4. Ludwig v. Ilosvay bittet die Sektion, ihre Mitglieder dazu zu bewegen, daß sie in ihren Analysen die Zusammensetzung der Salze nicht nach der alten dualistischen, sondern nach der neueren Auffassung angeben mögen.

   Die Sektion beschließt ein internationales Übereinkommen abzuwarten.

D) Fachsektion für Physiologie.

(Mit Benutzung der Protokolle referiert von Dr. Rudolf Picker.)

Sitzung am 19. Januar 1904.

1. Leo v. Liebermann referierte unter dem Titel: „*Mitteilungen aus dem Laboratorium des Hygienischen Instituts*“ über seine Untersuchungen:
   a) Über das *Agglutin.* Wir wissen noch heute nicht, ob physikalische Veränderungen die Agglutination bewirken oder irgendeine spezifische Substanz, die in der agglutinierenden Flüssigkeit vorhanden ist. Vortragender bekräftigt Arrhenius' Erfahrung, daß zwischen der Quantität des im Experimente gebrauchten und dem während der Wirkung verbrauchten Agglutins ein bestimmter Nexus ist, und daß dieser Zusammenhang als ein besonderer Fall des Guldberg-Waageschen Gesetzes betrachtet werden kann.
   b) Weiter referiert derselbe über seine *Untersuchungen mit Enzymen*, und meint, es sei ihm gelungen, die katalytische Wirkung des colloidalen Platins im aktiven Oxygen zu finden. Er untersuchte den Mechanimus der Spaltung von Hydrogenhyperoxyd auch mit Pflanzenenzymen, und fand, daß das H_2O_2 dieses Ferment vorübergehend zu einer losen Verbindung oxydiert. Seiner Erfahrung gemäß verhalten sich tierische Fermente ebenso wie die pflanzlichen, somit ist das Verhalten beider ein anderes als das der anorganischen Fermente.
2. Koloman v. Tellyesniczky sprach in seinem Vortrage: „*Daten zu histologischen Methoden*“:
   a) *Über die rasche Verfertigung von Schnittpräparaten* welche darin besteht, daß man das durch 1—2 Minuten langes Kochen fixierte

Material durch Gefrierung befestigt, so daß man es gleich mit einem Mikrotom schneiden kann.

b) Sodann sprach er *über die Bedeutung der Fette in der Fixiertechnik und bei der Schnittfärbung.* Es ergibt sich, daß die Konservierung der fettartigen Substanzen der Zellen sehr wichtig ist. Diejenigen fixierenden Lösungen nämlich, welche die Fette nicht unlösbar machen, konservieren auch die Substanz der Zellen und Körner nur sehr mangelhaft, während die Osmiumsäure- und Kaliumbichromatlösungen, die auch die Fette konservieren, überhaupt die besten Fixierflüssigkeiten sind. Die Erhaltung der Fette bedingt auch eine gewisse Erschwerung der Färbung, sodaß das Vorhandensein der Fette auf die Art der Färbung nicht nur bei lebenden, sondern auch bei fixierten Zellen eine deutlich wahrnehmbare Wirkung hat.

c) Zum Schluß trug er seine *Methode zum Aufkleben von Colloidinschnittpräparaten* vor, die darin besteht, daß man auf eine mit einer Eiweißlösung (1 : 10 Wasser) bestrichene Unterlage (Gelatine), die flach ausgebreiteten Schnitte der Reihe nach auflegt. Zu bemerken ist, daß man die Eiweißlösung durch Erhitzen zuerst eintrocknet. Die dann darauf gebreiteten, mit mehreren übereinander gelegten Blättern von Löschpapier gut aufgepreßten Schnitte werden sofort in ein Gefäß mit Wasser gebracht.

Sitzung am 16. Februar 1904.

Zoltán v. Vámossy machte seine Experimente „*Über die Fähigkeit der Leber zur Zurückhaltung von Giften*" bekannt. Er bewies, daß Lontenbachs „Coma hepatica" nicht existiert, ferner, daß das von den Därmen zur Leber fließende venöse Blut keine für das Tier tödtlichen Toxine enthält. Was die Chemie der Leberzellen anbelangt, fand er, daß diese nur sehr wenig natives Eiweiß enthalten; ihre Hauptbestandteile sind Globulin und Nucleoalbumin, sowie Nuclein. Auf Grund dieser Tatsachen stellte er aus der Leber der vergifteten Tiere immer eine große Fraktion her, und untersuchte dann die Giftquantität der einzelnen Eiweißsubstanzen. Nach mehreren Versuchen fand er, daß Kupfer und Blei von den lösbaren und unlösbaren Nucleoalbuminen der Leber gebunden werden, Quecksilber von den Globulinen, Arsen von Nucleinen und Nucleoalbuminen, und Zink von den Globulinen und lösbaren Nucleoalbuminen.

Sodann untersuchte er die Fähigkeit der Leber, die Metalle zurückzuhalten und fand, daß diese Fähigkeit sich in dem Grade verringert, in dem sich die Eiweißsubstanzen der Leberzellen verringern. Die fettig degenerierte Leber behält wenig zurück, am

wenigsten jedoch die Leber ausgehungerter Kaninchen. Glycogen spielt keine Rolle bei der Retention von Metallen.

Was die alkaloiden Gifte betrifft (Strychnin, Atropin, Chinin), besitzt die Leber ebenfalls die Fähigkeit, dieselben zurückzubehalten. Die glycogenarme Leber vollführt diese Funktion fast ebensogut wie die glycogenreiche. Verminderte Zurückhaltungskraft wurde nur an der Leber ausgehungerter Kaninchen beobachtet. Aus seinen analytischen Untersuchungen mit Schweinelebern ergab sich, daß die Alkaloide weder von den isolierten Globulinen, noch von den Nucleoalbuminen zurückgehalten werden können, jedoch von den Nucleinen stark gebunden werden, da sie mit diesen eine feste Verbindung eingehen.

Sitzung am 15. März 1904.

Dr. Kornel Preisich und Paul Heim hielten einen Vortrag „*Über die Entstehung der Blutplättchen*". Die Anschauungen über die Entstehung der Blutplättchen sind einander sehr widersprechend. Ein Teil der Autoren hält sie für Zerfallprodukte, für Globulinniederschläge, die nicht Bestandteile des kreisenden, lebenden Blutes wären, sondern in dem die Gefäße verlassenden toten Blutes entstehen. Dagegen halten sie einige für ganz eigene, unabhängige, zellige Elemente, mit amöboider Bewegung und Kern ausgestattet; ja es gibt auch solche, die in ihnen krayokinetische Teilung gesehen haben wollen. Wieder nach andern stammen sie aus dem Plasma, dann nach andern aus den Kernen der roten Blutzellen, endlich meinen wieder andere Autoren, sie stammten gar aus den weißen Blutkörperchen.

H. und P. stellten mittels einer Modifikation der Romanovsky-schen Färbungsmethode solche Präparate her, welche sie zu dem Schlusse führten, daß die Entstehung der Blutplättchen im Zusammenhange mit den roten Blutzellen steht. Sie sahen Erythrocyten, in deren Zentrum das Blutplättchen lag, dann andere Zellen, wo das Blutplättchen schon der Peripherie zugewandert war, die Zellwand sozusagen vorgewölbt hatte, aus andern Zellen wieder war das Blutplättchen schon halb, aus andern schon ganz ausgetreten. Sie sahen auch Zellen, in deren Mitte ein Blutplättchen war, während ein anderes, in ebenderselben Zelle sich befindendes Blutplättchen die Zelle schon halb verlassen hatte.

Nun wandten sie sich zur Untersuchung der kernhaltigen roten Blutzellen des Knochenmarkes, und fanden mittels ihrer modifizierten Färbungsmethode Übergangsformen zwischen roten Blutzellen und intracellularen Blutplättchen. Aus den Resultaten ihrer Untersuchungen folgern sie also, daß die Blutplättchen nichts anderes

wären als die degenerierten und ausgestoßenen Kerne der roten Blutzellen. Die kernlosen roten Blutzellen der Säugetiere wären alle kernhaltig gewesen, die alle am Platze ihrer Entstehung verbleiben, bis der Kern eine Metamorphose durchmacht, d. h. bis die Zelle nicht dazu reif ist, den Kern aus sich auszustoßen; zu dieser Zeit gelangt der Erythrocyt in den Blutstrom, und sein Kern, der daselbst schon als Blutplättchen figuriert, verläßt die Zelle.

Unter pathologischen Verhältnissen können die roten Blutzellen schon früher in den Blutstrom gelangen, wie das spezielle Präparate anämischen Blutes bekunden. Die Blutplättchen bleiben im Blutstrome nicht bestehen; ein Teil derselben wird von den weißen Blutzellen „phagocytiert". Vornehmlich in den Ehrlichschen Übergangszellen fanden die Autoren solche phagocytierte Blutplättchen. Nach Preisich und Heim stammen die Granulationen der polymorph-kernigen Leukocyten wahrscheinlich von diesen Blutplättchen. Der größte Teil dieser Blutplättchen jedoch verläßt nicht auf diese Weise den Blutstrom, sondern bleibt in der Milz haften. In den Präparaten der Milzpulpa fanden sie in großen Haufen Blutplättchen. Sie sind hier oft sozusagen zusammengeschmolzen, sodaß ihre Konturen gar nicht sichtbar sind und nur die Chromatinkörnchen zu erkennen sind. Der Umstand, daß die Blutplättchen tatsächlich in der Milz zugrunde gehen, findet seine Bekräftigung darin, daß in der Milz viele Purinkörper gefunden werden, die aus dem Nuklein stammen, wie z. B. Harnsäure. Diese Erfahrung nun steht ganz gut im Einklang mit der Tatsache, daß in der Milz rote Blutkörperchen zugrunde gehen.

Doch haben die Kerne der roten Blutzellen auch noch ein anderes Los denn als Blutplättchen die Zelle zu verlassen; dies jedoch ist die gewöhnliche, die öftere Art; aber unter pathologischen Verhältnissen gibt es auch eine andere Art, namentlich diejenige, welche Engel „Kernauflösung" nennt.

Sitzung am 19. April 1904.

Árpád v. Bókay hielt einen Vortrag „*Über den Unterricht in der Pharmakologie*". Er erläuterte seine Methode, die er in neuerer Zeit beim Unterrichte der Pharmakologie befolgte. Seit einer langen Reihe von Jahren hat er alle Nachteile erkannt, die die Demonstration von Vivisektionen oder chemischen Experimenten vor großem Auditorium mit sich führt. Einzelne Arznei- oder Giftwirkungen können wegen ihrer langen Dauer während des Vortrages gar nicht demonstriert werden, in anderen Fällen können sämtliche oder nur einzelne charakteristische Eigenschaften bloß aus unmittelbarer Nähe vorgezeigt werden; in jedem Falle stört aber

die Ausführung des Experimentes den Zusammenhang des Vortrages und schließlich, zumal was die entfernter sitzenden Hörer anbelangt, hat das Experiment nicht immer überzeugende Wirkung. Damit also die Hörer sich überzeugen, daß die in den Vorträgen auseinander gesetzten Lehren tatsächlich auf streng naturwissenschaftlichen Basis beruhende Tatsachen sind, und damit die Hörer sich in den Methoden wissenschaftlicher Experimente und Folgerungen übten, befolgt Bokay seit dem vorigen Jahre folgende Methode:

Während der Vorlesungen betraut er je zwei Hörer mit der Aufgabe je einen der vorgetragenen Lehrsätze auf experimentellem Wege zu beweisen. Zu diesem Zwecke machen die Aufgerufenen im pharmakologischen Institute die zur Aufklärung geeigneten Vivisektionen, chemischen oder histologischen Untersuchungen und legen hiernach ihre Erfahrungen in einer schriftlichen Arbeit nieder. Diese Arbeiten gelangen mitsamt den histologischen oder chemischen Präparaten eventuell mit den analytischen Tabellen, graphischen Aufnahmen oder Zeichnungen bei einer kommenden Vorlesung zur Vorzeigung, und werden Gegenstand einer Besprechung. Im Verlaufe des vergangenen $1^1/_2$ Semesters wurden 42 solcher Untersuchungen gemacht.

Die Erfolge dieser Lehrmethode haben den Erwartungen vollständig entsprochen. Die Hörer haben die ihnen erteilte Aufgabe mit großem Interesse und Ausdauer, zuweilen mit überraschendem Verständnis ausgeführt.

Vortragender veröffentlicht seine Lehrmethode in der Hoffnung, daß dieselbe in verwandten Fächern der Universität mit Erfolge angewendet werde.

Sitzung am 3. Mai 1904.

1. Ernst v. Jendrássik zeigte ein *neues Sammellinsensystem aus der Zeissschen Fabrik* vor, und projizierte einige zu diesem Zwecke verfertigte mikroskopische Präparate.
2. Ernst v. Jendrássik berichtete unter dem Titel: „*Neuere Erfolge meiner Studien über das Gehen*“ über seine Versuche, in denen er das Gehen auf horizontalem, auf schräg aufsteigendem und abfallendem Boden, ferner das Treppensteigen auf- und abwärts beobachtete. Seine Experimente beruhen auf photographischen, besonders auf kinematographischen Aufnahmen, aus welchen er die Bahn der einzelnen Gelenke zusammenstellt. Die Kurven liefern Aufklärung über einige Eigenheiten des Gehens, über das Maß der Kraftentfaltung des sich aktiv bewegenden Beines, über die Beugungswinkel der Gelenke usw. Seine wichtigsten Erfolge erzielte er beim Studium des Treppauf- und Treppabsteigens, inso-

fern er nämlich nachweisen konnte, daß bei dieser Bewegung die räumliche Bahn des Schwerpunktes fast eine gerade Linie sei, während die Zeitkurve dieses Ortswechsels fast eine vollkommene Parabel bilde. Daraus folgt, daß bei dieser Bewegung (Auf- und Abstieg einer höheren Stufe) sozusagen nur das den Boden verlassende Bein aktiven Anteil nimmt, während das oben gestützte Bein nur auf das räumliche Ausmaß der Bahn Einfluß hat. An der Diskussion beteiligten sich Michael v. Lenhossék und Alexander v. Korányi.

3. Koloman v. Tellyesniczky sprach in einem „*Der ruhende Kern und die Mitose*" betitelten Vortrage über seine diesbezüglichen Untersuchungen. Aus seiner Untersuchung über den ruhenden Kern ergab sich, daß die bisher angenommenen Strukturen der Wahrheit nicht entsprechen. Er fand in vielen Kernen isolierte, selbständige Körperchen, denen er den Namen „Karyosoma" beilegte und die von den Nukleolen sehr leicht zu unterscheiden sind. Ihre Anzahl beträgt 8—10, doch kann sie ausnahmsweise, wenn diese Körperbestandteilchen sehr klein sind, auch sehr bedeutend sein. Sowohl diese Karyosomen wie die Nukleolen sind häufige, doch keineswegs Grundbestandteile des Kernes. Zur Annahme einer Kernmembran haben wir auch meistens keinen Grund. Der wichtigste, einzige und ständige Grundbestandteil des Kernes ist die Kernflüssigkeit.

Bei dem sich der Teilung nähernden, wachsenden Kerne kann man auffallende Veränderungen an den Karyosomen wahrnehmen, die sich vollständig in dem größer gewordenen Kerne auflösen. Was die in den Spermatocyten des Salamandehodens beschriebenen sternartigen Strukturen anbelangt, beweist er, daß sie nur das Kunstprodukt eines Zusammenfließens seien, das zufolge der langsamen Diffusion in den Kernen, in deren zentralen Teilen die Säfte stagnieren, zustande kommt. Er führt aus, daß die derzeitige Auffassung über die Spermatocyten, nach welcher man in denselben ruhende Kerne annimmt, unrichtig ist. Der „Spermatocyt" ist kein ruhender Kern, sondern die erste Phase der Mitose, die man jedoch irrtümlich als einen eigenen Prozeß, allgemein mit der Bezeichnung Entwicklung der „Spermatocyten" beschreibt. Die Entwicklung der „Spermatocyten" ist nichts anderes als die Prophase der gewöhnlichen Teilung.

Sowohl bei der gewöhnlichen als auch bei der Teilung auf dem Wege der Reduktion gelangt er bezüglich der Entstehung der Samenfäden zu folgendem Resultat: 1. Der Samenfaden erscheint im homolog gewordenen vergrößerten Kerne in außerordentlich feinen Formationen; 2. der Samenfaden ist immer ein vollständig neues Gebilde, das mit den vorherigen Formationen absolut nicht im Zusammenhange steht. Es kann weder von Chromatin noch

von einer Chromatinkontinuität die Rede sein. Sowohl die Karyosomen als auch die Nukleolen sind Neubildungen, die mit den vorherigen Formationen nicht im Zusammenhang stehen. Der Begriff des Chromatins führt auf falsche Bahnen und ist unrichtig, da er sich nur auf geformte Elemente, auf die Karyosomen und Chromosomen bezieht, und den Teil der ererbten Substanz, welcher eine diffuse Teilung durchmacht, nicht umfaßt. Die Mangelhaftigkeit des Begriffes „Chromatin" zeigt sich bei den Kernen, bei denen die ganze ererbte Kernsubstanz in diffuser Teilung verbleibt, d. h. wo Karyosomen überhaupt nicht vorhanden sind, wie z. B. beim Ei, Ganglien-Zellenkernen usw. Diese sind somit „Chromatin"-frei. Vortragender schlägt als Benennung für die ererbte Kernsubstanz „Nukleokristallin" vor, weil sie zwei Eventualitäten, die der diffusen Teilung und die der geformten Bildung der Kernsubstanz zuläßt, und weil die Ausscheidung der geformten Elemente aus ihrer außerordentlich feinen Verteilung dem Prozesse der Kristallisation ähnlich ist, wenngleich dieselbe der Kristallisation anorganischer Substanzen nicht gerade gleichgestellt werden kann.

An der Diskussion beteiligten sich Michael v. Lenhossék und Anton v. Genersich.

Sitzung am 19. Mai 1904.

1. Michael v. Lenhossék hielt einen Vortrag unter dem Titel: „*Über die Neurofibrillen und die Lehre vom Neuron*". Als Einleitung trägt er uns die Geschichte der Neurofibrillen vor, angefangen von Remak dem Entdecker des Achsenzylinders (1837) bis zu Max Schultze (1867), der zwar die Neurofibrillen nur ahnen oder höchstens nur sehr verschwommen sehen konnte, da er keine geeignete Methode zu deren Vorzeigung besaß, dennoch die Neurofibrillen zur Grundlage einer großangelegten Theorie machte. Eine neue Wendung in der Geschichte der Neurofibrillen bedeutet das Erscheinen v. Apáthys (1897) und Bethes, insofern als sie mit ihren Methoden die Bestehung der Neurofibrillen wenigstens bei Wirbellosen außer Zweifel setzten, obzwar die erfolgreiche Anwendung der Methode dieser Autoren der Laune des Zufalls unterworfen ist. Daher kommt es, daß Cajals neuste Methode einen großen Fortschritt auf diesem Gebiete bedeutet, da seine Methode nämlich sowohl bei Wirbeltieren als auch bei Wirbellosen in gleicher Weise anwendbar ist; ein großer Vorteil dieser Methode besteht noch darin, daß sie sozusagen sicher von Erfolg begleitet ist, und daß die so gewonnenen Bilder sehr rein und scharf sind.

Das Wesentliche dieser Methode stammt von dem photographischen Verfahren und besteht darin, daß man aus dem frischen Material kleine Stückchen in eine $AgNO_3$-Lösung legt und sie darin

einige Tage in lauwarmer Temperatur hält; dann kommen sie für 1—2 Tage in eine Pyrogallol- oder Hydrochinonlösung, die das Silber reduziert. Nach einer Modifikation des Vortragenden, nämlich daß man die Präparate dann einer Goldchloritbehandlung unterwirft, gewinnen dieselben bedeutend an Klarheit und Schärfe.

Nun macht er uns mit dem Wesen der Neuronlehre bekannt und behandelt alle gegen dieselbe erhobenen Einwendungen der Reihe nach. In erster Reihe kritisiert er die Anschauung v. Apáthys — das Neuropilem, das „elementare Gitter" —, welche auf Präparaten von Wirbellosen beruht. Dieser Anschauung gegenüber beweist L., daß sie nicht einmal bei diesen bestehen kann. Die nach Cajals Methode gewonnenen Bilder, die denen v. Apáthys nicht nachstehen, beweisen deutlich, daß nur von einem Geflechte die Rede ist. Die im Darm der *Pontobdella* gefundenen Nervenzellenanastomosen sind eine sporadische, keine typische Erscheinung. Die Anschauung v. Apáthys, daß die Neurofibrillen weder Anfang noch Ende hätten, sei eine Hypothese ohne Grundlage; noch weniger Grundlage besäßen v. Apáthys neurogenetische Ansichten. Vortragender geht nun zu den Wirbeltieren über und zeigt, daß die Feinde der Neuronlehre auch hier sich nur auf Hypothesen stützen. Bei den Wirbeltieren endigen, wie das auch Bethe und Nisel zugeben, die Dendriten in den Fibrillenpräparaten frei. Das sogenannte „Golginetz" um die Nervenzellen bestehe auf keinem Fall aus Nervenendigungen, sondern sei entweder Gliasubstanz (v. Apáthy-Held) oder Kunstprodukt (Cajal), doch sei das „nervöse Gran" von Nisel eine aus der Luft gegriffene Phantasmagorie, deren Unhaltbarkeit v. Lenhossék mit Hilfe solcher Präparate nachweist, die der menschlichen Gehirnrinde entstammen, wo die zwischen den Zellen liegende Nervenverflechtung in außerordentlicher Dichtigkeit vorkommt. Ferner beweist Vortragender wieder durch die Demonstration von Präparaten auf Grund der Nervenentwicklung die Richtigkeit der Neuroblastlehre von His. Zum Schluß hebt Redner auch die pathologischen Gesichtspunkte hervor, indem er uns mit einer neuen Abhandlung Déjérines über die Neuronlehre bekannt macht, aus welcher der wichtige Umstand hervorgeht, daß die heutige Pathologie ohne die Neuronlehre schon gar nicht bestehen könne; wenn es noch keine Neuronlehre gäbe, so erforderten allein die pathologischen Gesichtspunkte deren Aufstellung.

Zu diesem Vortrage sprach Ernst v. Jendrássik.

2. Ladislaus Detre trägt seine im Vereine mit Josef Sellei gemachten Untersuchungen vor unter dem Titel: „*Die hämolytische Wirkung des Sublimats mit besonderer Berücksichtigung der Immunität*". [Siehe p. 47—54 dieses Bandes.]

BERICHTE ÜBER DIE TÄTIGKEIT, DEN VERMÖGENSSTAND U. A.

DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN UND DER KGL. UNG. NATURWISSENSCHAFTLICHEN GESELLSCHAFT.

I. Ungarische Akademie der Wissenschaften.

1.

Die LXIV. feierliche Jahresversammlung der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 15. Mai 1904 war ganz dem Andenken des im Jahre 1804 geborenen Staatsmannes Franz Deáks gewidmet.

2.

Die Vermögensverhältnisse der Akademie sind aus folgenden Daten ersichtlich:

	Kronen	Heller
Die Akademie besaß am 31. Dezember 1903 ein reines Gesamtvermögen von	5 678 180	78
Davon entfallen auf das Gebäude, die Bibliothek, den Büchervorrat usw.	2 000 000	—
Das Budget der Akademie belief sich im Jahre 1903 auf	440 808	50
Die Ausgaben der III. Klasse beliefen sich im Jahre 1903 auf	35 017	40

3.

Die Anzahl der Mitglieder der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am Ende des Jahres 1903 ist aus folgender Tabelle ersichtlich:

	I. (sprachwissenschaftl. u. ästhetische) Klasse	II. (philosophische und historische) Klasse	III. (mathematische u. naturwissenschaftl.) Klasse	Zusammen
Ehrenmitglieder	6	8	8	22
Ordentl. Mitgl.	12	22	22	56
Korresp. Mitgl.	33	55	54	142
Auswärt. Mitgl.	34	19	28	81
Zusammen	85	104	112	301

Die Vermögensangelegenheit verwaltete der Direktionsrat der Akademie, welcher aus dem Präsidenten und Vizepräsidenten, dem Generalsekretär und 23 Mitgliedern bestand.

Nach den Statuten beträgt der Status der Akademie: Ehrenmitglieder 24, ordentliche Mitglieder 60, korrespondierende Mitglieder 156.

Im Mai 1904 wurden in der III. Klasse die folgenden neuen Mitglieder gewählt:

Zu korrespondierenden Mitgliedern:

Ladislaus Hollós, Botaniker.

Karl Zimányi, Mineralog.

Zum auswärtigen Mitglied:

Sir William Ramsay in London, Chemiker.

4.

Bibliothek. Die Anzahl der geordneten Fächer beträgt 53. Diese enthalten 67 138 Werke. Darunter:

Anthropologie	513
Mathematik und Astronomie	1221
Naturwissenschaft	243
Physik	1009
Chemie	462
Naturgeschichte	137
Zoologie	570
Botanik	458
Mineralogie und Geologie	569
Medizinische Wissenschaften	2573
Ausgaben von Akademien und wissenschaftlichen Gesellschaften	621
Ausgaben der Ungar. Akademie d. W.	385
Ausländische Zeitschriften	203
Inländische Zeitschriften	397
Bolyaiana	39

Der Fachkatalog besteht aus 111 Bänden und 58 Zettelkasten. Angekauft wurden 567 Werke. Als Pflichtexemplare wurden erhalten von 329 Druckereien 8417 Werke. Private und Behörden schenkten 195 Werke.

Im Lesesaal der Bibliothek benutzten 7708 Personen 10733 Werke. Ausgeliehen waren 817 Werke.

5.

Die III. Klasse hat die folgenden Arbeiten mit Preisen gekrönt:

I. Julius König: *Einleitung in die allgemeine Theorie der algebraischen Größen.* (Großer Preis für das bedeutendste ungarische mathematische Werk aus den Jahren 1897—1903).

II. Maurus Réthy: *Strahlformen schwerer Flüssigkeiten.* (Marczibányi-Nebenpreis des großen Preises).

III. Eugen Bernátsky: *Monographie der ungarischen Asperagoideae.* (Vitéz-Preis.)

II. Kgl. Ungarische Naturwissenschaftliche Gesellschaft.

1.

Die Gesellschaft hielt ihre Generalversammlung am 28. Januar 1904 ab. Nach der Eröffnungsrede des Präsidenten Prof. Vinzenz Wartha folgte der Jahresbericht des Sekretärs Prof. Josef Paszlavszky, aus dem wir folgende Daten entnehmen:

Im April 1903 starb der Kanzleichef und Kassierer der Gesellschaft Stefan Lengyel.

Im verflossenen Jahre sind in die Gesellschaft 670 neue Mitglieder eingetreten. Die Gesellschaft hat jetzt 8747 Mitglieder.

Die Gesellschaft gibt die folgenden ungarischen Zeitschriften heraus:

Természettudományi Közlöny (Naturwissenschaftliche Mitteilungen) und hierzu *Pótfüzetek a Természettudományi Közlönyhöz* (Ergänzungshefte der Naturwissenschaftlichen Mitteilungen);
Állattani Közlemények (Zoologische Mitteilungen);
Növénytani Közlemények (Botanische Mitteilungen);
Magyar Chemiai Folyóirat (Ungarische Chemische Zeitschrift).

Ferner hat die Gesellschaft eine Verlagsunternehmung für Pränumeranten, die je einen Zyklus von drei Jahren abonnieren. Aus dem XI. Zyklus (1902—1904) erschienen in dieser Unternehmung im Jahre 1903:

G. Almássy: *Vándorútam Ázsia szivébe* (Meine Reise nach Mittelasien);
G. H. Darwin: *A tengerjárás és rokon tünemények* (Ebbe und Flut, sowie verwandte Erscheinungen), übersetzt von R. v. Kövesligethy.

Außerdem hat die Gesellschaft die folgenden Werke herausgegeben:
Á. Heller: *A fizika története a XIX században* (Geschichte der Physik im XIX. Jahrhundert), Bd. II.
Z. Szilády: *A magyar állattani irodalom ismertetése 1891-töl 1900-ig* (Die ungarische zoologische Literatur von 1891 bis 1900).

2.

Aus dem Berichte des Kassierers entnehmen wir die folgenden Daten:

	Kronen	Heller
Die Gesellschaft besaß am 31. Dezember 1903 ein reines Gesamtvermögen von	399 105	36
Davon entfallen auf das Gebäude	220 000	—
auf die Bibliothek	100 000	—
auf den Büchervorrat . . .	40 000	—
Das Budget der Gesellschaft belief sich im Jahre 1903 auf	384 509	1

3.

Aus dem Berichte des Bibliothekars erfahren wir, daß die Bibliothek der Gesellschaft um 738 Bände und 2 Atlanten gewachsen ist, so daß sie mit Ende 1903 insgesamt 25 610 Bände umfaßte. Den Mitgliedern standen im Lesezimmer 138 Zeitschriften zur Verfügung. Auf neue Bücher und Einbände wurden 5963,68 Kronen verwendet. Der Bibliothek wurden im Jahre 1903 von 3513 Mitgliedern 4277 Bände entliehen.

REPERTORIUM DER UNGARISCHEN MATHEMATISCHEN UND NATURWISSENSCHAFTLICHEN ZEITSCHRIFTEN UND JAHRBÜCHER.

Im *„Mathematikai és természettudományi értesitö“* (Mathematischer und naturwissenschaftlicher Anzeiger) Bd. XXII (1904) sind die in der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom Dezember 1903 bis Oktober 1904 vorgelegten Abhandlungen erschienen.

In den *„Mathematikai és physikai lapok“* (Mathematische und physikalische Blätter, Zeitschrift der math. und phys. Gesellschaft in Budapest) Bd. XIII (1904) sind die folgenden Originalaufsätze erschienen (nur ungarisch):

Bauer, Michael: Zur Theorie der irreduziblen Gleichungen. p. 92—95, 319—322.

Csorba, Georg: Über zweifache Partition p. 159—190.

Curie, Sklodowska: Untersuchungen über Radioaktivität. (Übersetzung. I. und II. Mitteilung.) p. 228—245, 354—374.

Gruber, Ferdinand: Über die Diskriminante einiger Gleichungen $n$ten Grades. p. 352—353.

Habán, Michael: Anwendung von Poincarés Prinzip auf die Integration von gewissen Fällen der Gaussschen Differentialgleichung. p. 1—29, 55—86.

Harkányi, Br. Béla v.: Die Rolle der anomalen Dispersion in der Astrophysik. p. 143—155.

Juvancz, Irenäus: Über die Unabhängigkeit der formalen Gesetze der Addition und der Multiplikation. p. 309—318.

Klug, Leopold: Der Kegelschnitt als Ort von Punkten, deren Abstandsverhältnisse von gewissen Gebilden konstant sind (I. und II. Mitteilung). p. 255—278, 323—351.

KÜRSCHÁK, JOSEF: Eine elementare geometrische Anwendung der komplexen Zahlen. p. 87—91.
— Über den größten gemeinsamen Teiler zweier Formen. p. 307—308.
MAHLER, EDUARD: Die mathematischen und astronomischen Kenntnisse der Ägypter. p. 30—53, 128—142.
RÉTHY, MAURUS: OSTWALDS Prinzip über den Energieumsatz in der Mechanik. p. 111—127.
— Über das Grundprinzip der analytischen Mechanik. (I. Mitteilung.) p. 205—227.
RIESZ, FRIEDRICH: Die Punktkonfigurationen auf der Raumkurve vierter Ordnung erster Spezies mit den Methoden der Geometrie der Lage behandelt. (III. Mitteilung. Schluß.) p. 191—204.
STEINER, LUDWIG: Die tägliche Variation der erdmagnetischen Kraft. p. 279—296.
ZEMPLÉN, GYŐZŐ: Über graphische Interpolation. p. 96—110.

Im XXXVI. Bande (1904) der populären Zeitschrift *„Természettudományi Közlöny"* (Naturwissenschaftliche Mitteilungen) erschienen die folgenden Originalaufsätze:

Im Januarhefte:

DALMADY, ZOLTÁN: Appetit und Hunger. p. 1—14.
LOVÁCS, JOSEF: Die Wirkung der Blindheit auf den körperlichen und geistigen Zustand des Individuums. p. 15—21.
RÁTZ, STEFAN: Über das Vorkommen von Bothriocephalus latus in Ungarn. p. 22—28.
HANUSZ, STEFAN: Kräuter und Bäume im ungarischen Volksglauben. p. 29—35.
LAKITS, FRANZ: Das magnetische Gewitter am 31. Oktober 1903. p. 41—45.

Im Februarhefte:

FRANCÉ, RAOUL: Die Theorie der „Lebenskraft". p. 97—124.
HERMAN, OTTO: J. SALAMON PETÉNYI und die ungarische Ornithologie. p. 125—136.
RÉTHLY, ANTON: Über seismographische Instrumente. p. 136—149.

Im Märzhefte:

ENTZ, sen., GÉZA: Die Farben der Tiere und die Mimicry. (I. Mitteilung.) p. 201—219.
RÄDE, KARL: Das Treiben der Pflanzen. p. 220—237.

Im Aprilhefte:

ENTZ, sen., GÉZA: Die Farben der Tiere und die Mimicry. (II. Mitteilung.) p. 257—276.

Papp, Karl: Das Balaenopteridenskelett aus Borbolya. p. 277—283.
Gorka, Alexander: Die Sleeping-Sickness und ihr Verursacher. p. 284—288.

Im Maihefte:

Szalay, Ladislaus: Der Blitzableiter. p. 306—323.
Aujeszky, Aladár: Über die physiologische Wirkung der Becquerel-Strahlen. p. 324—330.
Grabner, Emil: Über neuere bodenbakteriologische Untersuchungen. p. 330—335.

Im Junihefte:

Hrabár, Alexander: Die Nahrung und Konstitution unserer Raubvögel. p. 362—384.

Im Juli- und im Augusthefte:

Entz sen., Géza: Die Farben der Tiere und die Mimicry. (III. und IV. Mitteilung.) p. 417—441, 465—486.

Im Septemberhefte:

Borbás, Vinzenz: Die Entstehung der Flora in den Höhenregionen des Gebirges. p. 513—523.
Marikovszky, Georg: Die Gifte und das Blutwasser. p. 524—534.

Im Oktoberhefte:

Herman, Otto: Geronticus eremita L. p. 561—574.

Im Novemberhefte:

Dalmady, Zoltan: Der Ekel. p. 609—615.

Im Dezemberhefte:

Kempelen, Béla: Über Wolfgang Kempelen. p. 678—696.

In den Nummern LXXIII—LXXVI, Jahrgang 1904, der *„Pótfüzetek a Természettudományi Közlönyhöz“* (Ergänzungshefte der Naturwissenschaftlichen Mitteilungen) erschienen die folgenden Aufsätze:

Im Hefte Nr. LXXIII (Februar):

Gorka, Alexander: Dem Gedächtnisse Karl Gegenbauers. p. 2—12.
Tuzson, Johann: Die Pilze der Gärung und der Vermorschung. p. 12—26.
Hegyfoki, Jakob: Die Geschwindigkeit der Wolken. p. 26—29.

Im Hefte Nr. LXXIV und LXXV (Mai—August):

Kalecsinszky, Alexander: Von der Sonne erwärmte Salzseen. p. 49—76.

Dalmady, Zoltán: Fermentum und Protoplasma. p. 77—88.
Székely, Karl: Der interplanetare Raum und die Atmosphäre der Individuen unseres planetarischen Systems. p. 88—98.
Francé, Raoul: Über die neueren Untersuchungen bezüglich der Struktur der Zelle. p. 98—104.

Im Hefte Nr. LXXVI (November):

Fröhlich, Isidor: Dem Gedächtnisse August Hellers. p. 145—162.
Schilberszky, Karl: Über die Wurzelknöllchen der Hülsenfrüchte. p. 163—169.
Szabó, Valentin: Die quantitative Bestimmung der atmosphärischen Elektrizität. p. 170—185.

Im III. Band (1904) der *„Állattani Közlömények"* (Zoologische Mitteilungen) sind die folgenden Originalaufsätze erschienen:

Kertész, Koloman: Systematische Bearbeitung der Culiciden Ungarns. p. 1—75.
Tóth, Sigmund: Beiträge zur Morphologie der Nasenkapsel von Bombinator igneus Laur. p. 89—98.
Schwalm, A. Hermann: Die Teichfledermaus (Myotis dasycneme Boie) in Ungarn. p. 98—102.
Kormos, Theodor: Neue Beiträge zur rezenten Gastropoden-Fauna von Püspökfürdő. p. 102—111.
Entz jun., Géza: Die Tintinniden des Quarnero. p. 121—133.
Soós, Ludwig: Die Heliciden Ungarns. p. 134—184.
Kormos, Theodor: Über den Ursprung der Succinea (Lucena) oblonga Drp. p. 184.
Méhely, Ludwig v.: Eine neue Eidechse aus Ungarn. p. 192—210.
Gorka, Alexander: Über die physiologische Funktion der Speicheldrüsen von Helix pomatia L. p. 211—226.
Méhely, Ludwig v.: Die herpetologischen Verhältnisse des Mecsekgebirges und der Kapela. 241—289.
Csiki, Ernest: Die Verbreitung des Trochosa singorienses Laxm. in Ungarn. p. 290—294.

Im III. Bande (1904) der *„Növénytani Közlemények"* (Botanische Mitteilungen) sind die folgenden Originalaufsätze erschienen:

Klein, Julius: Eröffnungsrede zur 100. Sitzung der botanischen Fachsektion. p. 1—6.
Tuzson, J.: Über das Bestimmen der Pilze. p. 15—20.
Péterfi, Martin: Astomum intermedium. p. 21—24.
Mágocsy-Dietz, Alexander: Der auf Insektenfang eingerichtete Blütenbau von Araujia sericifera Brot. p. 24—38.

Staub, Moritz: Die phänologischen Wärmesummen als Indikatoren der Anpassung der Pflanzen an die Temperatur der Luft. p. 38—48.
Bernátsky, Eugen: Zur systematischen Anatomie der Convallarieae, Parideae und Polygonateae. p. 49—60.
Simonkai, Ludwig: Die Vegetation von Fiume und Umgebung im Winter. p. 60—64.
Istvánffi, Julius: Untersuchungen über die Mehltaukrankheit des Weinstockes. p. 74—77.
— Untersuchungen über die Überwinterung der Peronospora des Weinstockes. p. 65—73.
Simonkai, Ludwig: Die im Königreich Ungarn vorkommenden Arten und Varietäten der Gattung Pulmonaria, sowie ihre wichtigeren Lebenserscheinungen. p. 100—115.
Scherffel, Aladár: Neuere Beiträge zur Kenntnis der niederen Organismen in Ungarn. p. 116—119.
Jávorka, Alexander: Beiträge zur Kenntnis der Flora des Pilis-Gebirges. p. 119—120.
Péterfi, Martin: Die Torfmoose Ungarns. p. 137—169.
Rapaics, Raymund: Aster pannonicus Jacq. 169—173.
Ernyey, Josef: Slavische Beiträge in der botanischen Bibliographie Ungarns. p. 173—184.

Im X. Bande (Jahrgang 1904) der von der Chemisch-Mineralogischen Sektion der Königl. Ungar. Naturwissenschaftlichen Gesellschaft herausgegebenen Fachzeitschrift *„Magyar chemiai folyóirat“* (Ungarische Chemische Zeitschrift) erschienen die folgenden Originalabhandlungen:

Balló, Matthias: Die chemische Versuchs- und Nahrungsmittelprüfungs-Anstalt der Residenzstadt Budapest. p. 2—6.
Weiser, Stefan: Über das Avenin. p. 17—22.
Neumann, Sigismund: Mineralwasseranalysen. I. Die Artesia-Quelle in Budaörs. II. Die Apollonia-Quelle in Hanva. p. 22—23, 183—185.
Hérics-Tóth, Eugen: Über die angeblichen Unterscheidungsmerkmale von Unter- und Oberhefe. p. 34—35.
Halász, Zoltán: Ist das Blondlot-Dussartsche Verfahren in gerichtlich-chemischen Fällen verläßlich? p. 39—44.
Zaitschek, Artur: Ein Beitrag zur Kenntnis der Entstehung und chemischen Zusammensetzung des Hühnerfettes. p. 49—55.
Windisch, Richard: Die Bestimmung des Fettgehaltes der Büffelmilch. p. 65—67.
Bugarszky, Stefan: Die quantitative Bestimmung von Äthylalkohol mit Brom. p. 81—85.

Loczka, Josef: Ein Gaserzeugungsapparat. p. 86—87.
Doby, Eugen und Melczer, Gustav: Achsenverhältnis und chemische Zusammensetzung einiger Titaneisenerze. p. 97—102, 113—117, 129—132.
Loczka, Josef: Über die chemische Analyse des Lorandites von Alchar und des Claudetites von Szomolnok. p. 102—106.
Sigmond, Alex: Beiträge zur Bestimmung der in natronhaltigen Böden vorkommenden schädlichen Salze. p. 117—121, 136—142, 153—157.
Orient, Julius: Ein neuer Bürettenhalter. p. 132—133.
Konek, Friedrich: Über einen einfachen Ersatz der Lassaigneschen Stickstoffprobe. p. 145—148.
Korbuly, Michael: Kritische Stndien über die quantitative Bestimmung des Bensoldampfes in Leuchtgas. p. 148—152, 170—175, 185—190.
Kazay, Andreas: Die quantitative Bestimmung der Salpetersäure auf neuem kalorimetrischen Wege. p. 152.
Kosutány, Thomas: Weizen, Mehl und Enzyme. p. 161—165, 177—182.
Windisch, Richard: Die quantitative Bestimmung des Aldehydgehaltes von Formaldehydlösungen. p. 182—183.

In den „*Annales historico-naturales Musei Nationalis Hungarici*“ Bd. II (Jahrgang 1904) erschienen die folgenden Aufsätze (sämtlich auch in lateinischer, französischer, englischer, italienischer oder deutscher Sprache):

Bernátsky, Eugen: Die Farne des Deliblater Sandes und ihre pflanzengeographische Erklärung. p. 304—319.
Bezzi, Marius: Empididae novae palaearcticae ex Museo Nationali Hungarico. p. 198—202.
— Empididi indo-australiani raccolti dal signor L. Biró. p. 320—361.
Csiki, Ernest: Description d'une variété nouvelle du Goliathus giganteus Lam. p. 302—303.
— Pholeuon hungaricum. p. 565—566.
— Coleoptera nova e Serbia. p. 591—593.
Ehmke, A.: Beschreibung einiger neuer Lerchenarten aus den Museen von Sarajevo und Budapest. p. 296—303.
Friese, H.: Nachtrag zur Monographie der Bienengattung Centris. p. 90—92.
Györffy, Stefan: Eine neue Gymnadenia-Art aus dem ungarischen Florengebiete. p. 237—252.
Horváth, Géza: Monographia Colobathristinarum. p. 117—172.
— Pentatomidae novae africanae. p. 253—271.

Horváth, Géza: Species palaearcticae generis Caliscelis Lap. p. 378—385.
— Insecta Heptapotamica a D. D. Almásy et Stummer-Traunfels collecta. I. Hemiptera. p. 574—590.
— Hydrocorisae tres novae. p. 594—595.
Kertész, K.: Eine neue Gattung der Sapromyziden. p. 73—75.
Koch, Anton: Die fossilen Fische des Beocsiner Zementmergels. p. 1—72.
Kohaut, Rudolf: Un Pulicide nouveau de Bosnie. p. 87—89.
Kulczynski, Vlad.: De Opilionibus. p. 76—84.
Kümmerle, Eugen Béla: Beiträge zur Kenntnis der Pteridophyten des Kaukasus. p. 570—573.
Madarász, Julius v.: Über neue Formen von Halcyon smyrnensis und Alcedo ispidia. p. 85—86.
— Neue Vogelarten aus Venezuela. p. 115—116.
— Zur Ornis Deutsch-Ostafrikas. p. 203—206.
— An extraordinary discovery in ornithology. p. 400—402.
— Über die Vögel Cyperns. p. 499—561.
Méhely, Ludwig: Investigations on Paraguayan Batrachians. p. 207—232.
— Eine neue Lacerta aus Ungarn. p. 362—377.
Mocsáry, A.: Chrysididae in Africa meridionali a D^re H. Brauns collectae II. p. 303—413.
— Siricidarum species quinque novae. p. 496—498.
— Observatio de Clepte Aurora Smith. p. 567—569.
Péterfi, Martin: Einige Beiträge zur Moos-Flora des Kaukasus. p. 396—399.
Petri, Karl: Fünf neue Lixus-Arten. p. 233—236.
Soós, Ludwig: Helicidae novae ex Hungaria. p. 292—295.
Speiser, P.: Besprechung einiger Gattungen und Arten der Diptera pupipara II. p. 386—395.
Stein, P.: Die amerikanischen Anthomyiden des Königlichen Museums für Naturkunde zu Berlin und des Ungarischen National-Museums zu Budapest. p. 414—495.
Szépligeti, Viktor: Südamerikanische Braconiden. p. 173—197.
Zimányi, Karl: Über den Pyrit von Kotterbach in Ober-Ungarn. p. 93—114.
— Über den grünen Apatit von Malmberget in Schweden. p. 272—299.
— Über die Lichtbrechung des Fluorapatits von Pisek. p. 562—564.

In den Publikationen der königl. ungar. Geologischen Anstalt im Jahre 1904 erschienene Originalaufsätze (sämtlich auch in deutscher Sprache):

A) *In den Mitteilungen aus dem Jahrbuch.*

Prinz, Gyula: Die Fauna der älteren Jurabildungen im nordöstlichen Bakony. Bd. XV, Heft 1, p. 1—142. Mit 38 Tafeln und 30 Textfiguren.

B) *Im Jahresberichte 1902 (erschienen 1904).*

Böckh, Johann: Direktionsbericht. p. 3—39.

Emszt, Koloman: Mitteilungen aus dem chemischen Laboratorium der agrogeologischen Sektion der kgl. ungar. Geologischen Anstalt. p. 185—197.

Gesell, Alexander: Montangeologische Aufnahmen in dem von der Stadt Dobsina (Dobschau) südöstlich gelegenen Gebiete. p. 107—116.

Güll, Wilhelm: Agrogeologische Notizen über die Umgebung von Dömsöd und Tass, sowie über den südlichen Teil der Csepel-Insel. p. 146—152.

Halaváts, Julius v., Über den geologischen Bau der Umgebung von Vajda-Hunyad. p. 83—89.

Horusitzky, Heinrich: Über die agrogeologischen Verhältnisse der Umgebung von Ürmény. p. 166—167.

Illés, Wilhelm: Montangeologische Verhältnisse der westlichen Umgebung von Dobsina (Dobschau). p. 117—126.

Kadić, Ottokár: Die geologischen Verhältnisse des am rechten Begaufer, in der Umgebung von Bálincz, Facset und Dubesty sich ausbreitenden Hügellandes. p. 95—106.

László, Gábor: Über die agrogeologischen Verhältnisse der Umgebung der Gemeinden Érsek-Lék, Kis-Keszi, Nagy-Keszi, Nagytany, Alsó-Gellér, Csicsó, Füss und Kolos-Nána im Komitat Komárom. p. 175—179.

Liffa, Aurél: Bericht über seine agrogeologischen Aufnahmen im Jahre 1902. p. 153—165.

Pálfy, Moritz v.: Geologische Notizen über das Gebiet zwischen der Fehér-Körös und Abrudpatak. p. 53—59.

Papp, Karl, Über die geologischen Verhältnisse der Gegend von Zám. p. 60—82.

Posewitz, Theodor: Über das zwischen Szolyva und Volócz befindliche Bergland im Komitat Bereg. p. 40—49.

Roth v. Telegd, Ludwig: Über den östlichen Rand des siebenbürgischen Erzgebirges bei Csáklya und das entlang der Maros sich anschließende Gebiet. p. 50—52.

Schafarzik, Franz: Über die geologischen Verhältnisse der Umgebung von Román-Gladna. p. 90—94.

Szontagh, Thomas v.: Geologische Untersuchung des Fertö(Neusiedler)-Sees. p. 180—184.

Timkó, Emerich: Die agrogeologischen Verhältnisse der Umgebung von Keszegfalva, Nemes-Ócsa, Aranyos, Marczelház und Martos im Komitat Komárom. p. 168—174.

Treitz, Peter: Über die agrogeologischen Verhältnisse des südlichen Teiles des Mecsekgebirges und der Berggruppe Zengö. p. 127—145.

Im *„Földtani Közlöny“* (Zeitschrift der Ungar. Geologischen Gesellschaft) Jahrg. XXXIV, 1904, erschienene Originalaufsätze (alle in ungarischer und in den Supplementen in deutscher Sprache):

Böckh, Hugo: Über das Fichtelit als das erste monoklin hemimorphe Mineral. p. 335—336, Suppl. 369—370.

Hofmann, Karl und Lóczy, Ludwig v.: Über die Entstehung der Budaer (Ofner) Bitterwasserquellen. p. 317—332, Suppl. 347—365.

Horusitzky, Heinrich: Über einige artesische Brunnen des kleinen ungarischen Alföldes. p. 337—338, Suppl. 370—372.

— Über die Feuchtigkeit der Sandhügel längs der Waag. p. 339—341, Suppl. 373—375.

Koch, Anton: Fossile Haifischzähne und Säugetierreste von Felsö Esztergály. p. 190—202, Suppl. 260—273.

— Ergänzungen zur Haifischfauna des untermediterranen Sandsteines von Tarnócz (Notidanus diffusidens n. f.). p. 202—203, Suppl. 274.

— Basaltlakkolith im Várhegy von Ajnácskö. p. 242—244, Suppl. 307—310.

— Kleine paläontologische Mitteilungen. p. 332—335, Suppl. 365—368.

Lackner, Anton: Die Schwefelkiesgrube in Kazanesd, Komitat Hunyad. p. 399—415, Suppl. 469—488.

Lörenthey, Emerich: Über das Alter des Schotters am Sashalom bei Rákos Szt. Mihály. p. 232—241, Suppl. 296—307.

Melczer, Gustav: Daten zur Symmetrie des Aragonites. Mit einer Tafel. p. 203—211, Suppl. 275—276.

— Über Libethenit. Mit einer Tafel. p. 211—216, Suppl. 277—278.

Roth v. Telegd, Szontagh, Papp und Kadić: Vorläufige Mitteilung über den miozenen Balaenopteriden von Borbolya. p. 216—232, Suppl. 278—295.

Schafarzik, Franz: Über einen Mastodonfund in Temerest, Komitat Krassó-Szörény. p. 64, Suppl. 185—186.

Szádeczky, Julius v.: Beiträge zur Geologie des Vlegyásza-Bihar-Gebirges. p. 2—63, Suppl. 115—184.

Vitális, Stefan: Beiträge zur Kenntnis der Basaltgesteine des Balaton-Berglandes. p. 377—399, Suppl. 443—468.

Im Jahrbuche *„Orvos és Természettudományi Egyesület Közleményei“* (Verhandlungen des Vereins für Natur- und Heilkunde) zu Pozsony; neue Folge, Bd. XVI, der ganzen Reihe XXV. Bd., Jahrg. 1904, erschienene Originalaufsätze:

PANTOCSEK, J.: Novarum Bacillariarum descriptio. (Lateinisch.) p. 3—118.

ZAHLBRUCKNER, A.: Neue Beiträge zur Flechtenflora des Pozsonyer Komitates. (Deutsch.) p. 119—131.

In den *„Verhandlungen und Mitteilungen des siebenbürgischen Vereins für Naturwissenschaften zu Hermannstadt"* Bd. LIV, Jahrgang 1904, sind erschienen (deutsch):

BOETTGER, O.: Zur Kenntnis der Fauna der mittelmiozänen Schichten von Kostej im Krassó-Szörényer Komitat. p. 1—100.

GOTTSCHLING, A.: Übersicht der Witterungserscheinungen in Hermannstadt in den Jahren 1903 und 1904. p. 101—125.

In der Zeitschrift *„Értesitö az erdélyi Muzeumegylet orvos-természettudományi szakosztályából"* (Sitzungsberichte der medizinisch-naturwissenschaftl. Sektion des siebenbürgischen Museumvereins) erschienen die folgenden Originalaufsätze (in ungarischer Sprache mit deutscher Revue über den Inhalt):

Jahrg. XXIX, Bd. XXIV, 1904.

I. Medizinische Abteilung.

GÓTH, LUDWIG: Über die Anwendung der Curette bei Endometritis. p. 124—139, Rev. 37—36.

HÜFNER, G. v. und REINBOLD, BÉLA: Absorptiometrische Bestimmung der Menge des Stickoxydes, die von der Gewichtseinheit Methämoglobin gebunden wird. p. 105—111, Rev. 33.

JAKABHÁZY, SIGISMUND: Untersuchungen über die Wirkung des Aspirin auf Nerven und Muskeln. p. 37—47, Rev. 4—9.

KOLOSVÁRY, ALEXANDER: Über die Verwendbarkeit des FICKERschen Typhus-Diagnosticums. p. 85—93, Rev. 27—30.

KONRÁDI, DANIEL: Weitere Untersuchungen zur Kenntnis der Symptome und der Abwehr der experimentellen Rabies. p. 77—84, Rev. 73—76.

— Vererbt sich die Wut? p. 94—104, Rev. 31—32.

MÁTHÉ, GABRIEL: Der Zusammenhang zwischen den erythematösen Erkrankungen an der Schleimhaut des Halses und Rachens und an der Haut. p. 112—123, Rev. 34—36.

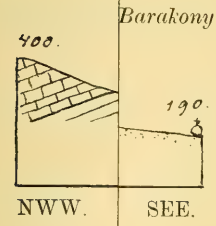
VERESS, ELEMÉR: Über den Verlauf der Muskelstarre. p. 1—20, Rev. 1—3.

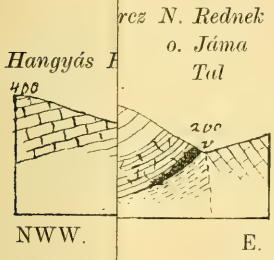
II. Naturwissenschaftliche Abteilung.

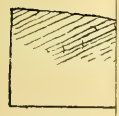
SZÉKY, TIBOR: Nitroderivate des *p*-Diphenylol-dimethyl-methans. p. 37—48, Rev. 1—11.

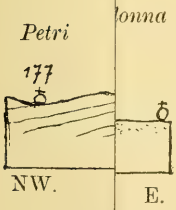
Pacz, Aladár: Neuere Uranverbindungen. p. 49—74, Rev. 12—38.
Dvorszky jun., Béla: Über die Eigenschaftsänderungen des Nitrobenzols, hervorgerufen durch die Umkehrung der Reihenfolge der bei der Darstellung aufeinander zur Wirkung gelangenden Ingredienzien. p. 75—85, Rev. 58.
Györffy, Stefan: Einige Daten über Pflanzen-Teratologie. p. 86—92, Rev. 39—46.
Ejury, Ludwig: Studien über den Stickstoffgehalt der Weine. p. 123—160, Rev. 49—57.
— Über den elektrischen Widerstand und die Leitungsfähigkeit der Weine. p. 161—169.
— Über die Dyalysis der Weine und die Reaktion von Lygosin. p. 169—179.
Szentpétery, Sigmund v.: Die petrographischen Verhältnisse des Eruptivzuges von Torda-Toroczkó. p. 1—36, Rev. 47—48.

der-Abauj Tornaer Kom.).









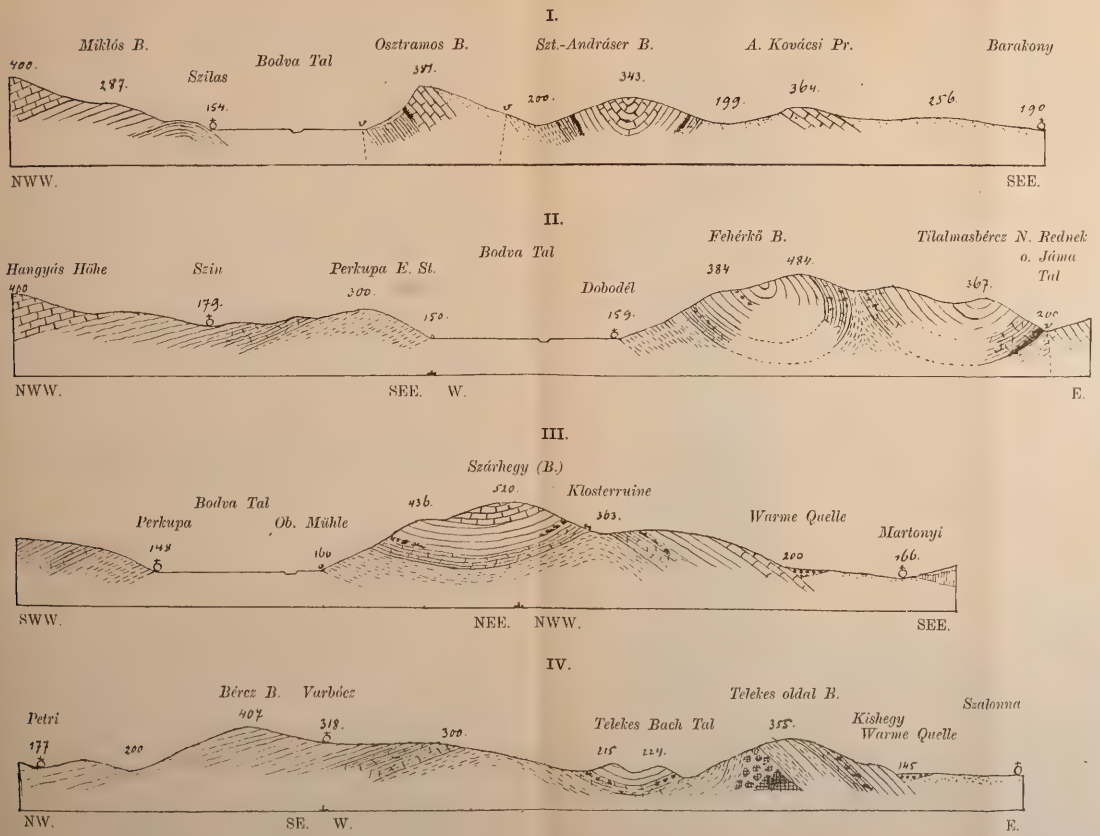
Mathemati

Zeichenerklärung.

- Alluviale Ablagerungen.
- Diluvialer Lehm.
- Diluvialer Kalktuff.
- Jungtertiäre Ablagerungen.
- Obertrias Kalkstein.
- Mitteltrias Kalkstein.
- Untertrias Mergelschiefer u. tafeliger Kalk.
- Werfener Schiefer.
- Quarzporphyr.
- Quarzporphyr-Konglomerat.
- Nachgewiesene Eisenerzlager.
- Spuren von Eisenerzlagern.

v = Verwerfungen.

Geologische Durchschnitte durch den Bergzug von Rudobánya-Szt. András (Borsoder-Abauj Tornaer Kom.).



Maßstab 1 : 50 000. Basis zur Höhe = 1 : 2.

Zeichenerklärung.

- Alluviale Ablagerungen.
- Diluvialer Lehm
- Diluvialer Kalktuff.
- Jungtertiäre Ablagerungen.
- Obertrias Kalkstein
- Mitteltrias Kalkstein
- Untertrias Mergelschiefer u. tafeliger Kalk.
- Werfener Schiefer.
- Quarzporphyr.
- Quarzporphyr-Konglomerat.
- Nachgewiesene Eisenerzlager.
- Spuren von Eisenerzlagern

v = Verwerfungen.

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin.

Vorlesungen über die Elemente
der
Differential- und Integralrechnung
und ihre Anwendung
zur Beschreibung von Naturerscheinungen.

Von **Heinrich Burkhardt,**
o. Professor der Mathematik a. d. Universität Zürich.

Mit 38 Figuren im Text. [XI u. 252 S.] gr. 8. 1907. In Leinwand geb. n. *M.* 6.—

Die in diesen Vorlesungen gebotene Darstellung der Elemente der höheren Analysis ist aus den Bedürfnissen der Lehrtätigkeit des Autors entstanden. Die Zahl der an einer kleinen Universität wirkenden Lehrkräfte erlaubt nicht, den Unterricht der Mathematiker in diesen Elementen von dem der Studierenden der Naturwissenschaften, insbesondere der Chemiker getrennt zu halten; daher mußte eine Darstellung gesucht werden, die den Bedürfnissen beider Klassen so viel als möglich gerecht werden sollte. Einerseits mußte der Stoff den letzteren in für sie genießbarer Form dargeboten, also auf Arithmetisieren verzichtet werden; andrerseits durften doch auch die ersteren nicht in die Notwendigkeit versetzt werden, das, was sie in der elementaren Vorlesung gelernt haben, später wieder verlernen zu müssen. Diesem Ziele nahe zu kommen ist durch sorgfältige Auswahl des Stoffes, ausführliche Entwicklung der fundamentalen Begriffe an konkreten Problemen und verschiedene Abänderungen in der herkömmlichen Anordnung versucht worden.

Die Kegelschnitte des Gregorius a St. Vincentio
in vergleichender Bearbeitung.

Von **Karl Bopp.**

Mit 329 Textfiguren. [III u. 228 S.] gr. 8. 1907. geh. n. *M.* 10.—

Unter den erhaltenen Kegelschnittwerken, die nach dem Wiederaufblühen der Wissenschaften in mehr oder minder kritischer Gegenüberstellung gegen des Apollonius Lehrgebäude entstanden, sind die Kegelschnitte des Gregorius a St. Vincentio heute am wenigsten bekannt.

Und doch ist die Schöpfung des Gregorius, dem Leibniz so viel verdankte, von größtem Interesse für die Entwicklung der Geometrie. Durch eine vergleichende Verarbeitung wird ein schon von Chasles geäußerter Wunsch erfüllt, einer von Moritz Cantor gegebenen Anregung entsprochen. Eine eingehende Analyse klärt über das Verhältnis zu Apollonius sowohl wie zu den zeitgenössischen Schriftstellern auf, und manches bedeutsame Resultat erscheint von Gregorius selbständig gewonnen oder sogar der Folgezeit vorweggenommen. Unter die Entdecker der analytischen Geometrie aber wird Gregorius durch seine Transformationsmethode der Kegelschnitte ineinander versetzt, während die Methode „per subtensas", die auf einer geistreichen Erweiterung von Apollonius III, 16 basiert, einen klaren Einblick in den Zusammenhang zwischen antiker und analytischer Geometrie gewährt. Außer historischem dürfte die Methode heute noch didaktischen Wert besitzen.

Gino Loria:

Vorlesungen über darstellende Geometrie.

Autorisierte, nach dem italienischen Manuskript bearb. deutsche Ausgabe von

Fritz Schütte,

Oberlehrer am Königl. Gymnasium zu Düren.

Erster Teil: Die Darstellungsmethoden.

Mit 163 Figuren im Texte. [XI u. 219 S.] gr. 8. 1907. In Leinwand geb. n. *M.* 6.80.

Das vorliegende Werk, aus mehrjährigen Vorlesungen des Verf. hervorgegangen, setzt nur elementare Kenntnisse der projektiven und analytischen Geometrie voraus. Dieser erste Band, der die Darstellungsmethoden behandelt, beginnt mit einem kurzen Abriß der Geometrie des Zirkels und der Geometrographie und geht dann im 1. Buche zur Methode der Orthogonalprojektion über. Das 2. behandelt in gleicher Weise die Zentralprojektion, während das 3. der Methode der kotierten Ebenen gewidmet ist. Jede dieser Darstellungsmethoden — andere werden nur gestreift — wird in umfangreicher Weise zur Lösung der wichtigsten Aufgaben über Punkte, Geraden und Ebenen herangezogen und hierbei gründlich auf alle Einzelheiten eingegangen, während weiter gehende Anwendungen vorerst unterbleiben. Die Grundaufgaben der Stereometrie, die man in der elementaren Geometrie nur in Gedanken löst, sind durch die darstellende Geometrie zeichnerisch behandelt, so daß hier dem Übelstande, daß man im Raume nicht zeichnen kann, soweit dies geht, abgeholfen wird. Das 4. Buch betrifft die Axonometrie, das 5., zum erstenmal in einem Schulbuche, einen theoretisch und praktisch wichtigen Zweig der „darstellenden" Geometrie, der augenblicklich in rechter Blüte steht, die Photogrammetrie. Reichlicher Übungsstoff dient dem Leser zur Vertiefung und Befestigung der aus diesem Werke geschöpften Kenntnisse; viele Zeichnungen erleichtern das Verständnis in hohem Maße.

F. R. Helmert:

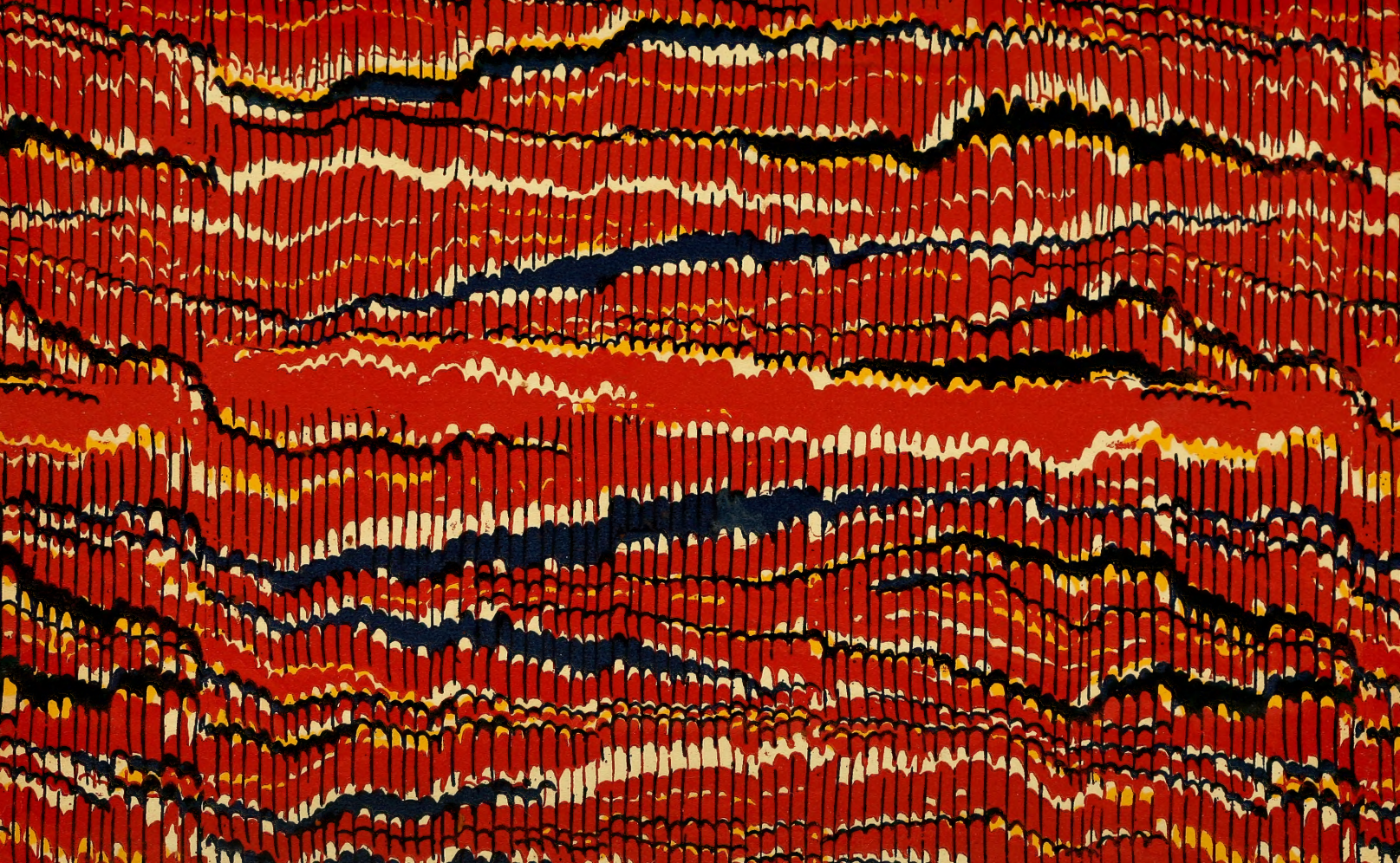
Die Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate.

Mit Anwendungen auf die Geodäsie, die Physik und die Theorie der Meßinstrumente.

Zweite Auflage. [XVIII u. 578 S.] gr. 8. 1907. In Leinwand geb. n. *M.* 16.—

Die Entwicklungen sind mit Absicht in den ersten Abschnitten etwas breit gehalten, ebenso ist die Kenntnis der Determinantentheorie nicht vorausgesetzt. Die weniger entwickelten Lösungen sind nicht übergangen, um den vereinzelten Anwendungen zu entsprechen, für welche ein Studium der eleganteren und meist rationelleren Lösungen nicht am Platze ist. Von Wichtigkeit erschien es, die Untersuchung der plausibelsten Beobachtungsfehler mehr zu betonen. Die Unterscheidung wahrer und plausibler Fehler ist allenthalben möglichst streng durchgeführt und demgemäß auch bei der Untersuchung des Verteilungsgesetzes der plausibelsten Fehler zur Vergleichung nicht ein wahrer Fehler benutzt (etwa der mittlere oder wahrscheinliche), sondern ebenfalls ein plausibelster Fehler.

Um recht ersichtlich zu machen, welcher erhebliche Unterschied zwischen zwei Anwendungen der Methode der kleinsten Quadrate stattfinden kann bezüglich der Bedeutung der Resultate, ist auch die Anwendung derselben zu interpolatorischen Zwecken mit aufgenommen.



SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES
3 9088 01300 3520